1. Уравнения Максвелла

$$\begin{cases}\operatorname{rot}\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \operatorname{rot}\vec{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\vec{j}\\ \operatorname{div}\vec{D}=4\pi\rho\\ \operatorname{div}\vec{B}=0\end{cases}\qquad \begin{cases}\oint\limits_L\vec{E}d\vec{l}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_S\vec{B}d\vec{S}\\ \oint\limits_L\vec{H}d\vec{l}=\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_S\vec{D}d\vec{S}+\frac{4\pi}{c}\int\limits_S\vec{j}d\vec{S}\\ \oint\limits_V\vec{D}d\vec{S}=4\pi\int\limits_V\rho dV\\ \oint\limits_S\vec{B}d\vec{S}=0\end{cases}$$

2. Г/у тангенциальных↓ и нормальных↓ компонент

$$\begin{cases}[\vec{E}_1-\vec{E}_2\times\vec{n}_{12}]=0,\\ [\vec{H}_1-\vec{H}_2\times\vec{n}_{12}]=\frac{4\pi}{c}\vec{j}\end{cases}\qquad\begin{cases}(\vec{D}_1-\vec{D}_2\cdot\vec{n}_{12})=-4\pi\rho_{\text{своб}},\\ (\vec{B}_1-\vec{B}_2\cdot\vec{n}_{12})=0\end{cases}$$

4. Уравнения Максвелла в комплексной форме. Комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\begin{cases}\operatorname{rot}\vec{E}(\vec{r},\omega)=-ik_0\mu\vec{H}(\vec{r},\omega)\\ \operatorname{rot}\vec{H}(\vec{r},\omega)=ik_o\varepsilon\vec{E}(\vec{r},\omega)+\frac{4\pi}{c}\vec{j}(\vec{r},\omega)\\ \operatorname{div}\vec{D}(\vec{r},\omega)=4\pi\rho(\vec{r},\omega)\\ \operatorname{div}\vec{B}(\vec{r},\omega)=0\end{cases}\qquad \varepsilon_k=\varepsilon-i\frac{4\pi\sigma}{\omega}$$

5. Уравнение непрерывности в компл. форме

$$\operatorname{div}\vec{j}(\vec{r},\omega)+i\omega\rho(\vec{r},\omega)=0$$

6. Толщина скин-слоя

$$\delta=\frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\mu\omega}}$$

7. Граничное условие Леонтовича

$E_\tau=\eta_S\,[\vec{n},\vec{H}]\Big|_S$, где $\eta_S=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_k}}$. Введем импеданс скин-слоя $z_{ck}=\frac{4\pi}{c}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_k}}$, тогда

$$E_\tau=\frac{c}{4\pi}Z_{ck}\,[\vec{n},\vec{H}]\Big|_S$$

8. Запись выражений для поля однородной плоской волны в векторной форме и в проекциях на оси декартовой системы координат

$$\begin{matrix}\vec{E}(\vec{r})=\vec{E}_0e^{\mp i\vec{k}\vec{r}}\\ \vec{H}(\vec{r})=\vec{H}_0e^{\mp i\vec{k}\vec{r}}\end{matrix}\quad\text{упрощенно:}\quad\begin{cases}\vec{E}=\vec{x}_0E_0e^{-ikz}\\ \vec{H}=\vec{y}_0\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0e^{-ikz}\\ \text{где } E_0=|E_0|\,e^{i\varphi}\end{cases}$$

В проекциях на коорд.оси:

$$E_x(z,t)=\operatorname{Re}\left\{|E_0|\,e^{i\varphi}e^{-i\omega t}e^{-ikz}\right\}=|E_0|\cos(\omega t-kz+\varphi)$$

$$H_y(z,t)=\frac{1}{\eta}\,|E_0|\cos(\omega t-kz+\varphi),\ \frac{1}{\eta}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$$

9. Дисперсионное уравнение для плоской волны. Определения фазовой и групповой скоростей. Дисперсионное уравнение

$$(\vec{k},\vec{k})=k_0^2\varepsilon\mu$$

Фазовая скорость (скорость поверхностей постоянной фазы): $v_f=\frac{\omega}{k}$, где $k=k_0\sqrt{\varepsilon\mu}$, а $k_0=\frac{\omega}{c}$. Групповая скорость (скорость распространения огибающей) $\vec{v}_g=\frac{d\omega}{d\vec{k}}$. Если нет дисперсии, то $v_g=v_f$.

10. Уравнение поперечной диффузии для амплитуды волнового пучка

$$D\frac{\partial^2\vec{E}(x,z)}{\partial x^2}=\frac{\partial\vec{E}(x,z)}{\partial z},\quad D=\frac{1}{2ik}$$

11. Выражение для плотности энергии в диспергирующей среде

$$\overline{\omega}^T\equiv\omega=\frac{1}{16\pi}\left(\frac{\mathrm{d}(\omega\varepsilon)}{\mathrm{d}\omega}|\vec{E}_0|^2+\frac{\mathrm{d}(\omega\mu)}{\mathrm{d}\omega}|\vec{H}_0|^2\right)$$

12. Уравнение диффузии для огибающей импульса

$$D\frac{\partial^2\vec{E}_0(z,\tau)}{\partial x^2}=\frac{\partial\vec{E}_0(z,\tau)}{\partial z},\quad D=\frac{ik''_\omega}{2},\ \tau=t-\frac{z}{v_g},\ k''_\omega=\frac{\partial^2k}{\partial\omega^2}\Big|_{\omega_0}$$

