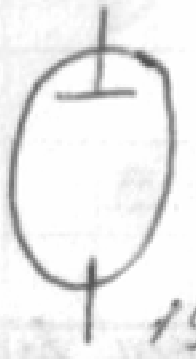
Физическая электроника



вак. диод 1904

1906 - триод Ли Де Форест

1914-16 - радио

1922 - радиолокация

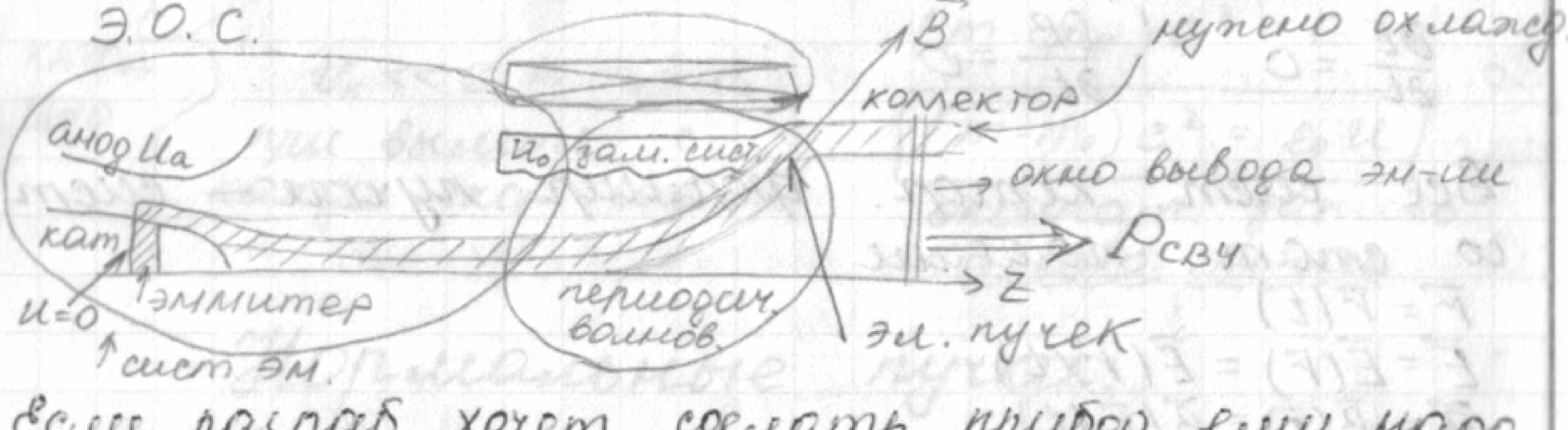
1948г. - появился 1-ый транзистор (был не соверш.), но к 60-му году полупр. эл-ка стала мощно развив-ся, и казалось, что она вытеснит физ-ю эл-ку, но у полупр-ов есть огромный недостаток - они не выдерж-ют большую мощ-ть (нач-ют плавиться)

Мощные приборы (приборы физ. эл-ки)

$f \geq 10^8 \div 10^{12}$ Гц

Мощ. $P \geq 1$ кВт - 100-1000 МВт

Пример: ЛБВ - релятивистская (лампа бегущей волны)



Если разраб. хочет сделать прибор, ему надо решить:

1. Как получить ток I?
2. Как сформиров. пучек? → элект. опт. зад
3. Как преобраз. эн-ю пучка → эн. СВЧ
4. Куда деть пучек + э/м волну?

⇒ 1) элек. эмиссия
2) эл. оптика
3) Теория СВЧ приборов

(I) → (II) → (III) в этом по- макс [illegible] курс

Блок-схема ∀ мощ. эл. прибора.

сист. эмис. элект	→	сист. форм. электрон. пучка	→	сист. вз. пучка и э/м поля	→	сист. вывод $P_{СВЧ}$ + эл. пучка
катод		электр. оптич. сист.		резонатор волновод		окна вывода + выход волн коллектор

РАЗДЕЛ 1.

Электронная оптика.

Будем работать в сист. СИ.
основные константы:

$$e_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ Кл$$
$$m_0 = 9{,}108 \cdot 10^{-31}\ кг$$
$$\eta = \frac{e_0}{m_0} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \frac{Кл}{кг}$$
$$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ м/с \qquad E - В/м$$
$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м \qquad B - Т\,(10^4\ Гс)$$

Интеграл энергии.

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial B}{\partial t} = 0$$

Все сист. котор. формир. пучки — сист. со стат. полями

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$
$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(\vec{r}/t)$$
$$\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(\vec{r}/t)$$

ур. движения:

$$\frac{d}{dt} m\vec{v} = -e_0\vec{E} - e_0[\vec{v}, \vec{B}] \quad /{}^{*}\vec{v}$$

$$\vec{v}\frac{d}{dt} m\vec{v} = -e(\vec{v}, \vec{E}) \qquad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ — релятив. масса}$$

Преобразуем лев. часть ур-ния:

$$\vec{v}\,\frac{d}{dt} m\vec{v} = \frac{2m\vec{v}}{2m}\,\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{1}{2m}\,\frac{d}{dt}(m\vec{v})^2 \ominus$$

с другой стороны $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow$

возведем в квадр. и домножим на знам-ль

$$(m\vec{v})^2 - (mc)^2 = -(m_0 c)^2 = const$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v})^2 = \frac{d}{dt}(mc)^2$$

$$\ominus\ \frac{1}{2m}\,\frac{d}{dt}(mc)^2 = \frac{2mc^2}{2m}\,\frac{dm}{dt} = \boxed{\frac{d}{dt}(mc^2)}$$ лев. часть

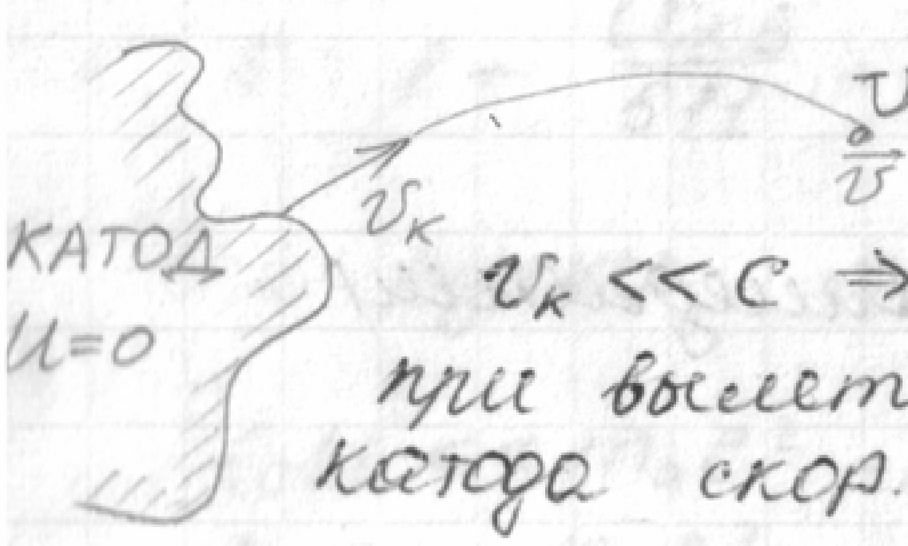
Преобразуем прав. часть: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $E = -\mathrm{grad}\,U$

$$\frac{dU}{dt} = \underbrace{\frac{\partial U}{\partial t}}_{0} + \overbrace{\frac{\partial U}{\partial \vec{r}}}^{-E}\,\overbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}^{v} = \boxed{-(\vec{E},\vec{v})}$$ прав. часть

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} mc^2 = e_0 \frac{dU}{dt}$$

$$\boxed{mc^2 - e_0 U = W = const}$$ - интеграл энергии

при движении в эл-стат. полях такая величина сохр-ся.



$v_к << c \Rightarrow m_к = m_0$

при вылете с катода скор. мала

$$m_к c^2 - e_0 \cdot 0 = mc^2 - e_0 U$$

$$(m - m_к)c^2 = e_0 U$$

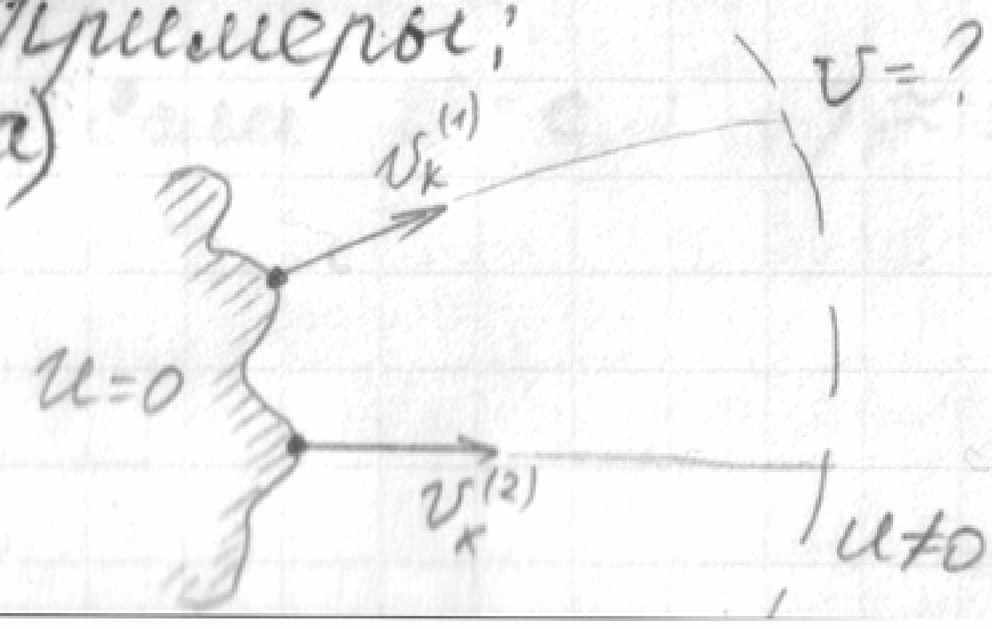
$$\boxed{(m - m_0)c^2 = e_0 U}$$

окончат. запись з. сохр. эн-ии

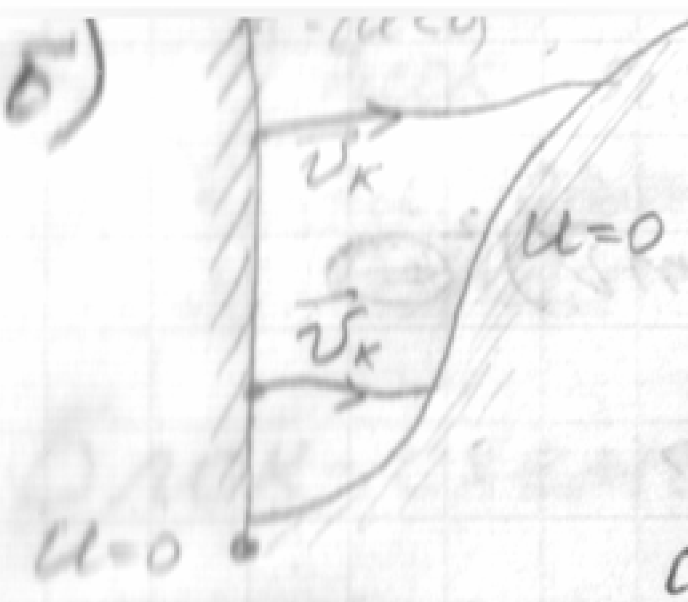
Нормальные пучки.

Примеры;

а)



И вышли и пришли с разной скор-ю.

Эл., котор. попали на одну эквипотенциаль имеют разные модули скор-ти ⇒ 0 скор. ничего не м. сказать б) 

Эл. вылетели с одинак. скор-мо на эквипот. пришли с разной.

Снова электр., оказавшиеся на одной и той же эквипот-ли, имеют различ. скор-ти ⇒ ничего сказать не можем ⇒ в дальнейшем рассм-ть не будем.

Опр: Нормальный пучек – пучек у которого модуль скор-ти явл-ся однознач. ф-ей потенциала

Вернемся к з.с.э.: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx m_0\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)$

$\frac{v}{c} << 1$, $m_к = m_0\left(1 + \frac{v_к^2}{2c^2}\right) \longrightarrow \boxed{(m - m_к)c^2 = eU}$

$(m - m_0)c^2 = e_0 U$ $\qquad m_0 \frac{v^2}{2} = e_0(U + U_0)$

$m_0 \frac{v^2}{2} - m_0 \frac{v_к^2}{2} = e_0 U$ $\qquad \boxed{m_0 \frac{v_к^2}{2} = e_0 \underset{эф.\ потенц.}{U_0}}$

$$\boxed{v = \sqrt{2\eta(U + U_0)}}$$

$\left.\begin{matrix} U \sim 100В \\ U_0 \sim 0{,}1В \end{matrix}\right\}$ $v = \sqrt{2\eta U}$

Во многих приборах ∃ коэф. замедления для ЛБВ: $\xi = \frac{c}{v}$

Сосчит. ξ, польз-сь зак. сохр. эн-ии

$$\xi_0 = \frac{c}{v_{нерелят.}} = \frac{c}{\sqrt{2\eta U}} = \frac{16}{\sqrt{U_{кВ}}}$$

$$\boxed{\xi = \xi_0 \frac{1 + \frac{1}{2}\xi_0^{-2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}\xi_0^{-2}}}} \quad (*)$$

Задача 1: Док, что имеет место ф-ла (*)

U_B	0,1	1	10	100	1000	10кВ	100кВ	1МВ
ξ_0	1600	505	160	50,5	16	5,05	1,6	0,5
ξ	1600	505	160	50,5	16,02	5,13	1,83	1,06

$$\boxed{\xi = \frac{c}{v} > 1}$$

1) До 100кВ, ξ_0 и ξ практ-ки одно и тоже $\Rightarrow$ м. польз. нерелят. прибл. ξ_0 не учит. трелят.

2) После 100кВ только ξ, т.к. напр. 1МВ, $\xi_0 = 0,5 < 1$ - чего быть не может.

Во многих расчетах, где энергии релятив. $\exists$ отнош. $\gamma = \frac{m}{m_0}$

$(m - m_0)c = e_0 U \; / : m_0 c^2$

$\frac{m}{m_0} - 1 = \frac{e_0 U}{m_0 c^2}$

$\frac{m}{m_0} = \gamma = 1 + \frac{eU}{m_0 c^2}$

$\gamma = 1 + \frac{U_{кВ}}{511}$

все пучки м. разделить на 3 типа:

$e_0 U << m_0 c^2$ - нерел. $(m \approx m_0)$

$e_0 U \sim m_0 c^2$ - рел. пучки $(m \approx (2-5) m_0)$

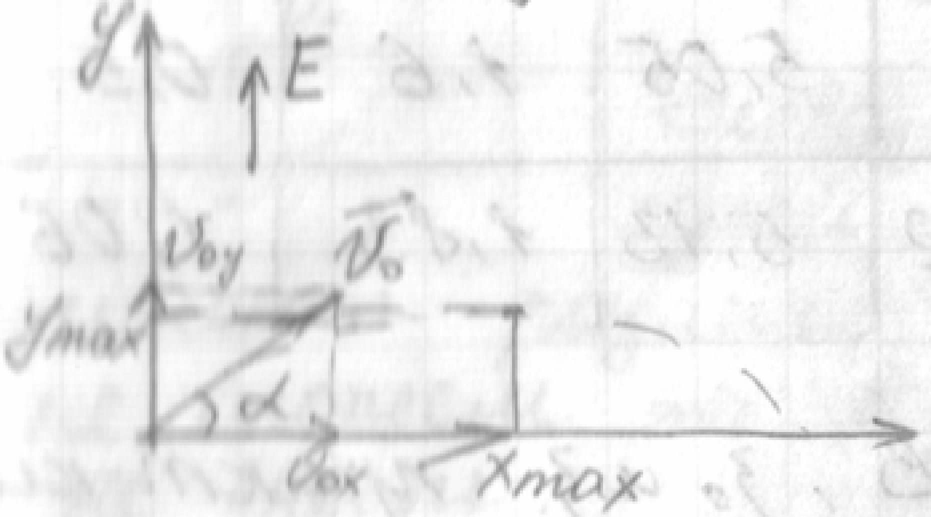
$e_0 U >> m_0 c^2$ - ультрарел. $(m >> m_0)$

$\gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \longrightarrow \xi = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{1 - 1/\gamma^2}}$

если $v = c$: $\xi \approx 1 + \frac{1}{2\gamma^2}$

Задачи: Движение эл-ов в однород. э/м полях:

1^0. Однород. $E = const$



$\frac{v}{c} \ll 1$, $t=0$: $\begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix}$ $\vec{v} = \vec{v_0}$

$$\left.\begin{matrix} y = -\frac{\eta}{2}Et^2 + v_{0y}t \\ x = v_{0x} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_{0x}}$$

$$y = -\frac{\eta E}{2}\frac{x^2}{v_{0x}^2} + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x$$

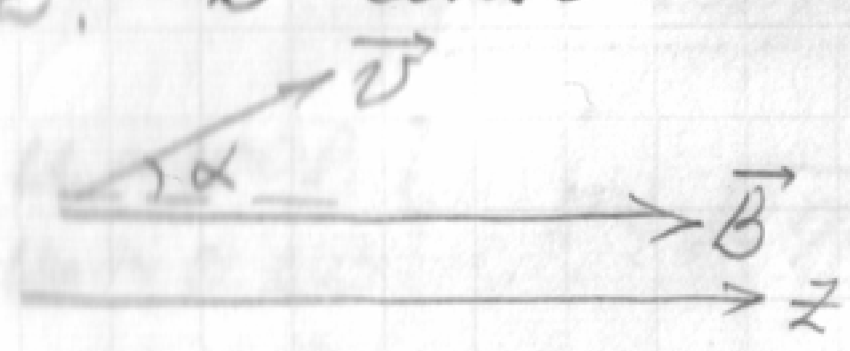
Продиффер: $\frac{dy}{dx} = 0$

$x_m = \frac{v_{0y}v_{0x}}{\eta E}$ $y_m = \frac{v_{0y}}{2\eta E}$

Задача 2: Рассчитать релятив. движ. электр. (найти трактор.) считая $v_{0y} = 0$

Какая б. картинка (Ландау Лифш. (теория поля)

2^0. $B = const$



$$\overbrace{\frac{d}{dt}m\vec{v} = -e_0[\vec{v}\vec{B}]}^{F_л \perp \vec{v} \Rightarrow |\vec{v}| = const \Rightarrow m = const} \Rightarrow$$

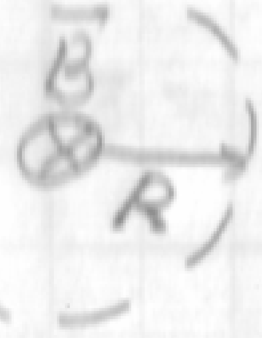
$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e_0}{m}[\vec{v}, \vec{B}]$$

$\vec{v} = \vec{v_{\parallel}} + \vec{v_{\perp}}$

$\frac{d\vec{v_{\parallel}}}{dt} = 0 \Rightarrow v_{\parallel} = const$

$\frac{d\vec{v_{\perp}}}{dt} = -\frac{e_0}{m}[\vec{v_{\perp}}, \vec{B}]$

$\vec{v} = \vec{v_{\parallel}} + \vec{v_{\perp}} \Rightarrow v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = const \Rightarrow \boxed{|\vec{v_{\perp}}| = const}$



Ускорение: $a = \left|\frac{d\vec{v_{\perp}}}{dt}\right| = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$

$|a_{\tau}| = \frac{d}{dt}|v_{\perp}| = 0$

$\Rightarrow a = a_n$

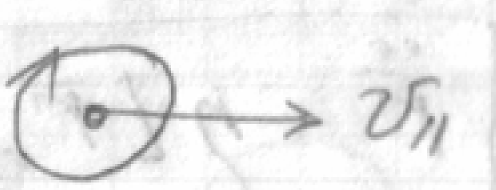
$$a_n = \frac{v_\perp^2}{R} = \frac{e_0}{m} v_\perp B$$

$$R = \frac{v_\perp}{\frac{e_0}{m} B} = const$$

$$\boxed{\omega_c = \frac{e_0}{m} B}$$ – циклотр. частота

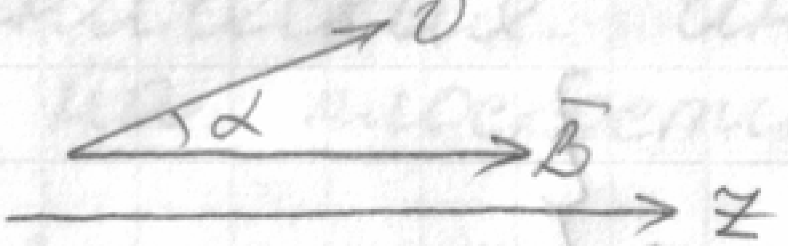
$$\frac{v}{c} \ll 1 \longrightarrow \omega_{c0} = \eta B$$

т.о. движе. происх. в $2^х$ видах: движение ведущего центра (равномер. прямолин. дв-ие) + вращение:



Задача 3: Показ. что вращ. эл-на происх. против. час. стрелки если маг. поле смотрит на нас.

