Билет 1

1. Стационарные состояния гармонического осциллятора. Подход дифференциального уравнения. Нахождение собственных значений энергий.
2. Выведите формулы для поправки к энергии в теории возмущений первого и второго порядков.
3. Укажите вид оператора проекции спина s_n на произвольное направление, задаваемое единичным вектором $\boldsymbol{n}$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\boldsymbol{n}$ в состоянии с определенной проекцией спина на ось z.

Билет 2

1. Операторы рождения и уничтожения в задаче о гармоническом осцилляторе. Вывод выражений для собственных значений энергий и собственных функций.
2. Используя метод Цвана найдите амплитуду и фазу волновой функции, отраженной от линейного потенциала.
3. Найдите волновые функции стационарных состояний и собственные значения энергии плоского ротатора (вращающейся системы из двух жестко связанных друг с другом частиц). Момент инерции ротатора $I=\mu a^2$, где μ - приведенная масса частиц, a - расстояние между ними. Частицы вращаются в фиксированной плоскости. Какова кратность вырождения уровней.

Билет 3

1. Найдите глубину трёхмерной прямоугольной ямы, необходимую для появления связанного состояния.
2. Получите вид волновой функции в классически запрещенной и разрешенной областях в рамках квазиклассического приближения. Оцените локальную точность.
3. Найдите коммутатор операторов L^2, L_α.

Билет 4

1. Опишите свободное движение частицы в сферической системе координат. Какими квантовыми числами характеризуется движение?
2. С помощью теории возмущений найдите поправки к энергии основного состояния гармонического осциллятора с возмущением вида $V=\alpha x^3$.
3. Найдите коммутатор операторов проекций моментов импульса.

Билет 5

1. Орбитальный момент, его связь с оператором поворота. Повышающие и понижающие операторы. Матричное представление операторов момента.
1. Примените метод ВКБ к гармоническому осциллятору. Сравните ответы с точными.
2. На частицу, находящуюся при t=-∞ в основном состоянии в бесконечно глубокой яме с прямоугольными стенками (ширина ямы a), накладывается слабое однородное поле, изменяющееся во времени по закону $V(x,t)=-xF_0exp(-t^2/\tau^2)$. Вычислите в первом порядке теории возмущений вероятности возбуждения различных состояний частиц при $t\rightarrow+\infty$.

Билет 6

1. Оператор орбитального момента в декартовых координатах. Преобразование вращения. Коммутационные соотношения.
2. Выведите формулу Золотого правила Ферми.
3. Найдите спектр энергии в атоме водорода. Какими квантовыми числами характеризуются уровни?

Билет 7

1. Опишите принцип работы анализатора Штерна-Гелаха.
2. Стационарная теория возмущений в случае вырождения. Задача об электроне в поле двух одинаковых ядер. Правильные функции нулевого приближения. Интегралы перекрытия.
3. Выразите оператор поворота R_α, описывающий преобразование волновой функции частицы при вращении системы координат на угол α относительно оси, направление которой в пространстве определяется единичным вектором $\boldsymbol{n}$, через оператор момента импульса.

Билет 8

1. Оператор орбитального момента. Спектр энергий и собственные функции симметричного ротатора.
2. Квазиклассическое приближение. Задача о потенциальной яме. Правила квантования Бора-Зоммерфельда.
3. Найдите расщепление первого возбужденного уровня энергии плоского симметричного гармонического осциллятора под действием возмущения вида $V=\alpha xy$ в первом порядке теории возмущений.

Билет 9

1. Спин. Многокомпонентная волновая функция. Опыт Штерна-Герлаха. Спиновая переменная. Инфинитеземальное преобразование вращения и оператор спина.
2. Стационарная теория возмущений в случае вырождения. Секулярное уравнение. Правильные функции нулевого приближения.
3. Найдите значения энергии, при которых частицы не отражаются от потенциального барьера $U(x)=\alpha[\delta(x)+\delta(x+a)]$.

Билет 10

1. Преобразование спиновой волновой функции при конечном вращении. Явные выражения для спина ½.
2. Симметрия по отношению к преобразованию инверсии. Истинные и псевдо- скаляры, векторы и тензоры. Четность различных сферических гармоник.
3. Найдите коэффициент прохождения частиц через прямоугольный барьер

   $U(x)=0; \quad x<0;$

   $U(x)=U_0; \quad 0<x<a;$

   $U(x)=0; \quad x>a.$

   Рассмотреть случаи $U_0>0$ и $U_0<0$.