13. Выражение коэффициентов отражения (Г) и прохождения (T) через поперечные волновые импедансы при нормальном падении волны на плоскую границу раздела двух сред. Формула пересчета импеданса

$$\begin{matrix}\Gamma=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\frac{z_\text{н}-z_\text{в}}{z_\text{н}+z_\text{в}}\\ T=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}=\frac{2z_\text{н}}{z_\text{н}+z_\text{в}}\end{matrix},\ \text{где}\ \begin{matrix}\text{имп-с нагрузки } z_\text{н}=\frac{4\pi}{c}\eta_2\\ \text{имп-с волновой } z_\text{в}=\frac{4\pi}{c}\eta_1\end{matrix}$$

Формула пересчета импеданса:

$$Z(-L)=z_\text{в}\frac{z_\text{н}\cos(kL)+iz_\text{в}\sin(kL)}{z_\text{в}\cos(kL)+iz_\text{н}\sin(kL)}$$

14. Законы отражения и преломления на плоской границе раздела 2-х сред

1. Угол падения равен углу отражения
2. $k_1\sin(\alpha_1)=k_2\sin(\alpha_2)$ – закон Снеллиуса:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)}=\frac{\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}=\frac{n_2}{n_1}$$

15. Неоднородное волновое уравнение для векторного потенциала и его решение при гармонической зависимости от времени. Условие излучения

$$\Delta\vec{A}+k^2\vec{A}=-\frac{4\pi\mu}{c}\vec{j}\quad\Rightarrow\quad\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu}{c}\int_V\frac{\vec{j}\left(\vec{r'}\right)}{R}e^{-ikR}dV$$

Условие излучения $\lim\limits_{R\to\infty}R\left(\frac{d\vec{A}}{dR}+ik\vec{A}\right)=0$

16. Неоднородное волновое уравнение для векторного потенциала и его решение при произвольной зависимости от времени в случае среды без дисперсии

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\mu}{c}\vec{j}(\vec{r},t) \quad\Rightarrow\quad \vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu}{c}\int\limits_V \frac{[\vec{j}]}{R}dV',$$

где $[\vec{j}] = \vec{j}\left(\vec{r'}, t - \frac{R}{v}\right)$

17. Поле элементарного электрического диполя в зоне квазистатики(выражение для полей $\vec{E}$, $\vec{H}$ в свободном пространстве, сдвиг фаз между ними, закон убывания амплитуд полей при удалении от диполя)

Для гармонических полей при $\vec{k}\vec{r} \ll 1 (r \ll \lambda)$

$$E_r = \frac{2p\cos(\theta)}{\varepsilon r^3}$$

$$E_\theta = \frac{p\sin(\theta)}{\varepsilon r^3}$$

$$H_\varphi = \frac{ik_0 p\sin(\theta)}{r^2}$$

E убывает как эл-ст поле эл.диполя:

$$E \sim \frac{1}{r^3}$$

i в выражении H_φ означ. сдвиг фаз $\frac{\pi}{2}$

Поле $\vec{H}$ не потенциально ($\operatorname{rot}\vec{H} \neq 0$)

18. Поле элементарного электрического и элементарного магнитного диполей в волновой зоне(выражение для полей $\vec{E}$, $\vec{H}$ в свободном пространстве, сдвиг фаз между ними, закон убывания амплитуд полей при удалении от диполя)

Для гармонических полей при $\vec{k}\vec{r} \gg 1 (r \gg \lambda)$

$$E_\theta = -\frac{k^2}{\varepsilon}\frac{e^{-i\vec{k}\vec{r}}}{r}p\sin\theta$$

$$E_r = \frac{2ik}{\varepsilon r}\frac{e^{-i\vec{k}\vec{r}}}{r}p\cos\theta$$

$$H_\varphi = -k_0 k\frac{e^{-i\vec{k}\vec{r}}}{r}p\sin\theta$$

$\vec{E}, \vec{H}$ синфазны

(т.к. $\vec{E} = \eta[\vec{H}, \times\vec{n}]$)

Поле убывает $\sim \dfrac{e^{-i\vec{k}\vec{r}}}{r}$

Для магн. диполя получается заменами принципа перестановочной двойственности:

$$(\mu,\varepsilon) \Rightarrow (\varepsilon,\mu) \quad E \Rightarrow H, \quad H \Rightarrow -E, \quad p \Rightarrow p^m$$

19. Сопротивление излучения элементарных источников(электрического диполя, круговой рамки с однородным распределением тока) в свободном пространстве

1. Электрический диполь:

$$R^e_\Sigma = \frac{2}{3}\frac{\mu^2}{c\eta}(k_0 l)^2$$

2. Магнитный диполь (рамка с током):

$$R^m_\Sigma = \frac{2}{3}\frac{\eta}{c}\pi^2(ka)^4$$

(ε, μ можно положить равными 1)

20. Определение дальней зоны произвольной системы заданных гармонических токов. Выражение для векторного потенциала заданного распределения токов в дальней зоне. Вектор излучения

Условия дальней зоны:

1. $r \gg l$ – размер источника
2. $p = \frac{\sqrt{\lambda r}}{l} \gg 1, p$ – параметр Френеля
3. $\vec{k}\vec{r} \gg n \geq 1$, где n – число вариаций тока на источнике («изрезанность» тока)

По определению, дальняя зона - та, в которой $E, H \sim \frac{1}{r}$.
Вектор излучения:

$$\vec{N}(\theta,\varphi) = \int\limits_V \vec{j}(\vec{r'})e^{i\vec{k}\vec{r'}}dV'$$

Векторный потенциал:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{c}\frac{e^{-i\vec{k}\vec{r}}}{r}\vec{N}(\theta,\varphi)$$