Пример:



$\alpha = 30°$
$U = 1000 В$
$B = 1000 Гс = 0,1 Т$

Найдем основ. хар. – частоту, шаг, ...

$m = m_0 \quad \omega_c = \eta B = 1,76 \cdot 10^{11} \cdot 0,1 = 1,76 \cdot 10^{10}$

$\nu = \frac{\omega_c}{2\pi} = 3 \cdot 10^9$ Гц ($\lambda = 10$ см)

Замедление: $\xi = \frac{16}{\sqrt{U_{кв}}} = 16$

$$v = \frac{c}{\xi} = \frac{3 \cdot 10^8}{16} \approx 2 \cdot 10^7$$

Компон. скор-ти: $v_\perp = v \sin\alpha = 2 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{2} = 10^7$ м/с

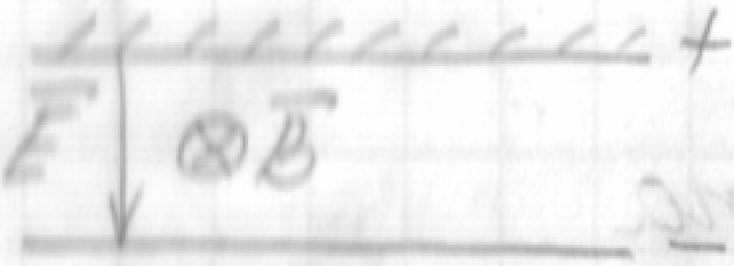
$v_{\parallel} = v \cos\alpha \approx 1,7 \cdot 10^7$ м/с

$R = \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{10^7}{1,76 \cdot 10^{10}} = 0,6$ мм – радиус вращения

$h = v_{\parallel} T_c = 6$ мм – шаг

3° Движение в скрещенных полях.

E = const B = const $\vec{E} \perp \vec{B}$



$$\frac{d}{dt} m\vec{v} = -e_0 \vec{E} - e_0 [\vec{v}, \vec{B}]$$

$$\frac{v}{c} \ll 1 ;$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \eta [\vec{v}, \vec{B}] = -\eta \vec{E}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\boxed{\ddot{\vec{r}} + \eta [\dot{\vec{r}}, B] = -\eta \vec{E}}$$

решение ищем как Σ о.о. и ч.н.

$\vec{r} = \vec{r}_{общ} + \vec{r}_d$ ($\vec{r}_{общ}$ — решен. в пред. зад.)

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{\vec{r}} + \eta [\dot{\vec{r}}, \vec{B}] = -\eta \vec{E} \\ &\vec{r} = r_{общ} + r_d \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_{общ} + \vec{v}_d \end{aligned}\right\}$$

?

б. искать частное реш., такое, чтобы скор. было const

$\ddot{r}_d = 0$ $\vec{v}_d = const$

$[\vec{v}_d, \vec{B}] = -\vec{E} \;|\times \vec{B}$

$[\vec{B}[\vec{v}_d \vec{B}]] = -[\vec{B}, \vec{E}] = [\vec{E}, \vec{B}]$, раскр. 2-е вект. произв.

$\vec{v}_d B^2 - \vec{B}(\vec{v}_d, \vec{B}) = [\vec{E}, \vec{B}]$

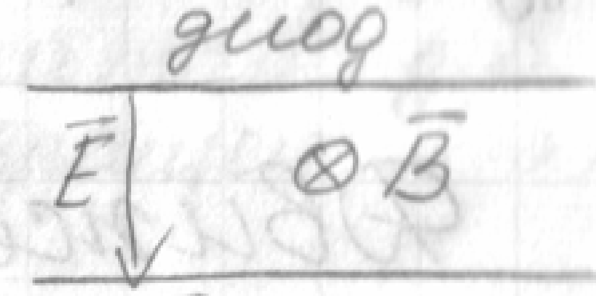
Б. искать не просто const, но и $\vec{v}_d \perp B$

$(\vec{v}_d, \vec{B}) = 0$

т.о. $\vec{v}_d = \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{B^2}$, т.е. поле статич. $\Rightarrow v = const$
а т.к. $\exists$ вект. произв. $\Rightarrow v_d \perp B$

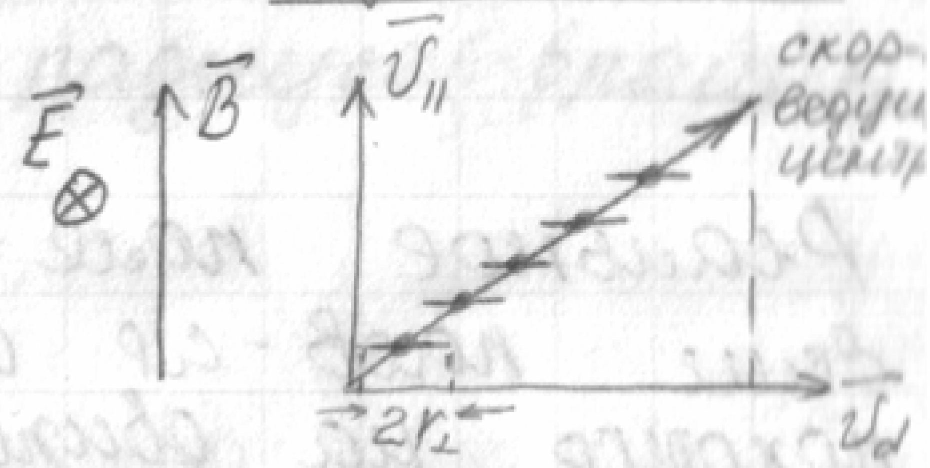
$E \perp B$, $v_d = \frac{E}{B}$ — модуль скорости

частное реш: v_d – дрейфовая скор-ть
А у нас есть еще и общее реш. ⇒ ē движ по винтов. линии и + смещается ⊥ E и B



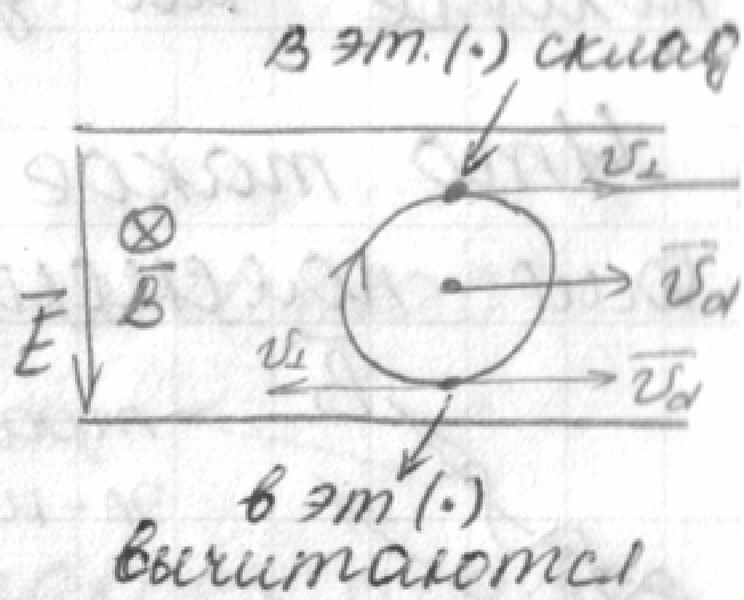
Тогда $\vec{v} = \underbrace{\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_d}_{\text{дв-е ведущего центра}} + \underbrace{\vec{v}_{\perp}}_{\text{вращение}}$

Нарисуем проекции: вид сверху:

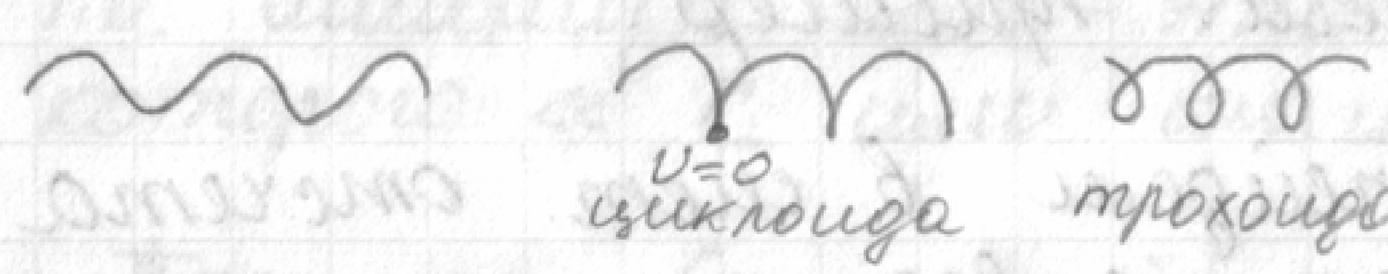


Как б. движ. ē в зав-ти от скоростей:

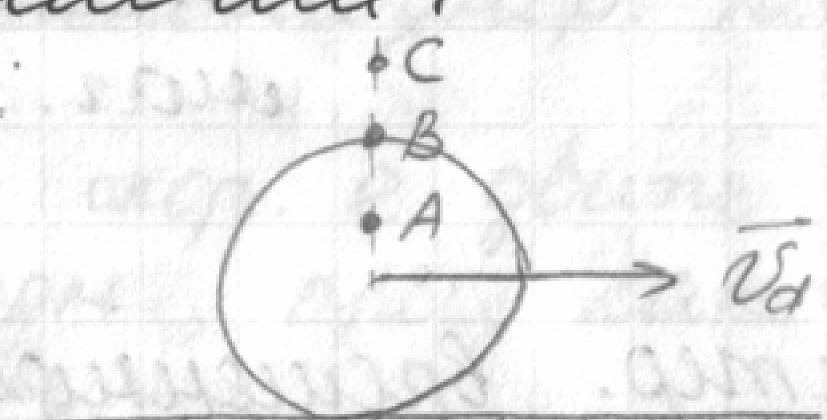
вид сбоку:



$v_d > v_{\perp}$ $\quad v_{\perp} = v_d$ $\quad v_d < v_{\perp}$

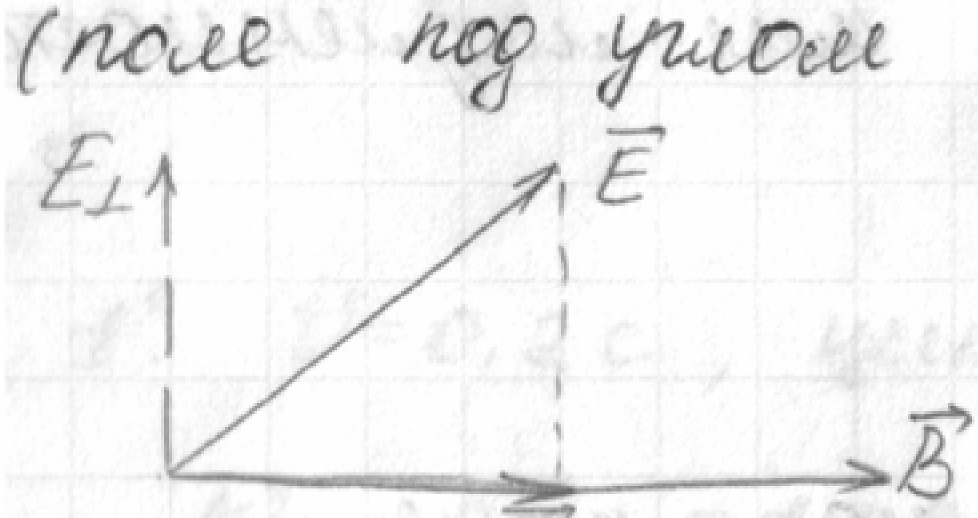


Механическая аналогия:
колесо на плоскости.



⇒ (·) A движ
(·) B движ
(·) C движ

Пусть поля не скрещённые:
(поле под углом к магнитному)



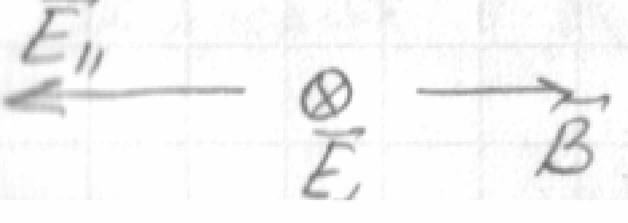
$$\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}$$

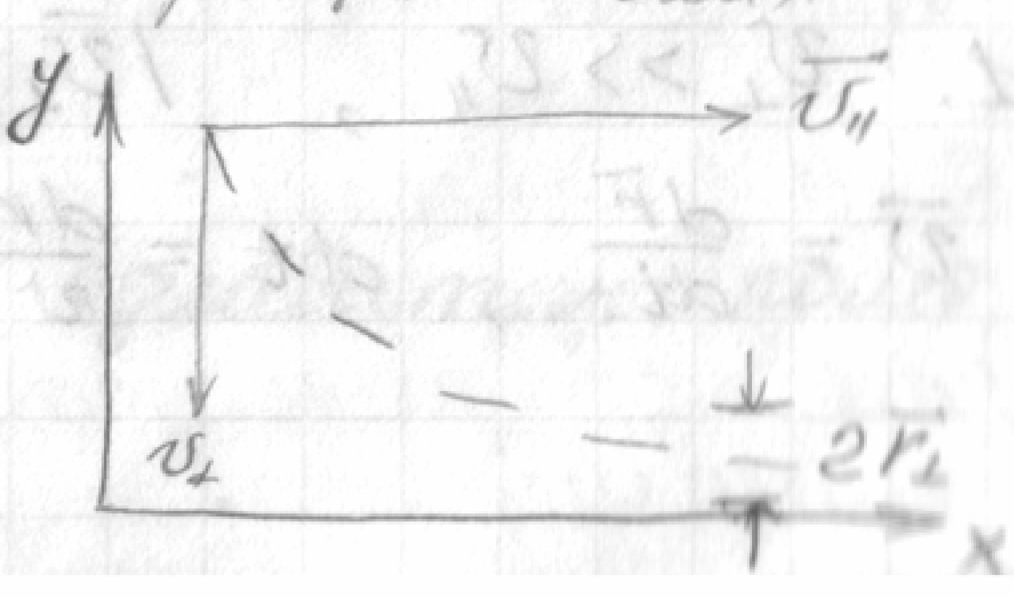
$$\frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = -\eta \vec{E}_{\parallel}$$

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = -\eta \vec{E}_{\perp} - \eta[\vec{v}_{\perp}\vec{B}]$$

т.о. движ. раскл. на 2 — скрещен. полях + равноускор-е

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel 0} + \vec{v}_{\parallel уск.} + \vec{v}_d + \vec{v}_d$$



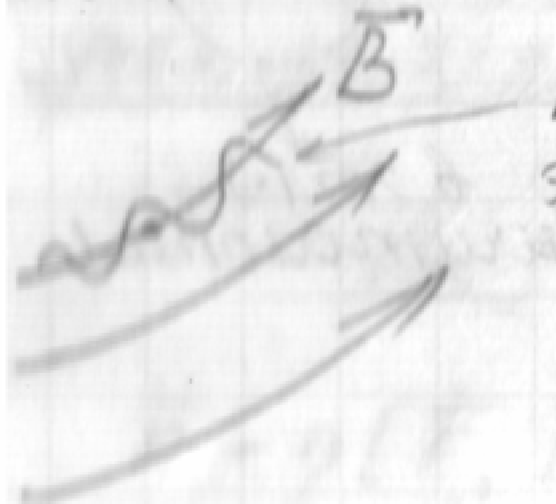


Движ. ē во всех этих задачах (когда есть однород. м.п.) м. предст. Σ простых: движение ведущ. центра + вращение.

Движение в слабых неоднород. полях.

Реальное поле всегда неод-но;
если набл-ся слабонеодн-ть, то дв. ē д.б. похоже на движ. в однород. полях.