Билет 11

1. Спин ½. Матрицы Паули. Коммутационные и антикоммутационные соотношения. Алгебра матриц Паули. Собственные числа и собственные функции операторов проекций спина.
2. С помощью теории возмущений найдите поправки к энергии гармонического осциллятора для возмущения вида $V=\alpha x^4$.
3. Доказать, что для потенциального барьера произвольной формы выполняется соотношение $R(E)+T(E)=1$, R и T – коэффициенты отражения и прохождения, соответственно. Рассмотрите потенциальный барьер наиболее общей формы:

   $$\lim_{x\to-\infty} U(x)=0;$$

Билет 12

1. Теория возмущений в случае вырождения. Напишите явные формулы для задачи о двукратном вырождении.
2. Оператор спина. Коммутационные соотношения. Собственные числа и собственные функции операторов спина. Матричные элементы.
3. Найти электрический потенциал, создаваемый атомом водорода, находящимся в основном состоянии.

Билет 13

1. Вам достался билет-джокер.
2. Тяните три билета и выбирайте: на какой из них Вы будете отвечать.

Билет 14

3. Оператор орбитального момента. Спектр энергии и собственные функции плоского ротатора.
4. Нестационарная теория возмущений. Общая теория.
5. Для кулоновского потенциала $U(r)=-\gamma/r$ ($\gamma>0$) оцените энергию основного состояния, пользуясь пробной функцией вида $\Psi(r)\sim exp(-\alpha r^2/2)$, где α - вариационный параметр. Сравните результат с точным решением.

Билет 15

1. Существование связанного состояния в двумерной мелкой прямоугольной яме. Зависимость энергии связи от глубины ямы.
2. Нестационарная теория возмущений. Золотое правило Ферми.
3. Найдите собственные значения энергии и волновые функции частицы в потенциале ($\alpha>0$)

   $U(x)=\alpha\delta(x);\quad |x|<a;$

   $U(x)=\infty;\quad |x|>a.$

   Отдельно рассмотрите случай $m\alpha a/\hbar^2>>1$.

Билет 16

1. Одномерное уравнение Шредингера. Решение задач с дельта-функцией в потенциале. Граничные условия.
2. Стационарная теория возмущений. Общая теория.
3. Найдите собственные значения оператора $f=aI+\boldsymbol{b\sigma}$ (a - число, $\boldsymbol{b}$ - вектор, $\boldsymbol{\sigma}$ - вектор из матриц Паули, I – единичная матрица).

Билет 17

1. Движение в центральном поле. Общие свойства. Центробежная энергия.
2. Теория возмущений в случае периодического воздействия. Найдите вероятности переходов между уровнями в бесконечно глубокой яме под действием однородного гармонического поля.
3. Найти собственные значения и собственные функции операторов проекций спина для частицы со спином $s=\frac{1}{2}$.

Билет 18

1. Покажите, что произвольная функция от матриц Паули $f(aI+\boldsymbol{b\sigma})$ сводится к линейной и найдите её.
2. Нестационарная теория возмущений. Резонансный случай.
3. Определите коэффициенты отражения и прохождения частиц в случае потенциала $U(x)=\alpha\delta(x)$. Рассмотрите предельные случаи $E\to\infty$ и $E\to 0$.

Билет 19

1. С помощью прямого вариационного принципа оцените энергию основного состояния атома водорода.
2. Квазиклассическое приближение. Выведите формулу для набега фазы при отражении от линейного слоя.
3. Для двумерной потенциальной ямы конечной глубины:

   $U(r)=-U_0;\qquad r>R;$

   $U(r)=0;\qquad r<R,$

   оцените энергию основного состояния, используя пробную функцию вида:

   $\Psi(r)\sim\cos(\pi r/(2R));\qquad r<R;$

   $\Psi(r)=0;\qquad r>R.$

Билет 20

1. Туннельный эффект. Квазиклассическое приближение. Задача о прохождении через барьер.
2. Какова интенсивность и поляризация выходящих из анализатора Штерна-Герлаха электронных пучков, если падающий пучок поляризован вдоль некоторой оси, не совпадающей с осью анализатора.
3. Для частицы, находящейся в состоянии Ψ_{lm} с определенными значениями момента l и его проекции m на ось z найдите среднее значение проекции момента на ось z', составляющую угол α с осью z.

Билет 21

1. С помощью правила Бора-Зоммерфельда найдите уровни энергии в треугольной яме.
2. Сведение задачи двух взаимодействующих между собой тел к движению в центральном поле.
3. На плоский ротатор, имеющий дипольный момент $\boldsymbol{p}$, наложено однородное электрическое поле, меняющееся во времени по закону $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\ exp(-|t|/\tau)$. До включения поля ротатор имел определенное значение проекции момента импульса m. Вычислите в первом порядке теории возмущений вероятности измерения различных значений проекции момента импульса и энергии ротатора при $t\to+\infty$.