Что такое слабонеоднород. поле?
Для пояснения рассм. пример:



Перейдем в сист. отсчета связан. с ведущим центром в этой сист. ē видит перем. маг. поле.

$$\frac{d\bar B}{dt} \neq 0$$

Характер. временной масштаб - это циклотрон. период $\boxed{T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}}$

Условие слабой неоднор-ти или медленность измен. поля во времени:

$$T_c \left| \frac{dF_i}{dt} \right| \ll F_i \quad (*)$$

F_i - $\forall$ компон. элект. или маг. поля
знаем $\bar v = \bar v_\parallel + \bar v_\perp$
рассмотрим 2 случая:

1. $v_\perp \gg v_\parallel$, $|\bar v_\perp| \approx |\bar v|$

$\bar v = \frac{d\bar r}{dt}$, $dt = \frac{dr}{v} = \frac{dr}{v_\perp}$ подстав dt в $(*)$

$$T_c \left|\frac{dF_i}{dr}\right| v_\perp = \underbrace{T_c v_\perp}_{\text{путь } \bar{e} \text{ за циклот. период } 2\pi r_\perp} \left|\frac{dF_i}{dr}\right| = \underbrace{2\pi r_\perp}_{\text{(длина окр)}} \left|\frac{dF_i}{dr}\right| << F_i$$

$\Rightarrow r_\perp \left|\frac{dF_i}{dr}\right| << F_i$ (хар-ый масштаб д.б. << радиуса вращен.)

поле д. слабо меняться на радиусе вращен

2. $v_\parallel >> v_\perp$

$dt = \frac{dr}{v_\parallel}$ $\quad \underbrace{T_c v_\parallel}_{h} \left|\frac{dF_i}{dr}\right| << F_i$

$h \left|\frac{dF_i}{dr}\right| << F_i$

Т.о. слабонеодн. поле - это поле, масштаб которого << $r_\perp$ или шага h

Пример: (характ-й что же такое слабонеодн. и сильнонеоднор. поле)

При какой скор. $\bar{e}$ движе. проис. в слабонеодн., при какой - в сильнонеодн.

$L_B \sim \frac{B}{\frac{dB}{dr}}$ $\quad$ Масштаб маг. п. (диаметр Зем.)

$L_B \simeq D \simeq 10^4$ км $= 10^7$ м

$B_3 = 0{,}2\,Гс = 2\cdot 10^{-5}\,T$

1°. $v = 0{,}2c$, циклотр. частота:

$\omega_c = \eta B_3 = 1{,}76\cdot 10^{11}\cdot 2\cdot 10^{-5} \approx 3\cdot 10^6$

$r_\perp = \frac{v}{\omega_c} = \frac{0{,}2\cdot 3\cdot 10^8}{3\cdot 10^6} = 20$ м

$\underline{r_\perp << L_B} \rightarrow$ адиаб. поле

Слабонеоднород. поле - это адиабатич. поле

2°. $v = 0{,}995c$ (релятив. эл-н)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 10$$

$$\omega_c = \frac{e}{m}B = \frac{e}{m_0}\frac{m_0}{m}B = \eta\frac{B}{\gamma} = 3\cdot10^5$$

$$r_\perp = \frac{c}{\omega_c} = \frac{3\cdot10^8}{3\cdot10^5} = 10^3 \text{ м} \ll L_B \rightarrow$$

далее при такой скор. дв. б. адиабатич.

3°. $\gamma = 10^5$ (ультрарелятив. эл-н)

$$\gamma = 1 + 2U_{MB}$$

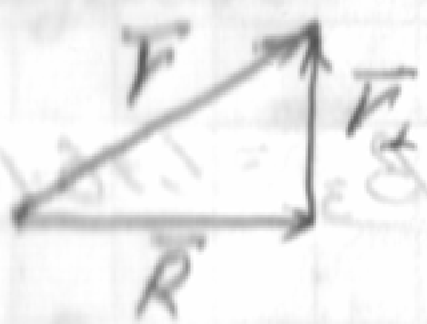
$$U_{MB} = \frac{\gamma-1}{2} = 5\cdot10^4 \text{ МВ}$$

$$\omega_c = \frac{\eta B}{\gamma} = \frac{3\cdot10^6}{10^5} = 30$$

$$r_\perp = \frac{c}{\omega_c} \simeq 10^7 \text{ м} \approx L_B$$

Т.о. в маг. поле земли если $\gamma < 10^5$, то поле м. считать слабонеоднородными, если $\gamma \geq 10^5$ - сильнонеоднор. поле.

• Преимущества разделения на слабо- и сильнонеоднородное:



$$\left.\begin{aligned} \vec r &= \vec r_\perp + \vec R \\ \vec v &= \vec v_\perp + \frac{d\vec R}{dt} \end{aligned}\right\}$$

медленные: $\vec R(t)$, $\frac{d\vec R}{dt}(t)$, $|\vec r_\perp(t)|$, $|\vec v_\perp(t)|$

быстрые: $\vec r_\perp$, $\vec v_\perp$

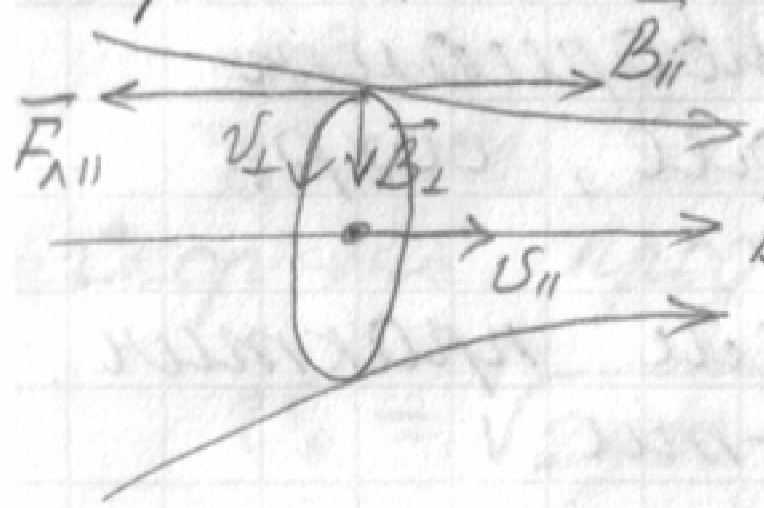
Для описания медлен. ф-ий м. использ. метод усреднения.

(т.о. д. рассмотреть (например) такую величину:

$\vec R(t) = \frac{1}{T_c}\int_t^{t+T_c} \vec F(t)\,dt$, тогда м. вывести радиус-вект. соот. вращ. (и для скор-ей)

Попроб. опис-ть движ. соот-щее вращению:

Пример: $\vec B = \vec B_\parallel + \vec B_\perp$, т.о. появится 2 сост. силы Лоренца:



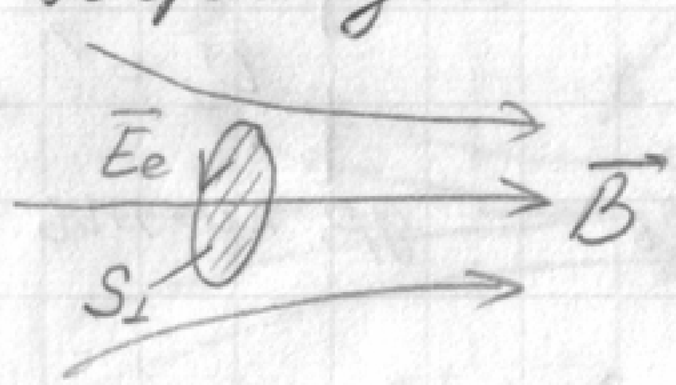
$\vec F_{\Lambda\parallel} = -e_0[\vec v_\perp \vec B_\perp]$ - б. тормозить продольн. дв-ие ē

Но с другой стороны

$$v_\parallel^2 + v_\perp^2 = 2\eta U = const \quad (\text{з. с. эн})$$

$$v_\perp = v_\perp(B)\ ?$$

Переходим к рассмотр. вращения:



$\frac{d\vec B}{dt} \neq 0$ если ē видит перемен. маг. п., то возник. еще вихревое эл. п.

$rot\,\vec E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ - проинт. по площ. $S_\perp$

$$\int_{S_\perp} rot\,\vec E\,\vec n\,dS = -\int_{S_\perp}\left(\frac{\partial \vec B}{\partial t}\right)_n dS \Rightarrow$$

$$\oint E_e\,dl = -\int \frac{\partial B}{\partial t}\,dS$$

Б. считать что поле слабонеоднор. ⇒ внутри площ. $S_\perp$ м. счит. поле однород.

$$\left.\begin{aligned} 2\pi r_\perp E_e &= -\frac{dB}{dt}\pi r_\perp^2 \\ \oint E_e\,dl &= -\int\frac{\partial B}{\partial t}\,dS \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{E_e = -\frac{r_\perp}{2}\frac{dB}{dt}}$$ - вихревое поле

Подстав. в ур. движ., опис. дв. по окр:

$$\frac{d\overbrace{(mv_\perp)}^{=\vec P_\perp}}{dt} = -e_0E_e = e_0\frac{r_\perp}{2}\frac{dB}{dt},$$ $\vec P_\perp$ - импульс

$$r_\perp = \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{v_\perp}{\frac{e_0}{m}B} = \frac{mv_\perp}{e_0B} = \frac{P_\perp}{e_0B}$$

Если подст. в ур. движ-я:

$$\frac{dp_\perp}{dt} = \frac{e_0}{2}\frac{p_\perp}{e_0 B}\frac{dB}{dt}; \quad \boxed{\frac{2dp_\perp}{dt} = \frac{dB}{B}} \Rightarrow$$

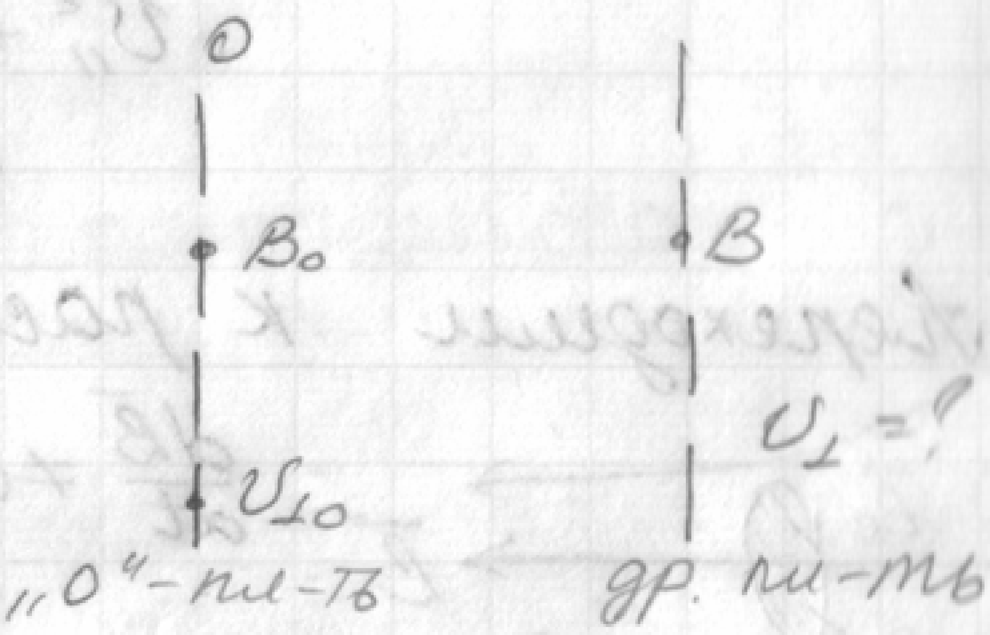
$$\ln p_\perp^2 = \ln B + \ln C \Rightarrow \boxed{\frac{p_\perp^2}{B} = I_\perp = const}$$

$I_\perp$ – поперечный адиабатич. инвариант
т.о. когда ē дв. в адиаб. поле, сохр. поперечн. адиаб. инвар.
Если знаем $I_\perp$, то ⇒ знаем практич. полное опис-е движ. по окр-ти.

$v \ll c$, $I_\perp = \dfrac{v_\perp^2}{B} = const$

$$\frac{v_\perp^2}{B} = \frac{v_{\perp 0}^2}{B_0} \Rightarrow \boxed{v_\perp = v_\perp\sqrt{\frac{B}{B_0}}}$$

т.о. м. найти скор. (в ∀ плоск. знал $I_\perp$



Найдем радиус вращ.: $r_\perp = \dfrac{v_\perp}{\omega_c}$ $\quad \omega_c = \eta B$

т.о. получим, что для вращ. движен. все решается аналитически (диф. уров. нет)

Описание движения ведущего центра

$\dfrac{d\vec{R}}{dt} = ?$

Пусть $v \ll c$ (перелят. дв-ие), т.е. $\dfrac{v}{c} \ll 1$ и $v_d = \dfrac{E}{B} \ll v_\perp$ } приближ. слабого поля

Если применить метод усреднения: то получим выражение:

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \underbrace{v_\parallel \frac{\vec{B}}{B}}_{I} + \underbrace{\frac{[\vec{E},\vec{B}]}{B^2}}_{II} - \underbrace{\frac{v_\perp^2 + 2v_\parallel^2}{2\eta B^3}[\vec{B}, \mathrm{grad}\,\vec{B}]}_{III}$$

т.о. получ. сь диф. ур. по 1-го порядка что из себя предст. кажд. слагаем.

I – опис-т движ. вдоль магн. силовой линии
II – движ. в скрещен. полях
III – градиентный дрейф.

Как вычислить прав. часть?
Вычислим адиаб. инвар-т:

$$\frac{v_\perp^2}{B} = J_\perp \Rightarrow v_\perp = \sqrt{BJ_\perp}$$

Скор-ть прод. дв-ия: $v_\parallel^2 + v_\perp^2 = 2\eta u \Rightarrow$

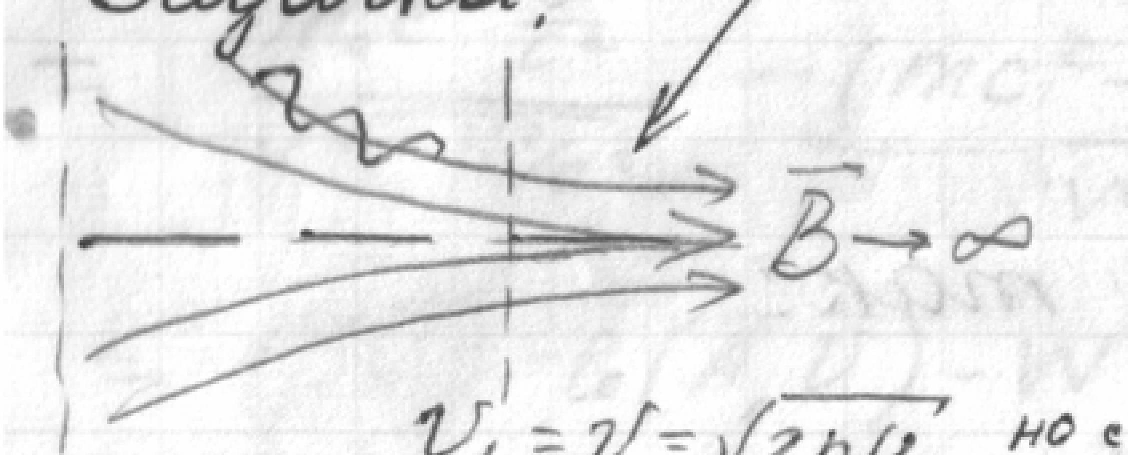
$$v_\parallel = \sqrt{2\eta u - v_\perp^2} = \sqrt{2\eta u - BJ_\perp}$$

Скор-ти опр-ны $\Rightarrow$ прав. часть знаем

Задачка:

сжим-щееся м.п. спсат. присх. медл.

м. ли ē войти в ∞ сильное маг. поле?



$$J_\perp = \frac{v_\perp^2}{B} = const \quad \begin{matrix} B \to \infty \\ v_\perp \to \infty \end{matrix}$$

$v_\perp = v = \sqrt{2\eta u}$ но с др. стор. $v_\perp \le v = \sqrt{2\eta u}$ – const

$\Rightarrow$ скор. элек. не м. превысить $v_\perp$. $\Rightarrow$ доходя до плоскости $v_\perp = v = \sqrt{2\eta u}$ – он развер-ся.
В принципе если напр. ē вдоль оси симметр. и без вращ. то он м. проникнуть в сильн. маг. поле, но в реальности всегда есть далее min вращение.
Т.о. получаем магнитное зеркало.
такие с-мы, где ē отраже-ся наз. маг. зеркалами

Ур-ие Лагранжа для движ-ия заряж. частиц в э/м поле.

$$L(q_1, q_2, q_3 \ldots, \dot{q}_1, \dot{q}_2 \ldots \dot{q}_n)$$

$$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$ – сист. этих ур-ий (ур-й Лагранжа) опис-ет дв-ие нашей с-мы

$n=3$ - число степеней свободы.

$i=1,2,3$ введём единич. орты: $\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{i}_3$

Домножим на эти в-ра ∀ ур-ие и сложим.

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\left[\bar{i}_1\frac{\partial L}{\partial \dot q_1}+\bar{i}_2\frac{\partial L}{\partial \dot q_2}+\bar{i}_3\frac{\partial L}{\partial \dot q_3}\right]}_{\nabla_v L=\bar{P}\text{ - обобщ. импульс}}-\underbrace{\left[\bar{i}_1\frac{\partial L}{\partial q_1}+\bar{i}_2\frac{\partial L}{\partial q_2}+\bar{i}_3\frac{\partial L}{\partial q_3}\right]}_{\nabla_r L=\bar{F}\text{ - обобщ. сила}}=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot q_i}=p_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}=F_i$$

Тогда перепиш. ур-ие так:

$$\frac{d\bar{p}}{dt}-\vec{F}=0 \qquad \begin{matrix}\bar{p}\text{ - обобщ. имп.}\\ \vec{F}\text{ - обобщ. сила}\end{matrix}$$

↓

получим ур-ие Ньютона для обобщ. имп-са и обобщ. силы

Главное - знать ф-ию Лагранжа

Как вычислить ф-ию Лагранжа?

если $\frac{v}{c}\ll 1$ $\quad B=0$

$$L=\overset{\text{кин.}}{T}-\overset{\text{пот.}}{U}$$

У эл-на ф-ия Лагр. б. такой: (если есть м.п и произвольное дв-ие)

$$L=-m_0c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}+e_0u-e_0(\vec{A},\vec{v})$$

Зад: Доказать, что при подст-ке ф-ии Лагр. в ур. Лагр. мы получим ур-ие дв-ия:

$$\frac{d}{dt}m\vec{v}=-e_0\vec{E}-e_0[\vec{v},\vec{B}] \qquad \begin{matrix}\vec{B}=\operatorname{rot}\vec{A}\\ \vec{E}=-\nabla u-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\end{matrix}$$

Реш: Выразим ф-цию Лагр. ч/з обобщ. имп.

$$\vec P = \frac{\partial L}{\partial \vec v} = \frac{\partial L}{\partial v}\frac{\vec v}{v} = -\frac{m_0 c^2}{2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(-\frac{2v}{c^2}\right)\frac{\vec v}{v} - e_0\vec A =$$

$$= \frac{m_0 \vec v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - e_0 A = m\vec v - e_0\vec A = \vec p - e_0 \vec A$$ — выразили сначала обобщ. имп. ч/з обычн.

$$\boxed{\vec P = \vec p + e_0 \vec A}$$

Теперь выразим ф-цию Лагр. ч/з импульс:

$$L = \overbrace{-m_0c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}^{\text{группируем}} - \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + e_0 U - e_0(\vec A,\vec v) =$$

$$= \frac{m_0 c^2 \frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \underbrace{(mc^2 - e_0U)}_{W\text{ - полн. эн-ия}} - e_0(\vec A,\vec v) =$$

$$= (\vec p\vec v) - e_0(\vec A,\vec v) - W = (\vec P - e_0\vec A, \vec v) - W =$$

$$= (\vec P,\vec v) - W$$

$$\boxed{L = (\vec P,\vec v) - W}$$

если $\frac{v}{c} \ll 1$ $\quad \vec P = m_0\vec v - e_0\vec A$ (нерелят. случай)

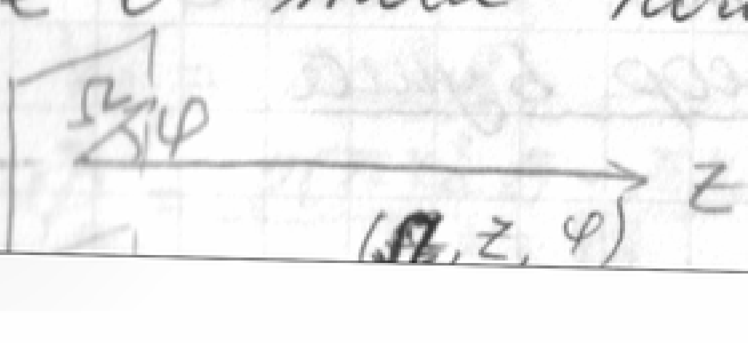
$$W = m_0\frac{v^2}{2} - e_0 U$$

$$L = (m_0\vec v - e_0\vec A, \vec v) - \left(\frac{m_0 v^2}{2} - e_0 U\right) = \frac{m_0v^2}{2} + e_0U - e_0(\vec A,\vec v) \quad (*)$$

эта ф-ла тоже пригодится.

Теорема Буша:

пусть есть аксиал.-симм. система статич. поле. Хотим узнать углов. скор. ē в этом поле.



$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$$

$$v_\varphi = r\frac{\partial\varphi}{\partial t} = r\dot{\varphi}$$

$$v^2 = \dot{r}^2 + \dot{z}^2 + (r\dot{\varphi})^2$$

и подставим в ур. Лагр. (*)

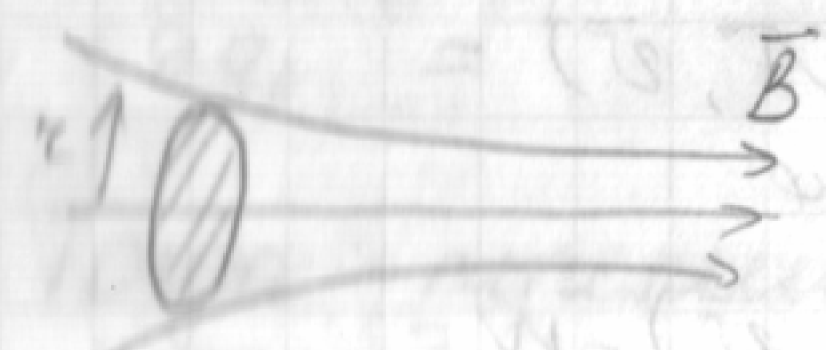
$$L = \frac{m_0}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{z}^2 + (r\dot{\varphi})^2\right) + e_0 U - e_0\left(A_r\dot{r} + A_z\dot{z} + A_\varphi r\dot{\varphi}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} - \underbrace{\frac{\partial L}{\partial\varphi}}_{0} = 0$$ – для φ координаты

(т.к. симметр, то к-та φ – циклич.)

$$P_\varphi = \frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} = const \qquad P_\varphi = m_0 r^2\dot{\varphi} - e_0 \underbrace{rA_\varphi}_{} = const \quad (1)$$

вычислим ч/з маг. поток.



Рассм. круг. радиуса r поток ч/з него:

$$\Psi = \int_S B_n dS = \int_S \mathrm{rot} A_n dS = \oint_{\mathcal{L}\text{-контур}} A_e dl = A_\varphi \cdot l = A_\varphi 2\pi r$$

$\Rightarrow rA_\varphi = \frac{\Psi}{2\pi}$ – подставим в (1):

$$\boxed{P_\varphi = m_0 r^2\dot{\varphi} - \frac{e_0\Psi}{2\pi} = const}$$

Т.к. интересуемся эл-ми пучками, то где-то есть катод, с котор. вылетают частицы:

Стартует из r_K с азимут. ск-ю $\dot{\varphi}_K$
В конце – $\dot{\varphi}$, r

$$m_0 r_K^2\dot{\varphi}_K - \frac{e_0}{2\pi}\Psi_K = m_0 r^2\dot{\varphi} - \frac{e_0}{2\pi}\Psi$$, отсюда

$$\boxed{\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_K\frac{r_K^2}{r^2} + \frac{\eta(\Psi - \Psi_K)}{2\pi r^2}}$$ – это и есть <u>теор. Буша</u>

эта ф-ла спр-ва всегда

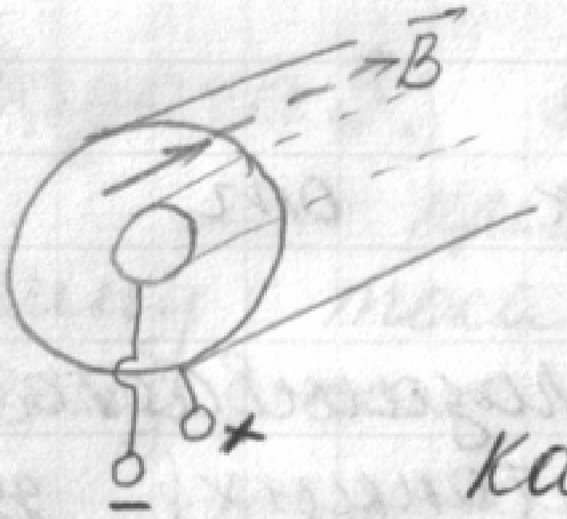
$\dot\varphi_k = 0$ - угловая скор-ть соотв-щая тепл. дв-ию на катоде $= 0$

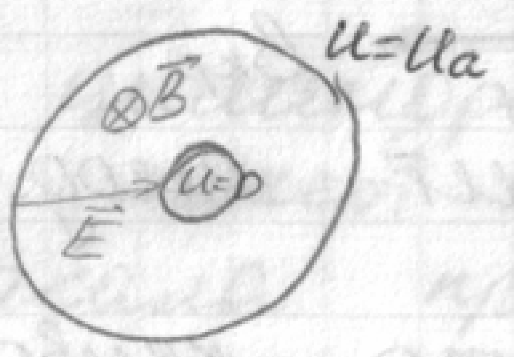
$\Rightarrow$ окончат. ф-ла Буша:

$$\boxed{\dot\varphi = \frac{\eta(\Psi - \Psi_k)}{2\pi r^2}}$$

Критич. режим работы магнитрона.

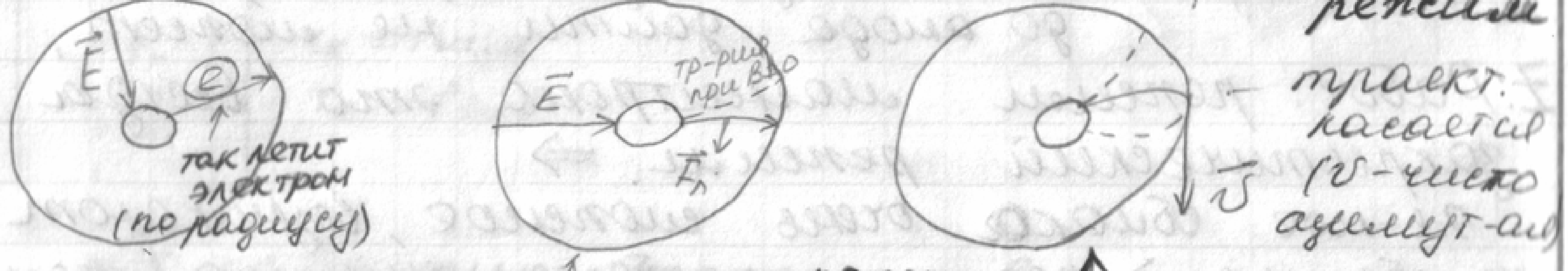
Простейшие модели магнитрона:





Кач-но рассм. что тут м. быть. какие варианты движения возможны?

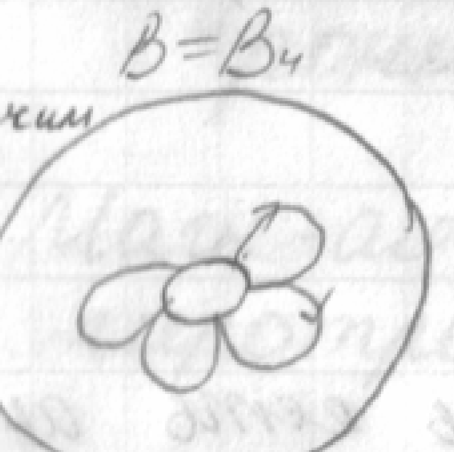
$B = B_1 = 0$ $\qquad$ $B = B_2 \neq 0$ $\qquad$ $B = B_3 = B_{кр}$ — **критич. режим**



докритич. режим

С ув-ем B тр-рия все больше б. откл-ся и в конце концов

если еще увеличим B: $\quad B = B_4$



— закритический режим

тр-рия похожа на циклоиду, но это не она, и она не обяз-но замык-ся

Найдем связь м/у анодным потенциалом U_a и величиной маг поля B:

НА АНОДЕ: $v = v_\varphi = r_a \dot\varphi_a = \sqrt{2\eta U_a}$

$$\dot\varphi = \frac{\eta(\Psi - \Psi_k)}{2\pi r^2} \text{ - общ. ф-ла}$$

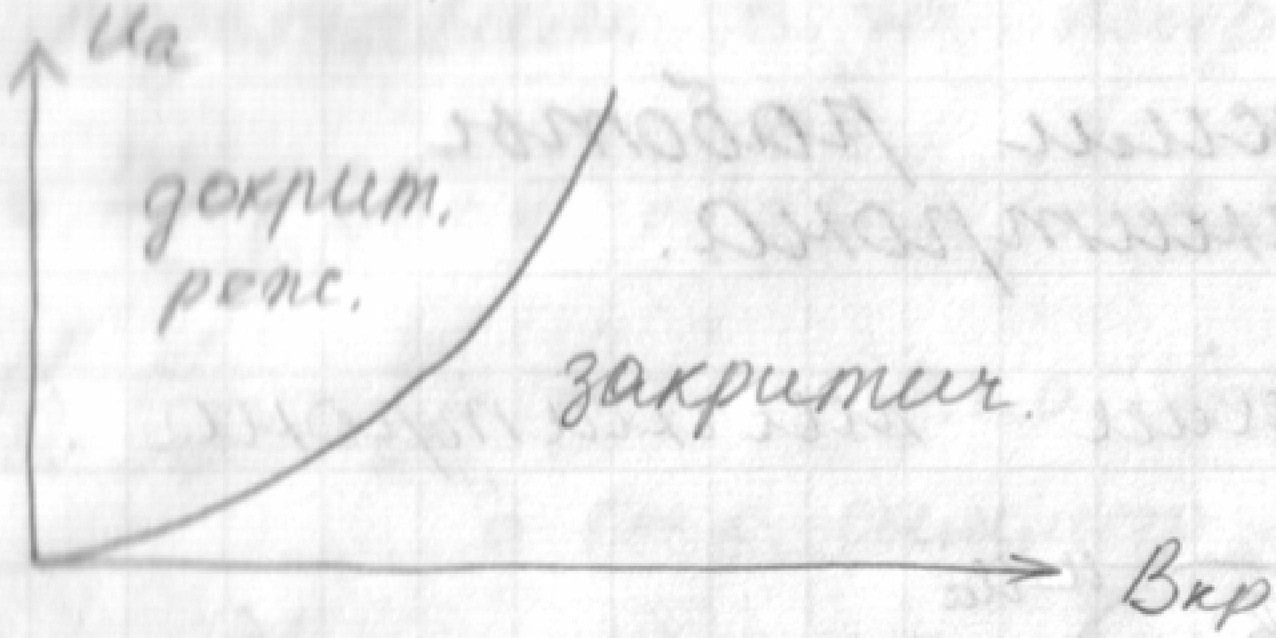
Ψ_a (анода) $= \pi r_a^2 B \qquad \Psi_k$ (катода) $= \pi r_k^2 B$

$$\dot\varphi_a = \frac{\eta(\pi r_a^2 B - \pi r_k^2 B)}{2\pi r_a^2} = \frac{\eta B}{2}\left(1 - r_k^2/r_a^2\right) \longrightarrow \text{в } v.$$

$$\frac{r_a \eta B}{2}\left(1-\frac{r_k^2}{r_a^2}\right)=\sqrt{2\eta U_a}$$

$$U_a^{кр}=\frac{\eta B_{кр}^2 r_a^2}{8}\left(1-\frac{r_k^2}{r_a^2}\right)^2$$

если изобр-ть граф-ки, то б. парабола



Рассм. как зависит анод. ток от маг. поля:

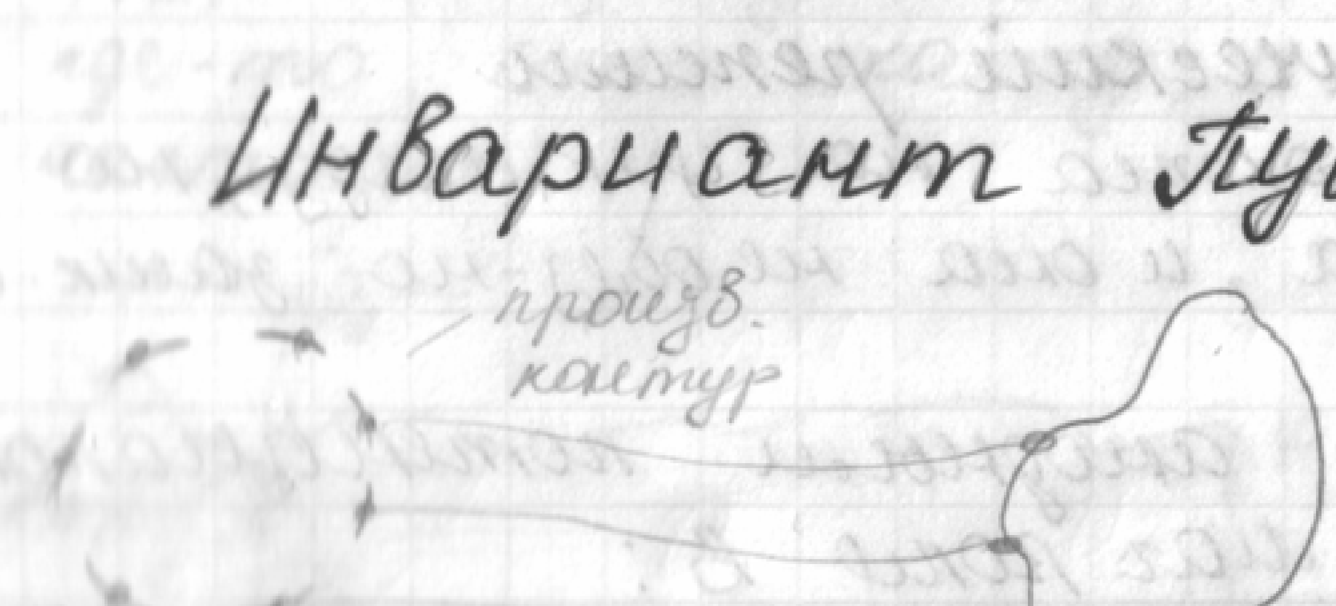
это кривая размывается (засчет неучтенных тепловых скор-тей) = думали раньше

когда поле = критич., эл-н до анода дойти не может.

!: Рабоч. режим магнетрона это всегда закритический режим. ⇒

Эл-ное облако очень сложное, возникают колебания ⇒ размытие более сильное, чем только для тепл. ск-тей

Инвариант Пуанкаре.



Пусть есть ансамбль эл-ов и они в контуре.

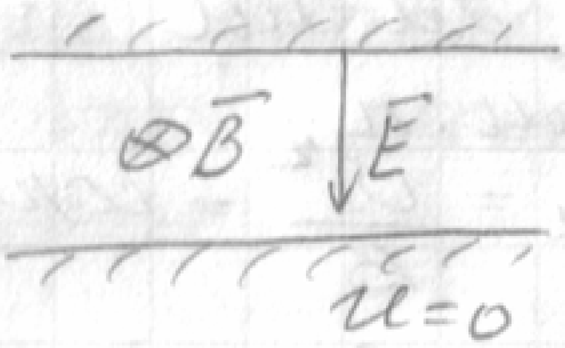
При этом сохр-ся:

$$\oint_L \bar{P}\,d\bar{l}=const$$ - инвариант Пуанкаре (без доказательства)

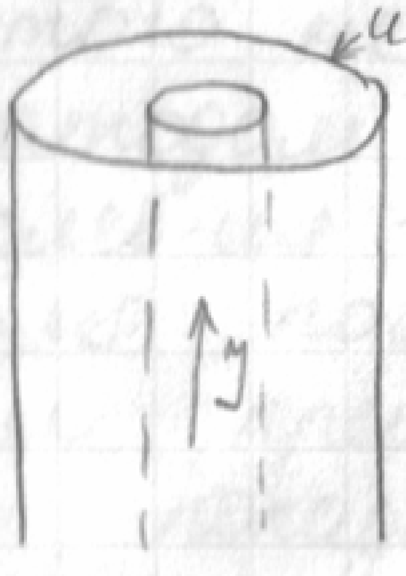
Задача 1: Вывести инв-т Пуанкаре из теор. Буша, т.е. док-ть:

$$\dot{\varphi} = \frac{e_0(\Psi-\Psi_k)}{2\pi r^2 m}$$ при релят. дв-ии.