Билет 22

1. По теории возмущений найдите поправку к волновым функциям одномерного гармонического осциллятора из-за наложения однородного поля. Сравните с точным решением.
2. Квазиклассическое приближение. Метод Цвана. Правило сшивки волновых функций на границе классически запрещенной и разрешённой областей.
3. Произвольный линейный оператор L, действующий в пространстве спиновых переменных для частиц с $s=½$, является квадратной матрицей 2-го ранга. Какие ограничения накладывает эрмитовость оператора L на элементы этой матрицы? Найдите собственные значения такого эрмитова оператора.

Билет 23

1. Покажите, что матрицы Паули антикоммутируют между собой.
2. Связанные состояния электрона в атоме водорода. Спектр и собственные функции.
3. Найдите энергию и волновую функцию локализованного состояния в потенциале $U(x)=-\alpha\delta(x)$.

Билет 24

1. В явном виде найдите нормированные собственные функции основного и первого возбужденного состояний гармонического осциллятора с помощью операторов рождения и уничтожения.
2. Свободное движение в сферических координатах. Сферические функции Бесселя и их выражения через элементарные функции.
3. Найдите приближенное значение энергии основного состояния частицы в потенциальной яме вида $U(x)=\gamma|x|$, используя пробную функцию $\Psi_\alpha(x)\sim exp(-\alpha x^2/2)$, где α - вариационный параметр.

Билет 25

1. Оператор четности. Закон сохранения четности. Связь четности с орбитальным моментом.
2. Двумерный гармонический осциллятор. Собственные функции и спектр энергии.
3. Частица находится внутри непроницаемого эллипсоида вращения, т.е.

$$U(\mathbf{r})=0;\quad (x^2+y^2)/a^2+z^2/b^2<1,$$
$$U(\mathbf{r})=\infty;\quad (x^2+y^2)/a^2+z^2/b^2>1,$$

причем $\varepsilon=(a-b)/a<<1$. Найдите в первом порядке теории возмущений сдвиг энергии основного состояния частицы по отношению к уровню энергии частицы в непроницаемой сфере радиуса a.

Билет 26

1. Оператор орбитального момента. Пространственный симметричный ротатор.
2. Гармонический осциллятор. Подход операторов рождения и уничтожения. Вычисление нормированных собственных функций и матричных элементов.
3. Найдите приближенное значение энергии основного состояния частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечными стенками используя пробную функцию вида $\Psi(x)\sim x(x-a)$. Сравните результаты с точным решением.

Билет 27

1. Сферические гармоники. Определения, нормировки. Явные выражения для $l=0;\ 1$.
2. Связанные состояния электрона в атоме водорода. Выражение для собственных значений энергии. Связь главного и радиального квантовых чисел. Степень вырождения. Наличие дополнительного вырождения.
3. Найдите спектр частицы, находящейся в потенциале вида $U(x,y)=k(x^2+y^2)/2+\alpha xy$ ($|\alpha|<k$).

Билет 28

1. С помощью представления повышающего оператора l_+ в сферической системе координат, найдите явный вид сферической гармоники $Y_{l,l}(\theta,\varphi)$
2. Кулоново поле. Безразмерные переменные, кулонова система единиц. Оцените боровский радиус и энергию основного состояния с помощью принципа неопределенности.
3. Найдите приближенное значение энергии основного состояния частицы в потенциальной яме вида $U(x)=kx^2/2$ (гармонический осциллятор), используя пробную функцию вида $\Psi_a(x)\sim(1+x^2/a^2)^{-1}$, где a – вариационный параметр. Сравните результат с точным решением.

Билет 29

1. Как с помощью операторов момента построить выражения для сферических гармоник,
2. Оператор конечных вращений. Определение интенсивностей пучков в опытах Штерна-Герлаха при вращении анализатора.
3. Найти приближенное значение энергии основного состояния частицы в потенциальной яме вида $U(x)=kx^2/2$ (гармонический осциллятор), используя пробную функцию вида $\Psi_a(x)\sim(1+x^2/a^2)^{-1}$, где a – вариационный параметр. Сравните результат с точным решением.

Билет 30

1. Вариационный принцип. Осцилляционная теорема. Существование связанного состояния в одномерной мелкой яме.
2. Оператор орбитального момента. Собственные функции и числа. Явные выражения для операторов орбитального момента в сферических координатах.
3. На частицу в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины a $(0<x<a)$ наложено возмущение вида $V(x)=V_0\cos^2(\pi x/a)$. Рассчитайте изменение энергетических уровней частицы в первых двух порядках теории возмущений.

Билет 31

1. Движение электрона в однородном магнитном поле. Решение задачи в калибровке Ландау. Спектр энергии, влияние спина.
2. Матричные элементы операторов спина 1.
3. Найдите коэффициент отражения от потенциальной ямы с потенциалом $U(x)=-\alpha\delta(x)$.