Задача 2: Рассчитать параболу критич. режима для плоского маг-на



Задача 3: есть цилиндрич. диод, по внутр. пров-ку течет ток. Расч-ть величину тока накала при котор. прекращ-ся анод. ток



$U_a = 100B$

$r_k = 1$ мм

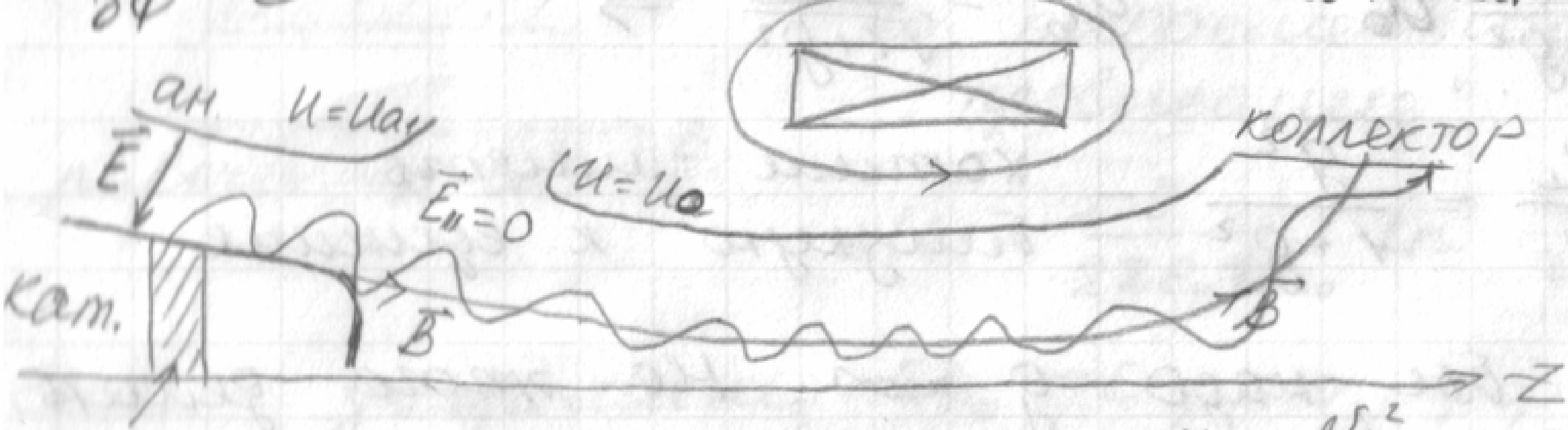
$r_a = 1$ см.

Адиабатич. теория в магнетронной инжекторной пушке.

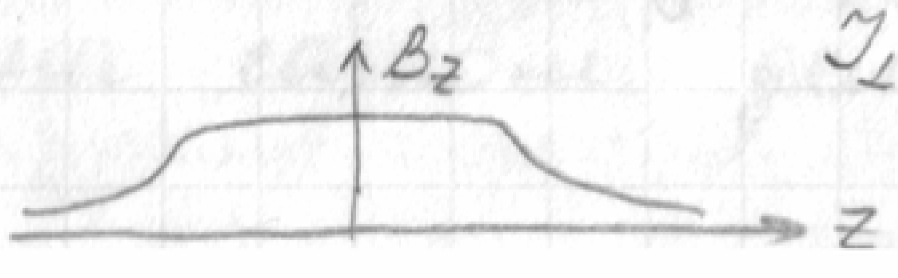
Магн-ая инжек. пушка применяется в гиротронах (в плазме, керамика)

Что из себя представляет? - аксиал-симм. система

$\frac{\partial}{\partial\varphi} = 0$ $\qquad U_0 > U_a$



$$J_\perp = \frac{v_\perp^2}{B} = const$$



резонатор. Цель: сформ-ть эл. пучок, выглядящий след. ← образом

R_0 - радиус ведущего центра

$\bar{E}$ и $\bar{B}$ - почти скрещ. пол.

Эл-ны приобретают нач. скор-ть

ещё есть $\bar{E}_{\parallel}$, напр. вдоль $\bar{B}$ $\Rightarrow$ эл-ны летят в обл-ть возрастающ. м.п.

Т.к. поле слабонеоднород., то $I_{\perp} = \frac{v_{\perp}^2}{B} = const$

поперечн. адиаб. инвар-т

$\left. \begin{matrix} v_{\perp 0} \\ v_{\parallel 0} \end{matrix} \right\}$ в резон-ре

$$g = \frac{v_{\perp 0}}{v_{\parallel 0}} \gtrsim 1 \div 2 \text{ - хотим}$$

<u>питч-фактор</u>

КПД: $\eta = t_{\perp} \eta_{\perp}$ - хотим, где

$t_{\perp}$ - доля поперечной эн-ии

$\eta_{\perp}$ - поперечный КПД:

$$\eta_{\perp max} \simeq 70\%$$

$\Rightarrow$ надо иметь большое отн-е поперечной эн-ии к полной.

$$v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 = 2\eta U_0 = const = v_0^2$$

$$v_{\perp 0} = \frac{g}{\sqrt{1+g^2}} v_0 \qquad v_{\parallel 0} = \frac{v_0}{\sqrt{1+g^2}} \Rightarrow$$

$$t_{\perp} = \frac{W_{\perp}}{W} = \frac{g^2}{1+g^2}$$ - хотим иметь близкую к единице

Казалось бы, надо $g \to \infty$. Но этого делать нельзя, т.к.:

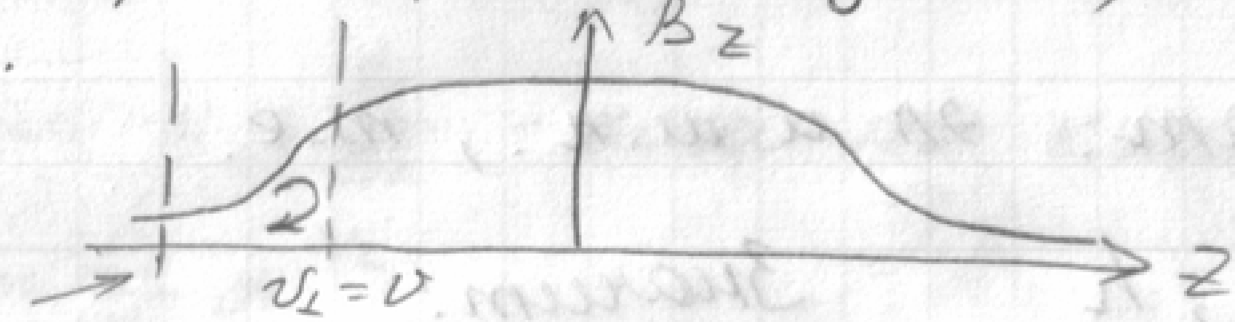
① это магнит. зеркало.

$v_{\perp 0} \to t_{\perp} = 1$ (продол. ск-ть → 0, когда эл-ны входят)

Беда в том, что пушка не идеальная, для произвол. эл-на

$$\bar{v}_0 = \bar{v}_{\perp 0} \pm \Delta \bar{v}_{\perp 0}$$

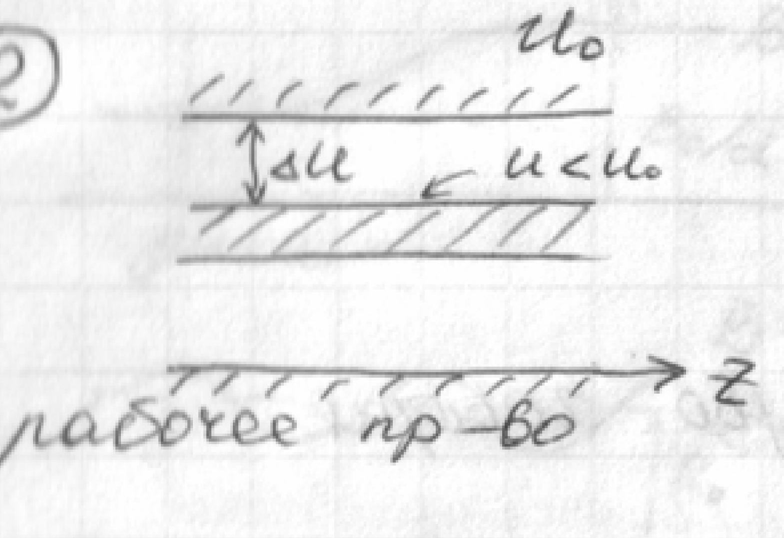
Если добавка с плюсом, то $t_{\perp}$ получится > 1 ⇒ это противоречит з. с. э., т. е. ē отразится.



а на катоде – по сути эл.-стат. зеркало. чтобы попал точно на катод, должен в точн. повторить свою тр-рию (этого не м.б.) ⇒ продол. колеб-я облака м/у катодом и маг. зеркалом ⇒ возникают ВЧ колеб-ия ⇒ часть эл-ов может у э/м поля поглотить эн-ию, и их эн-я увелич., они преодолевают тормозящее поле катода и попадают на него с ненул. скор-ю ⇒ они греют катод ⇒ термоэл-ная эмиссия ⇒ еще больше эл-ов вылетают из катода и тоже попадают в ловушку.

Пучок станов-ся неустойчив, ток – тоже неуст. (это медл., но неуправляемый процесс) потому ограничив-ся $g \approx 1 \div 2$

② Эл-ны – отрицательны ⇒ ⇒ $u < u_0$ ⇒ будет Δu по теореме Гаусса – это „провисание“:



$$\Delta u = \frac{J}{2\pi \varepsilon_0 v_{\parallel 0}} \ln \frac{r_p}{r_в}$$

Если устремим $v_{\parallel 0} \to 0$, то формально $\Delta u \to \infty$, а на самом деле $\Delta u \to u_0$

Т.е. пучок станов. неуст. еще в рабочем простр-ве.

Попав в обл-ть $u=0$ он не знает, куда идти (вперёд или назад) $\Rightarrow$ пучок делится на два - один назад, другой вперед $\Rightarrow$ <u>плохо</u>!

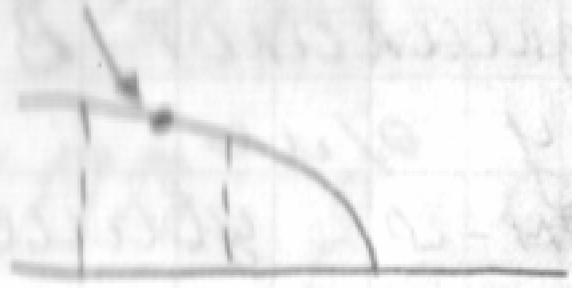
③ Эл-ны должны высветиться (отдать свою эн-ю э/м полю) $\Rightarrow$ нужна питательная <u>среда</u> вблизи оси z

У нас адиабат. эл. и м.п., т.е.

$$L_E, L_B \gg r_\perp, h$$ Значит:

$$\bar v = \underbrace{\bar v_\perp}_{\text{вращ-е}} + \underbrace{\frac{d\bar R}{dt}}_{\text{ведущ. центра}}$$ - скор-ть предст. как скор-ть вращения + скор. ведущ. центра

t=0



$$\bar v(0) = 0 = \bar v_\perp + \left.\frac{d\bar R}{dt}\right|_{t=0}$$

$$\bar v_{\perp k} = -\left.\frac{d\bar R}{dt}\right|_{t=0}$$ - скор вращ-ия на катоде

Для ведущего центра было:

$$\frac{d\bar R}{dt} = \underset{0}{v_\parallel}\frac{\bar B}{B} + \frac{[\bar E\times\bar B]}{B^2} - \frac{2v_\parallel^2 + v_\perp^2}{2\eta B^3}[\bar B\times\nabla\bar B]$$

при $t=0$:

т.к. поле слабонеоднор., то

$$\left|\frac{v_\perp^2}{2\eta B^3}[\bar B\times\nabla\bar B]\right| \ll \left|\frac{E}{B}\right|$$

(grad дрейф мал)

Т.е. $t=0$: $\frac{dR}{dt} = \frac{[\bar E\times\bar B]}{B^2}$ - грубо говоря

$$\bar v_{\perp k} = -\frac{[\bar E\times\bar B]}{B^2}$$

$$v_{\perp k} = \frac{E_k}{B_k}\cos\varphi$$

В магнетр.-инж. пушке: $\varphi \approx 10$-$15°$

Возьмем $\cos\varphi \approx 1$

$V_{\perp k} = \frac{E_k}{B_k}$; с др. стороны $I_\perp = \frac{V_\perp^2}{B} = const$

Распишем $I_\perp$ для пл-ти катода и для пл-ти рабочего простр-ва

$$\frac{V_{\perp k}^2}{B_k} = \frac{V_{\perp 0}^2}{B_0} \Rightarrow V_{\perp 0} = V_{\perp k}\sqrt{\frac{B_0}{B_k}} = \frac{E_k}{B_k}\sqrt{\frac{B_0}{B_k}}$$

Введем $\alpha = \frac{B_0}{B_k}$ – коэф-т компрессии маг. п.

$$V_{\perp 0} = \frac{E_k}{B_0}\alpha^{3/2}$$

Посчитаем долю колебат. эн-ии в пучке:

$$t_\perp = \frac{V_{\perp 0}^2}{V_0^2} = \frac{E_k^2\alpha^3}{B_0^2\cdot 2\eta U_0} \Rightarrow \alpha = 1{,}52\,\frac{t^{1/3}U_0^{1/3}B_0^{2/3}}{E_k^{2/3}}$$

$V_0^2 = 2\eta U_0$ – из з.с.э.

$t_\perp \simeq 0{,}5 \div 0{,}8$

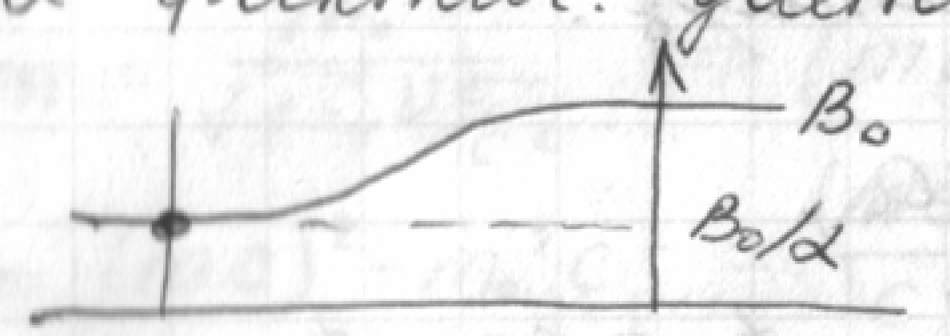
U_0 – задаём

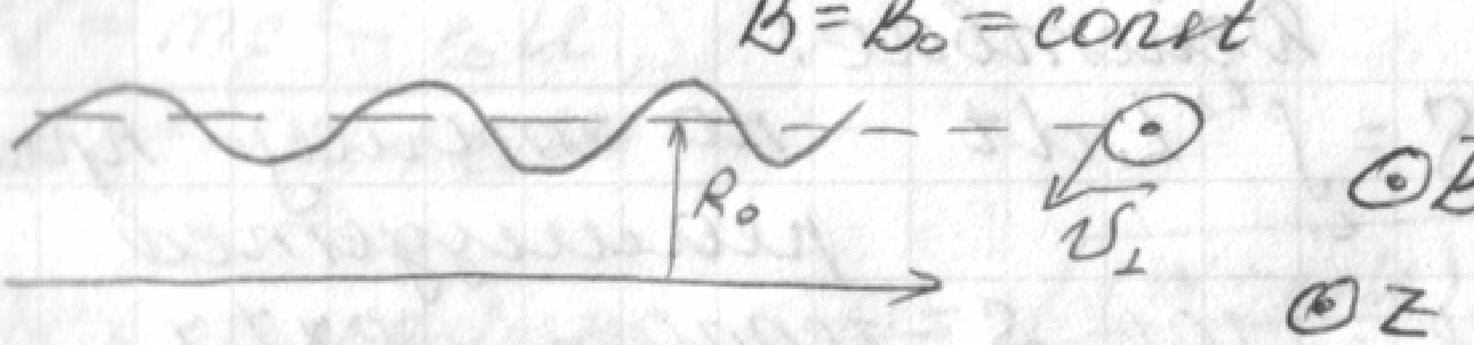
B_0 – тоже знаем:

$\omega_c = \eta B_0$ – циклотрон. ч-та в раб. пр-ве

Т.е. не знаем только E_k – свобод. пар-р.

α – фактич. дает положе-ие эл-ой пушки





$R_0 = ?$ R_k – радиус катода

$\overline{\dot\varphi} = 0$ – средняя азимутальн. ск-ть $= 0$

$$r = R_0 + r_\perp \cos\omega_c t$$

$$r_\perp \ll R_0: \quad \dot{\Psi} = \frac{\eta(\Psi - \Psi_K)}{2\pi r^2}$$

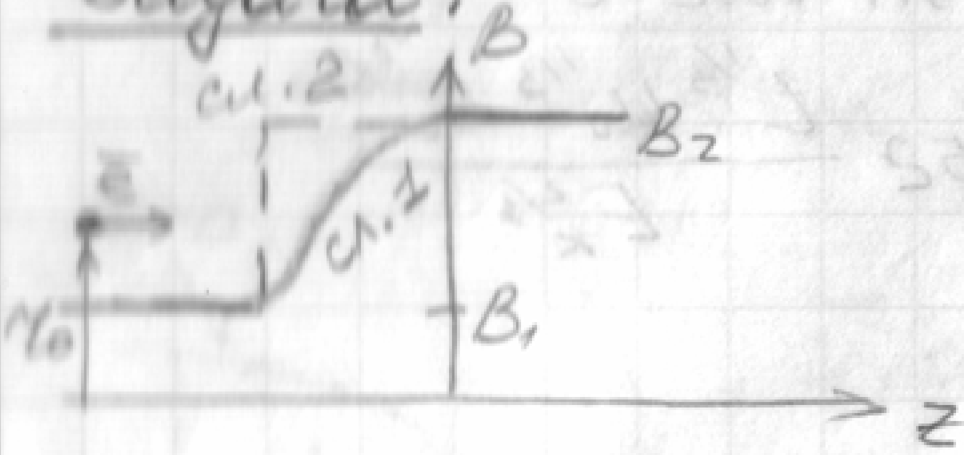
$$\overline{\dot{\Psi}} = \frac{1}{T_c}\int_t^{t+T_c} \dot{\Psi}\, dt = 0 \Rightarrow \Psi = \Psi_K$$

в обл-ти пушки

$$B_z(r, z) \approx B_z(a, z) = B_K$$ – в обл. пушки поле почти однородно и параксиально

$$\Psi = \pi R_0^2 \cdot B_0 \qquad \Psi_K = \pi R_K^2 B_K \qquad \Bigg| \qquad R_0 = \frac{R_K}{\sqrt{\alpha}}$$

Задача:



$\bar{e}$ вбрасывается в однород. поле B_1, затем попадает в однород. поле B_2. Найти полож-е ведущ. центра и ск-ть вращ-я в поле B_2.

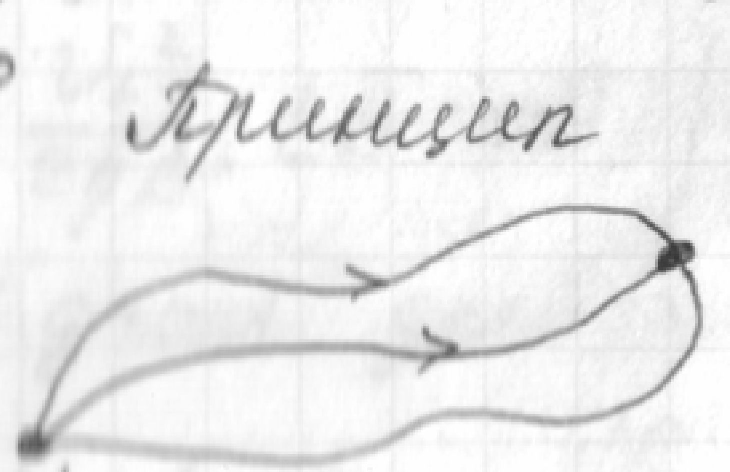
Рассм-ть 2 случая:

сл. 1°: поле от B_1 до B_2 мен-ся адиаб-ки (плавно)

сл. 2: скачком – – –

Вариационные принципы динамики заряж. частиц.

1°. Принцип Гамильтона.



$$t_2 - t_1 = const$$

Действие:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L\, dt$$ – по этому принц. реализуется

такая тр-рия, где S – терпит $extr$.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

2°. Принцип укороченного действия:

Пусть $W=const$ – эн-ия постоянна (статич. пол.)

$$L=\vec{P}\vec{v}-W$$

$$S=\int_{t_1}^{t_2}\vec{P}\vec{v}dt-\int_{t_1}^{t_2}Wdt=\int_{t_1}^{t_2}\vec{P}\vec{v}dt-\overbrace{W(t_2-t_1)}^{const}$$

Будет реализовываться такая тр-ия, для которой:

$$S'=\int_{t_1}^{t_2}\vec{P}\vec{v}dt \text{ принимает extr значение}$$

укорочен. действие

Неудобство – что реш-е получаем тр-рию в параметр. виде, а хотим $q_i=q_i(t)$

Для перехода к коор-там исп-ся:

3° Принцип Мопертюи:

$\vec{v}dt=d\vec{l}$ – элемент. длины дуги

$$S'=\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{P}d\vec{l}. \quad \vec{P}=\vec{p}-e_0\vec{A}$$

$$\vec{P}d\vec{l}=\vec{p}dl-e_0\vec{A}d\vec{l}=\underset{\text{преобраз.}}{p\,dl}-e_0(\vec{A};\vec{s})dl$$

$\vec{p}\uparrow\uparrow\vec{v}\uparrow\uparrow d\vec{l}$
$\vec{s}$ – единич. в-р вдоль элемента длины дуги.
$d\vec{l}=\vec{s}dl$

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\Rightarrow(mv)^2=$$
$$=(mc)^2-m_0^2c^2=\frac{(mc^2)^2}{c^2}-m_0^2c^2$$

$W=mc^2-e_0U$;
$mc^2=W+e_0U$

Мех. импульс $p=\sqrt{\frac{(W+e_0U)^2}{c^2}-m_0^2c^2}$

Тогда действие: $S=\int_{r_1}^{r_2}\left[\sqrt{\frac{(W+e_0U)^2}{c^2}-m_0^2c^2}-e_0(\vec{A}\vec{s})\right]dl$

Част. случай – нерелят. движение.

Электронно-оптический коэффициент преломления.

Рассм. $\frac{v}{c} \ll 1$

$$W = mc^2 - e_0 U = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - e_0 U = \{ в\ ряд \} =$$

$$= m_0 c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) - e_0 U = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} - e_0 U = const$$

Найдем на катоде; $U = 0$

$$W = m_0 c^2 + \frac{m_0 v_к^2}{2} - 0 = m_0 c^2 + e_0 U_0$$

Введем эффектив. пот-л U_0: $\frac{m v_к^2}{2} = e_0 \underline{U_0}$

Еще раз перепишем мех. имп-с:

$$p = \sqrt{\frac{(W + e_0 U)^2}{c^2} - m_0^2 c^2} = \sqrt{\frac{[m_0 c^2 + e_0 (U + U_0)^2]}{c^2} - m_0^2 c^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{m_0^2 c^4}{c^2} - m_0^2 c^2 + \frac{2 m_0 c^2}{c^2} e_0 (U + U_0) + \frac{e_0^2 (U + U_0)^2}{c^2}} =$$

$$= \sqrt{2 m_0 e_0 \left[1 + \frac{e_0 (U + U_0)}{2 m_0 c^2}\right] (U + U_0)}$$

$\gamma = 1 + \frac{e_0 U}{m_0 c^2}$ - для нерелят. дв-я второе слаг-ое мало $\Rightarrow$

$$\Rightarrow p = \sqrt{2 m_0 e_0 (U + U_0)}$$

$$S = \int_{r_1}^{r_2} \left[\sqrt{2 m_0 e_0 (U + U_0)} - e_0 (\bar{A} \bar{s})\right] dl =$$

$$= \sqrt{2 m_0 e_0} \int_{r_1}^{r_2} \left[\sqrt{U + U_0} - \sqrt{\frac{\eta}{2}} (\bar{A} \bar{s})\right] dl$$

extr у S будет тогда же, когда и у

$$S_{э/о} = \int_{r_1}^{r_2} \left[\sqrt{U + U_0} - \sqrt{\frac{\eta}{2}} (\bar{A} \bar{s})\right] dl$$

электронно-оптическое

$$S = \int n\, dl$$

n ($= n(\bar{r})$) - показ-ль преломления

Луч идет по min оптич. длине пути.

$$\boxed{n(\vec{r}) = \sqrt{U+U_0} - \sqrt{\frac{\eta}{2}}\left(\vec{A}\,\vec{S}\right)}$$ – электронно-оптич. коэф. преломления

Общие св-ва:

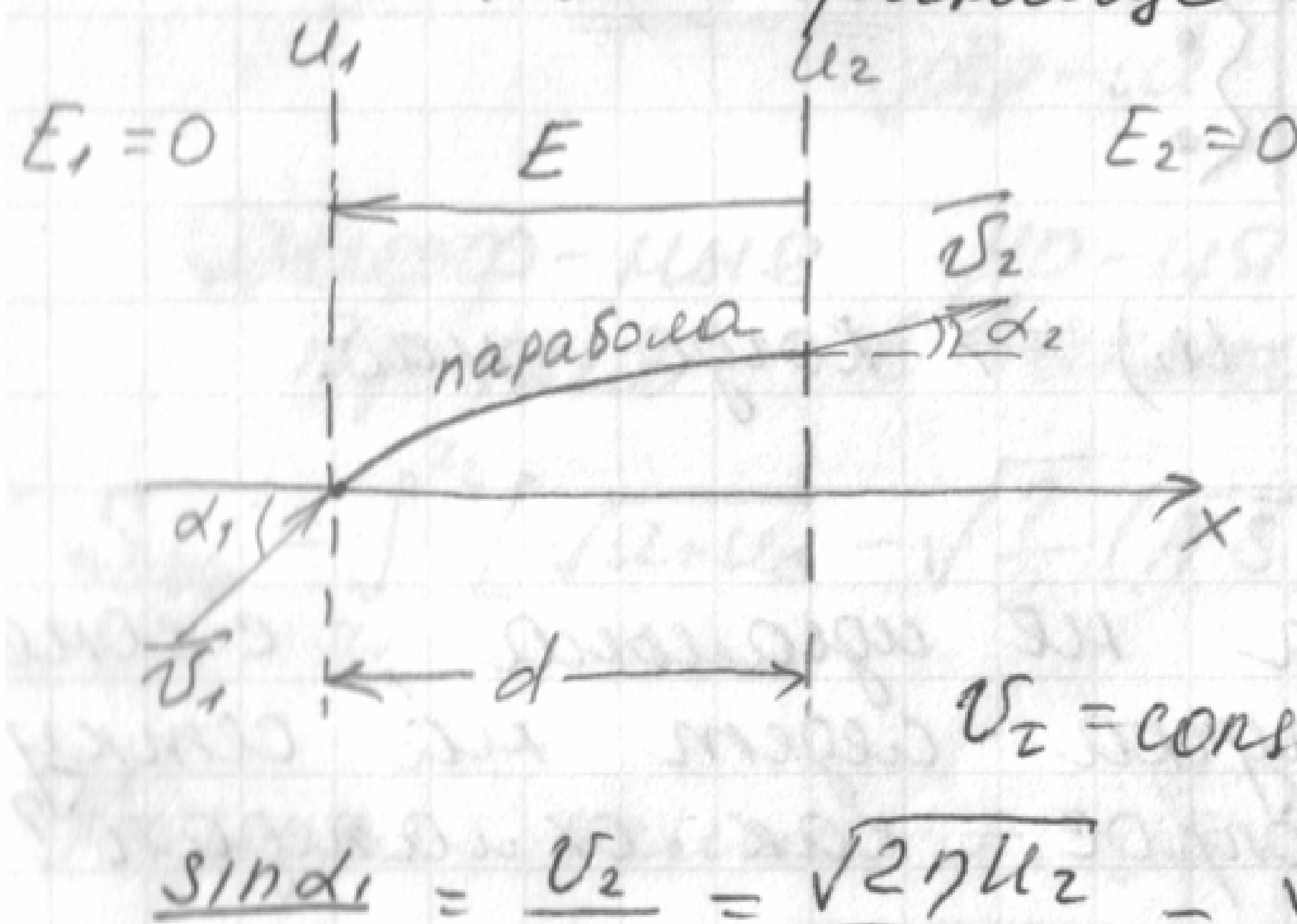
1°. $B \neq 0$ – среда анизотропна
$B = 0$ – среда изотропна

2°. Если $B = 0$, $U_0 = 0$ (т.е. нач. скор-ть $= 0$) – то тр-рия не зависит от заряда и массы частиц.

3°. Если $B = 0$, $U_0 = 0$, то изменив пот-лы во всех точках в „k" раз: $U_2 = kU_1$ получим ту же тр-рию (а скор-ть изм-а

4°. Если $U_0 = 0$ и $\frac{U}{B^2} = const$ (если так меняем напр-е и маг-поле), то опять тр-рия не меняется.

Преломление электронных тр-рий на границе сред.



$d \ll L$ – размеров сеток

$v_1 = \sqrt{2\eta U_1}$

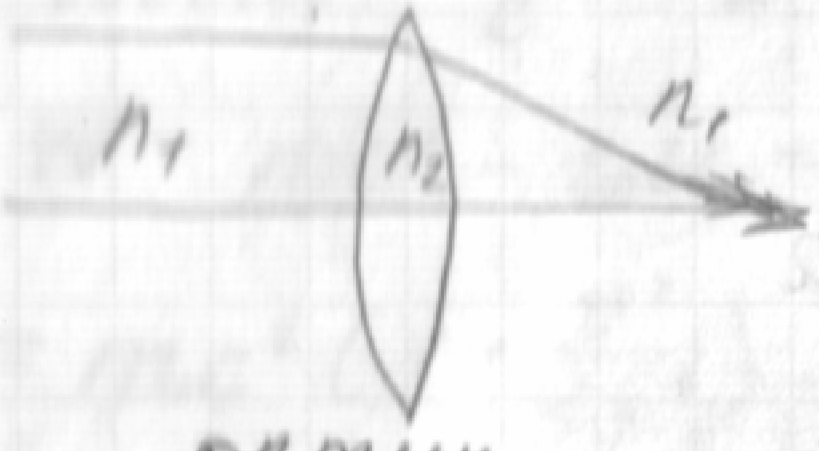
$v_2 = \sqrt{2\eta U_2}$

$v_\tau = const \Rightarrow v_1 \sin\alpha_1 = v_2 \sin\alpha_2$

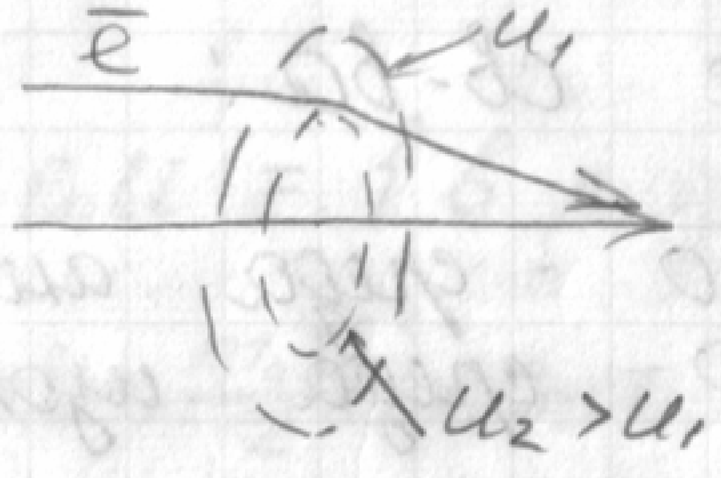
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2\eta U_2}}{\sqrt{2\eta U_1}} = \frac{\sqrt{U_2}}{\sqrt{U_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Эл-ная тр-рия ведет себя на гр-це 2х сред так же, как оптич. луч (преломляется так же)

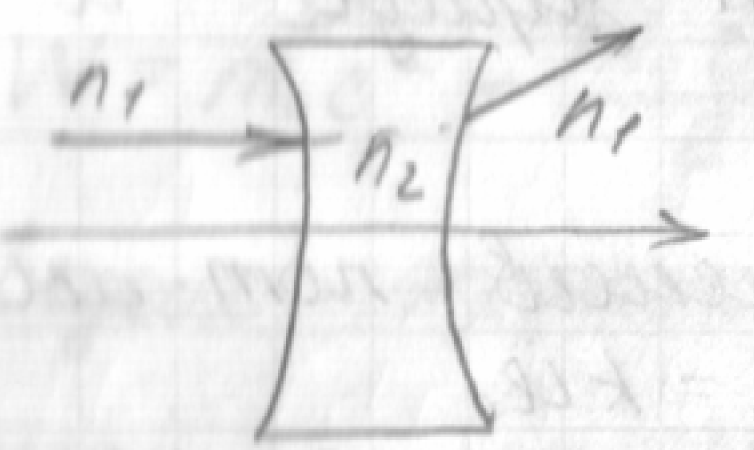
Т.е. <u>идея</u>: сделать электр. линзу (сделать сетки так, чтобы фокусировали пучки)

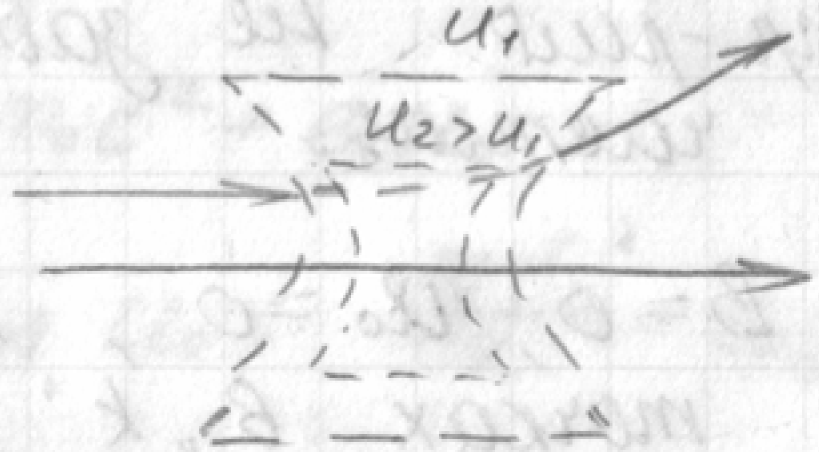


оптич.



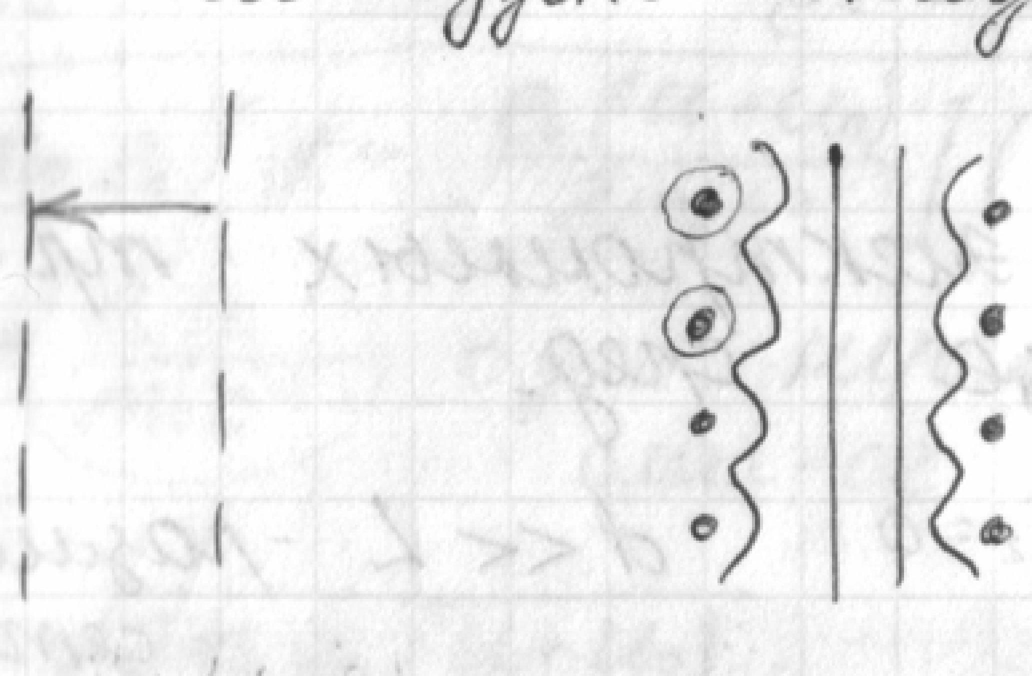
электронная





<u>Недостатки</u>:

1° Размытые изображения (т.к. м/у сетками поле будет неоднородное.)



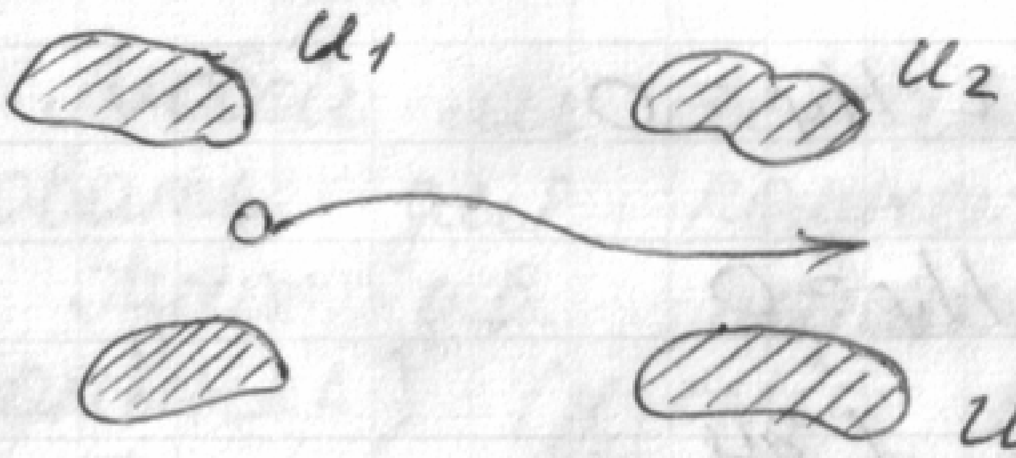
У поле внутри
$E_n \neq 0$
$\underline{E_\tau \neq 0!}$

2° Оптич. сила $\sim (u_2 - u_1) \Rightarrow$ когда-нибудь наступит пробой

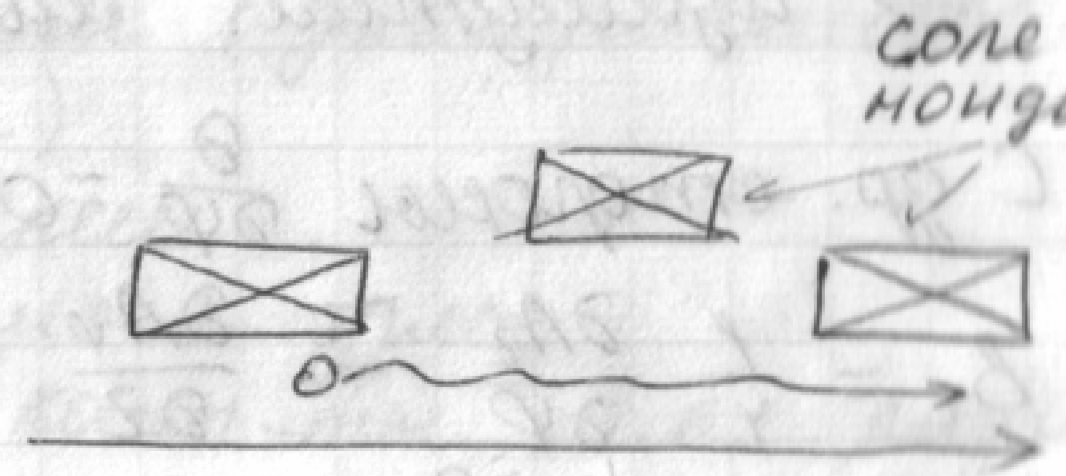
3° Токоперехват (сетка не идеальна, с конеч. площадью, часть пучка сядет на сетку, будет её греть $\Rightarrow$ вопрос — как охлаждать?

Чтобы сделать эл-ую линзу, надо создать специальное распределение:

$$n = n(r) \Rightarrow \sqrt{u+u_0} - \sqrt{\frac{\eta}{2}}\,(\vec{A}\,\vec{S})$$

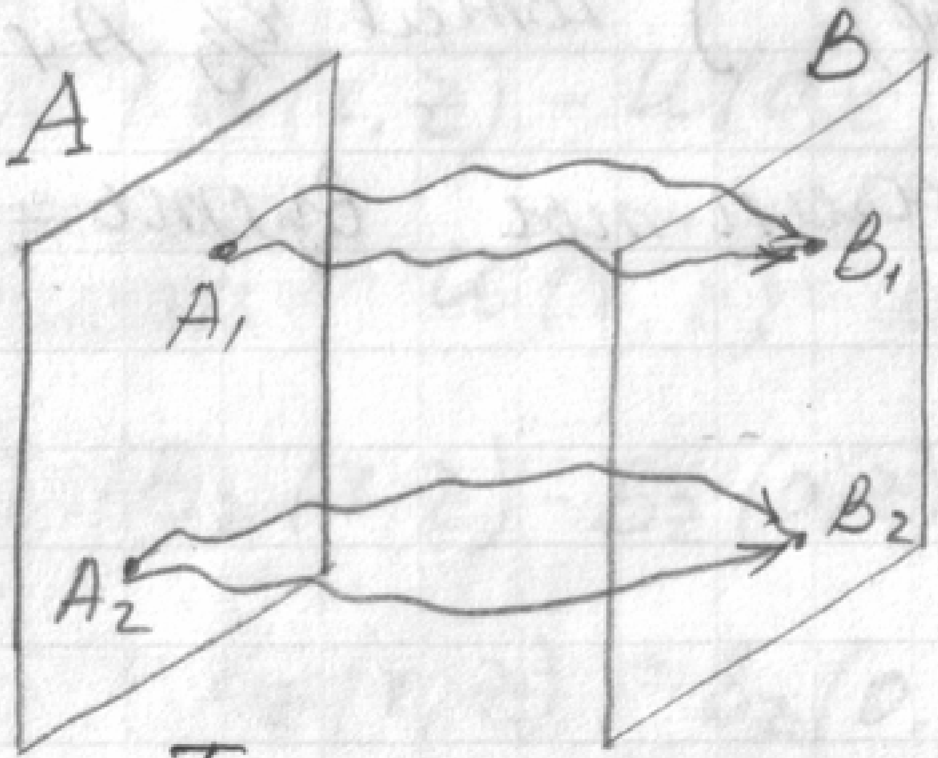


$$n(r)=\sqrt{u(\vec{r})}$$



Магнитная линза:

$$n(r)=\sqrt{u}-\sqrt{\frac{\eta}{2}}\left(\vec{A}(\vec{r}),\vec{s}\right)$$

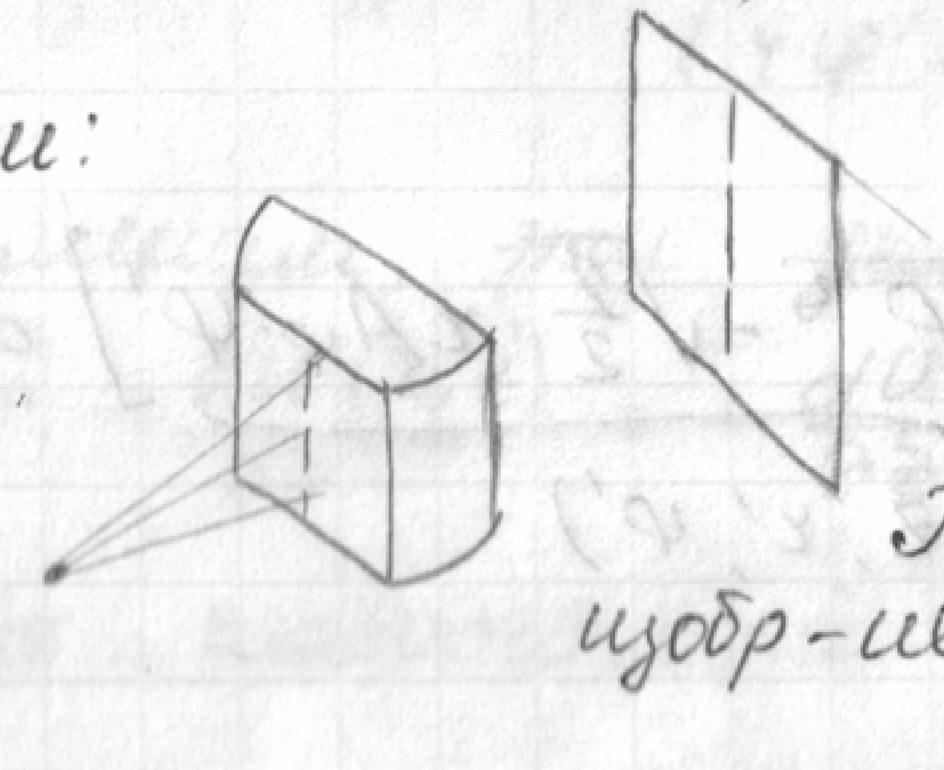


1°. Сис-ма д. облад. св-ом стигматичности (Все лучи из A_1 придут в B_1, из A_2 → в B_2)

2°. Подобие: $A_1A_2 \sim B_1B_2$

опр: Такое изображение, кот. обеспечивает оба эти св-ва, наз. правильным.

Прим:



Точка превратится в линию на экране (т.е. нет стигматич-ти)

Проще всего формир-ть изобр-ие в аксиал-симм. сист.

Дифф-ные ур-ия электронных тр-рий в аксиально-симм. полях.

$$S_{э/о}=\int_{r_1}^{r_2}\left[\sqrt{u+u_0}-\sqrt{\frac{\eta}{2}}(\vec{A}\vec{s})\right]dl$$ — ищем его extr

(r, φ, z)

Аксиал. симм-я: $\frac{\partial}{\partial\varphi}=0$

Считаем ток пучка оч. маленьким: $j=0$ (т.е. $\forall$ эл-н летит сам по себе, собств. поля не видит)

$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\vec{j}\iint_S$ $\longrightarrow z$

$$\int_S \mathrm{rot}\, \bar{H}_n\, dS = 0 = \oint H_e\, dl = 2\pi r \cdot H_\varphi = 0$$

$\Rightarrow$ азимутал. маг. поле $H_\varphi = 0$

С др. стороны $\frac{\partial}{\partial\varphi} = 0 \Rightarrow E_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\varphi} = 0$

$$B_r = \frac{1}{r}\underbrace{\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}}_{=0} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \text{ — радиал. комп-та}$$

$$B_z = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \underbrace{\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}}_{0}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)$$

все м.п. выражаются ч/з A_φ

Т.е. можем остальные комп-ты взять $= 0$

$$\bar{A} = (0, A_\varphi, 0)$$

$$d\bar{l} = (dr, r\,d\varphi, dz)$$
$$dl = dz\sqrt{1 + r'^2 + r^2\varphi'^2}$$

$$r' = \frac{dr}{dz}; \quad \varphi' = \frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$\bar{A}\,d\bar{l} = A_\varphi \cdot r\varphi'\,dz$$

$$S_{э/о} = \int_{z_1}^{z_2} \underbrace{\left[\sqrt{u}\cdot\sqrt{1 + r'^2 + r^2\varphi'^2} - \sqrt{\frac{\eta}{2}}\cdot rA_\varphi\cdot\varphi'\right]}_{\text{обозн. } F(r, z, r', \varphi')} dz$$

$$u = u(z, r)$$
$$A_\varphi = A_\varphi(r, z)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F}{\partial\varphi'}\right) - \frac{\partial F}{\partial\varphi} = 0 \\ &\frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F}{\partial r'}\right) - \frac{\partial F}{\partial r} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \frac{\partial F}{\partial\varphi} = 0 \text{ (аксиал. сим)} \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial\varphi'} = const$$

$$\frac{\partial F}{\partial\varphi'} = \frac{\sqrt{u}\cdot r^2\varphi'}{\sqrt{1 + r'^2 + r^2\varphi'^2}} - \sqrt{\frac{\eta}{2}}\, rA_\varphi = const$$

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{\sqrt{u}\, r'}{\sqrt{1 + r'^2 + r^2\varphi'^2}}\right) - \frac{\sqrt{1 + r'^2 + r^2\varphi'^2}}{2\sqrt{u}}\cdot\frac{\partial u}{\partial r} -$$

$$-\frac{\sqrt{u}\cdot r\varphi'^2}{\sqrt{1 + r'^2 + r^2\varphi'^2}} + \frac{\eta}{2}\varphi'\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) = 0$$

Любой ли световой пучок можно использовать для получения изображения?

Пучок д.б. параксиальным (диафрагмированным) (узкий приосевой)

Параксиальность: 1) тонкий

2) малые углы

(пишем только для z-ой комп-ты, т.к. радиальная=0), т.е:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ |U(r,z)-U(0,z)| \ll U(0,z) \\ \text{можем считать}\quad U(r,z)=U(0,z)=U_z(z) \\ 2)\ |B_z(r,z)-B_z(0,z)| \ll B_z(0,z) \Rightarrow \\ \Rightarrow B_z(r,z)=B_z(0,z)=B_z(z) \end{array}\right\} \text{тонкость пучка}$$

3) малые углы: $\begin{cases} r' \ll 1 \\ r\varphi' \ll 1 \end{cases}$

Применим эти условия:

$$E_z = -\frac{\partial U(r,z)}{\partial z} = -\frac{dU_z}{\partial z} = -U_z'$$

Пучок — слаботочный $\Rightarrow$ считаем $\rho = 0$ (плот-ть заряда)

$$\Downarrow$$

$$\operatorname{div}\vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_r) + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_r) = -E_z'(z)$$

$$rE_r = -\frac{r^2}{2}E_z' + F(z)$$

const интегрир-ия

$$E_r = -\frac{r}{2}E_z' + \frac{F(z)}{r}$$

На оси $r=0$ д.б. $E_r = 0 \Rightarrow F(z) \equiv 0$

$$\boxed{E_r = -\frac{r}{2}E_z'}$$

$rA_\varphi = ?$ $\qquad rA_\varphi = \frac{\Psi}{2\pi}$ $\qquad$ положим 0 в оси акс. сим.

$$rA_\varphi = \frac{\Psi}{2\pi} = \frac{\int_S B_z(r,z)\,dS}{2\pi} = \frac{\int_S B_z(0,z)\,dS}{2\pi} =$$

$$= B_z(z)\cdot\frac{\pi r^2}{2\pi} = \frac{r^2}{2}B_z$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) = rB_z$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \qquad rA_\varphi \qquad \left.\begin{matrix} r' \ll 1 \\ r\varphi' \ll 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \sqrt{1+r'^2+r^2\varphi'^2} \approx 1$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)$$

$$\sqrt{u_z}\,r^2\varphi' - \sqrt{\frac{\eta}{2}}\,\frac{r^2}{2}B_z = const =$$

$$v_k = 0$$

$$B_k = 0$$

$$\frac{d}{dz}(\sqrt{u_z}\,r') + \frac{r u_z''}{4\sqrt{u_z}} - \sqrt{u_z}\,r\varphi'^2 + \sqrt{\frac{\eta}{2}}\,\varphi' = B_z = 0$$

$$\begin{cases} \varphi' = \sqrt{\dfrac{\eta}{8u_z}}\,B_z & (1) \\ \dfrac{d}{dz}(r'\sqrt{u_z}) + \dfrac{r u_z''}{4\sqrt{u_z}} + \dfrac{\eta B_z^2 r}{8\sqrt{u_z}} = 0 & (2) \end{cases}$$

Предположения: 1°. Статич. поле
2°. Аксиальная симм-ия
3°. Неремет. прибл-ие
4°. Параксиальность.
5°. $\rho \approx 0$, $j \approx 0$ (плот-ть заряда, плот-ть тока)

6° $B_k = 0$, $v_k = 0$ ← на катоде

Каков угол β в пл-ти z = b?

$$\Delta\varphi = \underbrace{\int_{z_1}^{z_2}\sqrt{\frac{\eta}{8u_z}}\,B_z\,dz}_{\text{зав-т только от } z} \Rightarrow$$

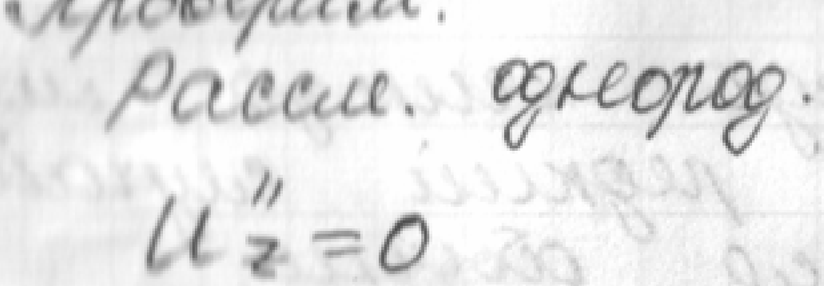
$\Rightarrow$ угол должен сохр-ся $\Rightarrow \alpha = \beta$
Т.е. первое ур-ие опис-ет поворот всей сист-мы на некот. угол $\Delta\varphi$
Если $\Delta\varphi = 0$, поворота нет, тр-рия будет плоской.
Линза должна иметь св-ва стигматичности и подобия. Будут ли они, зав-т только от 2-го ур-ия (т.к. первое отвечает только за поворот)
2-е ур-ние – линейное, однородное.
Уже из этого м. док-ть, что изобр-ие б. стигматич. и подобным.

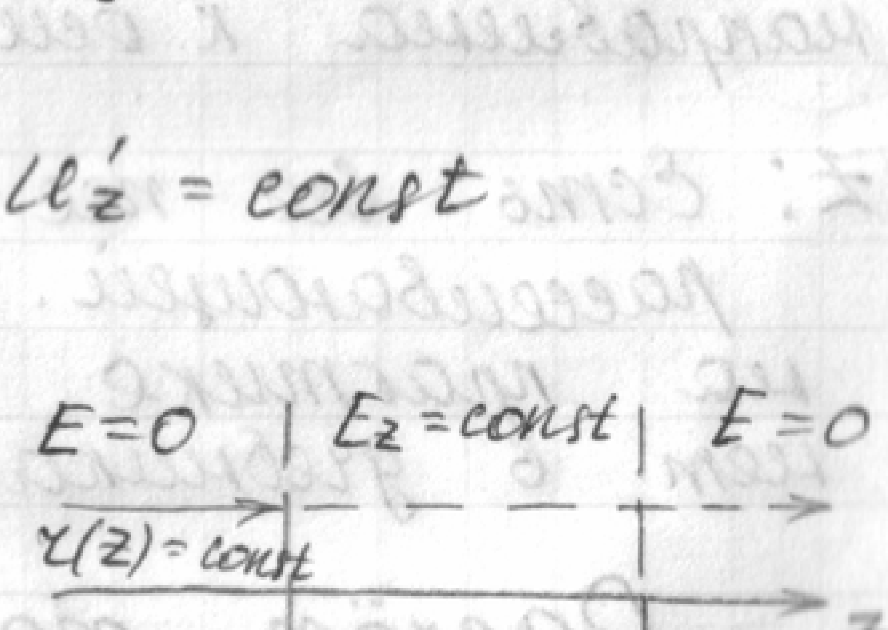
Уравнение параксиальных тр-рий в электростатич. поле. Классиф-ция эл.стат. линз.

Полагаем далее, что $B_z = 0$; $\varphi' = 0$
$\varphi = const \Rightarrow$ дв-ие плоское.

$$\frac{d}{dz}\left(r\sqrt{U_z}\right) + \frac{rU_z''}{4\sqrt{U_z}} = 0$$

Какими св-ми д. обладать эл. поле, чтобы была линза?
Утверждаем, что оно д.б. неоднородным. (т.е. $U_z'' \neq 0$)
Проверим:
Рассм. однород. поле: $E_z = -U_z' = const$
$U_z'' = 0$





Идея: пустим луч ||-но опт. оси.
Если отклонился $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ это линза

Если пустим || оси, то он так и пойдет:
$U_z'' = 0$; $\frac{d}{dz}\left(r'\sqrt{U_z}\right) = 0$

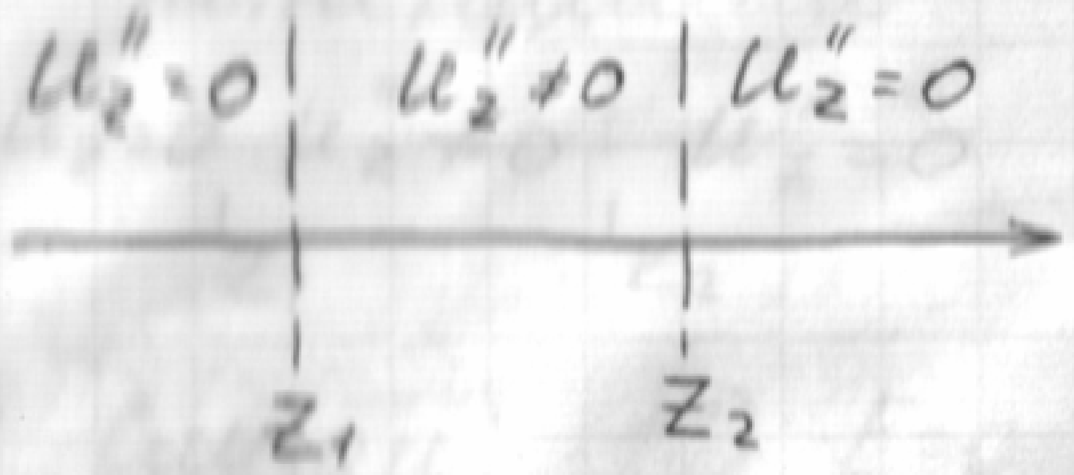
$r'\sqrt{U_z} = const$

До линзы: $r'=0 \Rightarrow const=0$

После линзы: $r'\underbrace{\sqrt{U_z}}_{\neq 0}=0$; $r'=0 \Rightarrow r=const$

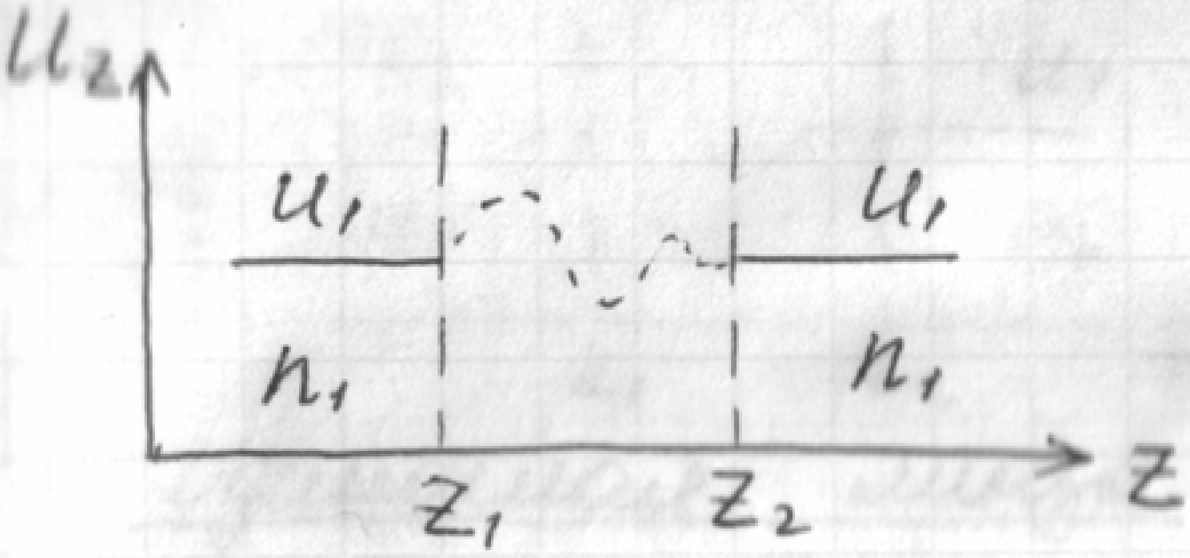
Вывод: если поле - однород., луч не отклоняется.

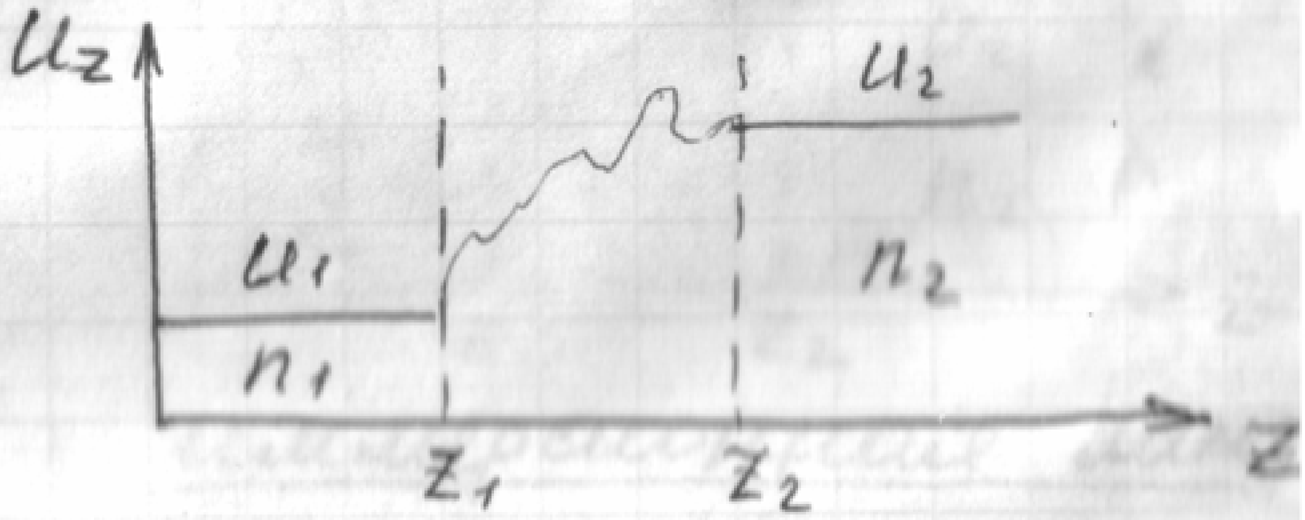
Классификация дается по виду осевого потенциала.



Случаи: 1° $E=0$ (вне линзы)

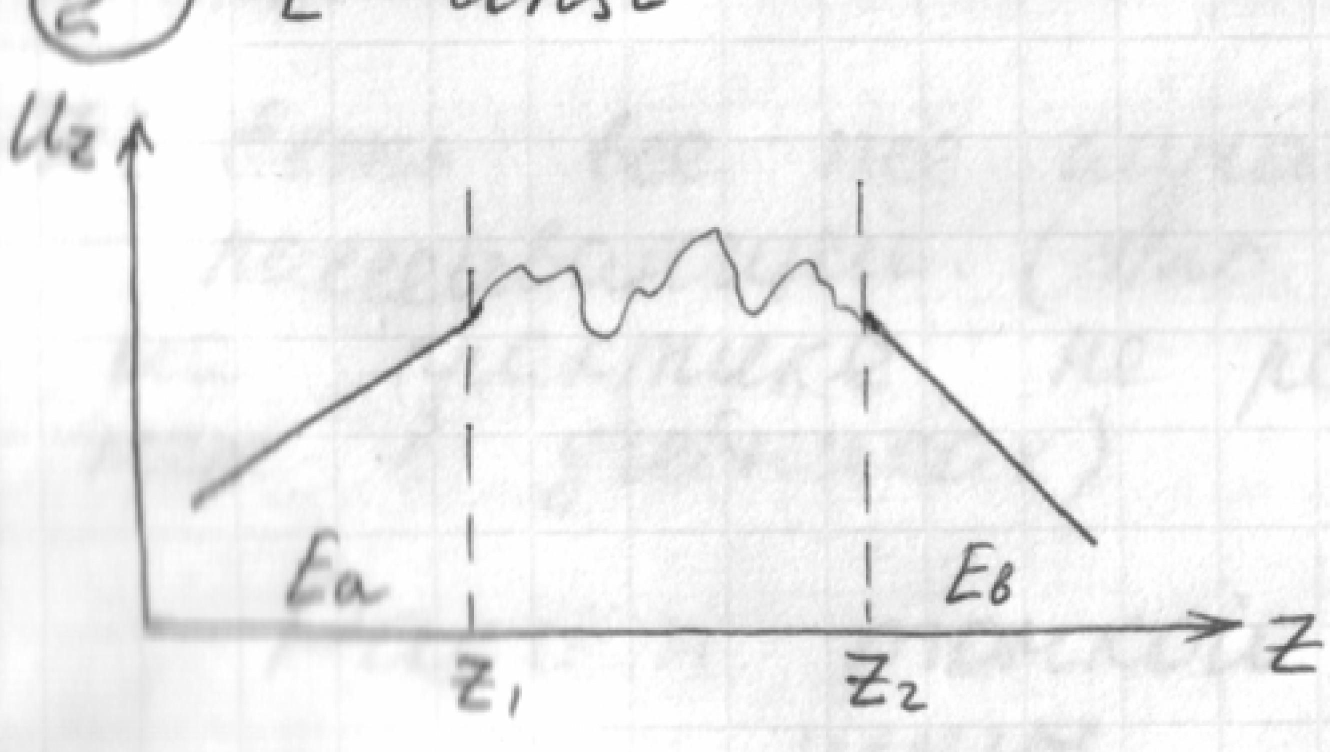
<u>Линзы с огранич. обл-ю поля.</u>





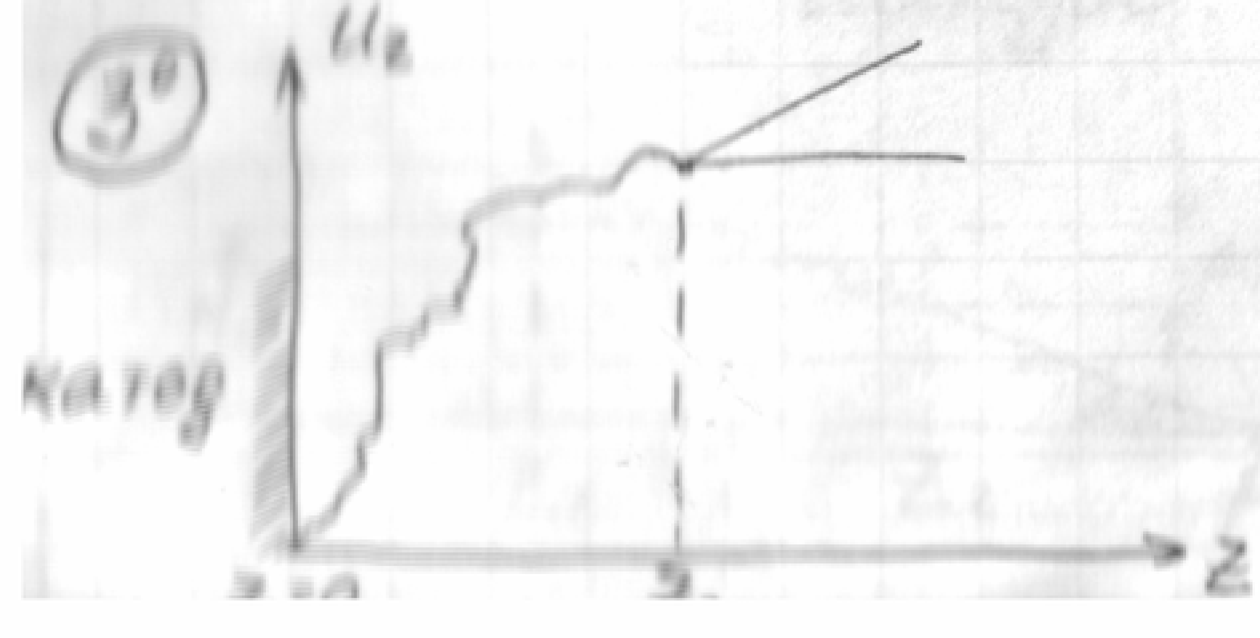
<u>одиночная линза</u>

2° $E = const$



<u>линза - диафрагма</u>

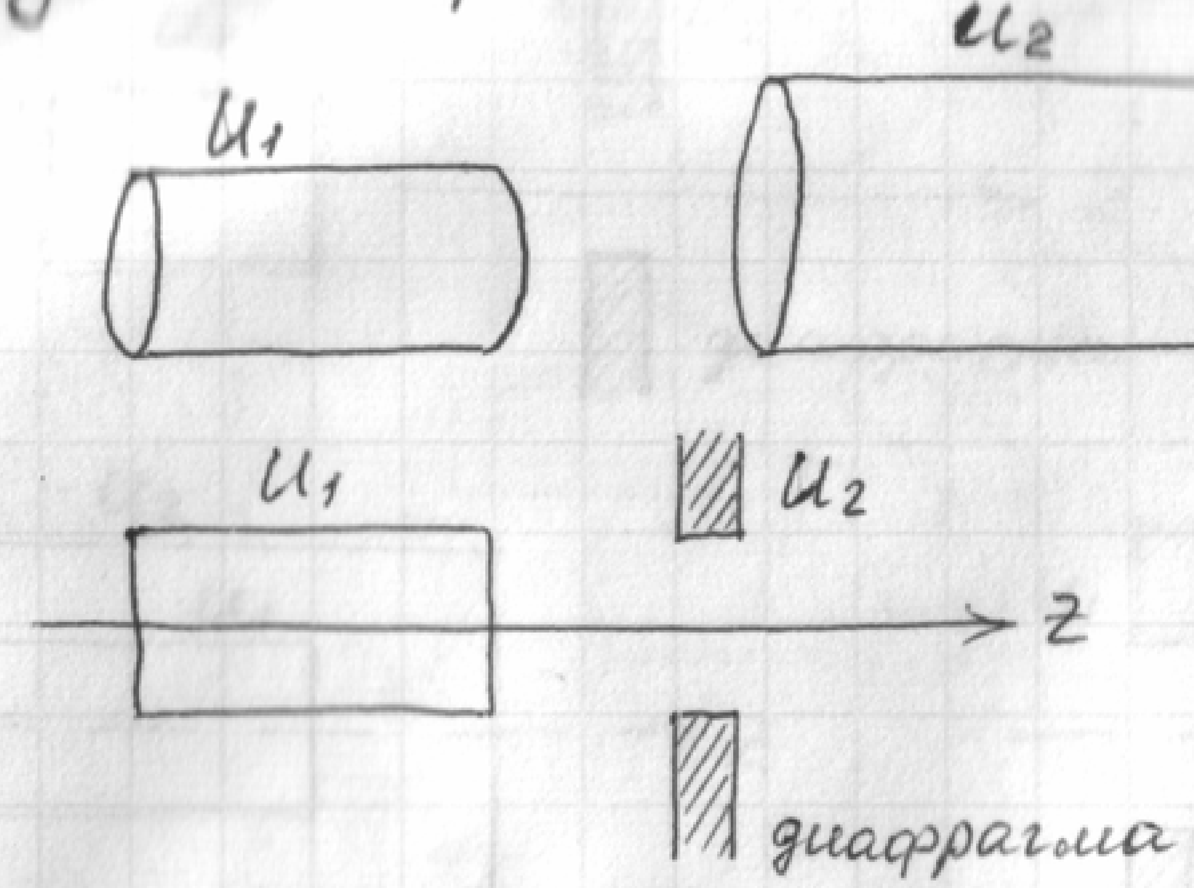
3°



<u>иммерсионный объектив</u>

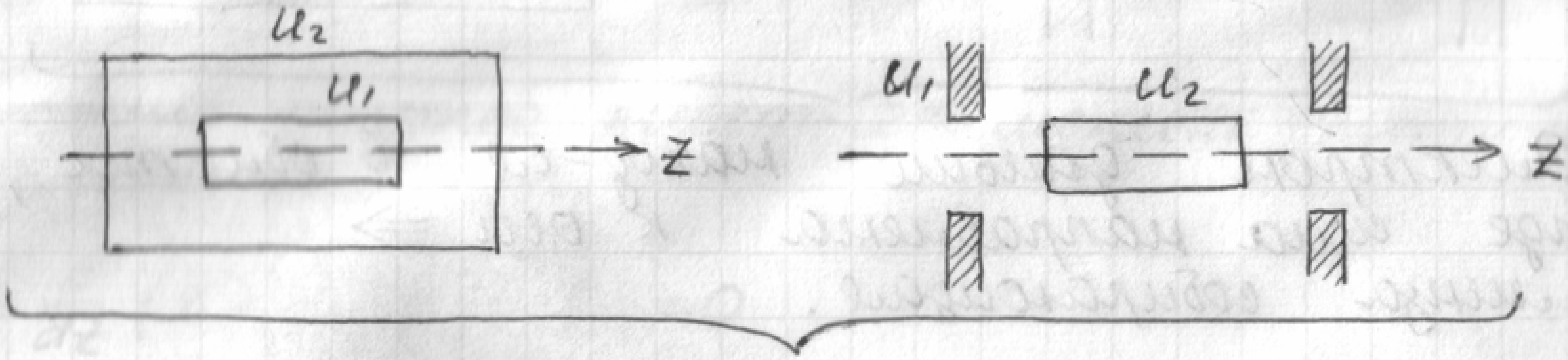
Линзы с ограниченной обл-ю пол.

Пр: 1)



иммерс. линзы

2)



одиночные линзы.

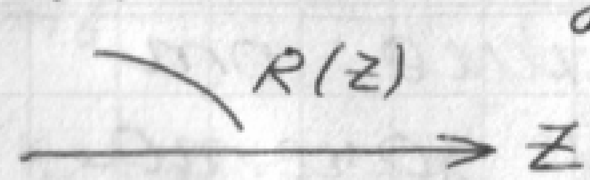
Собирающие это линзы или рассеив.? Оказ., все линзы с огранич. обл-ю поля — собирающие.

Док-псем:

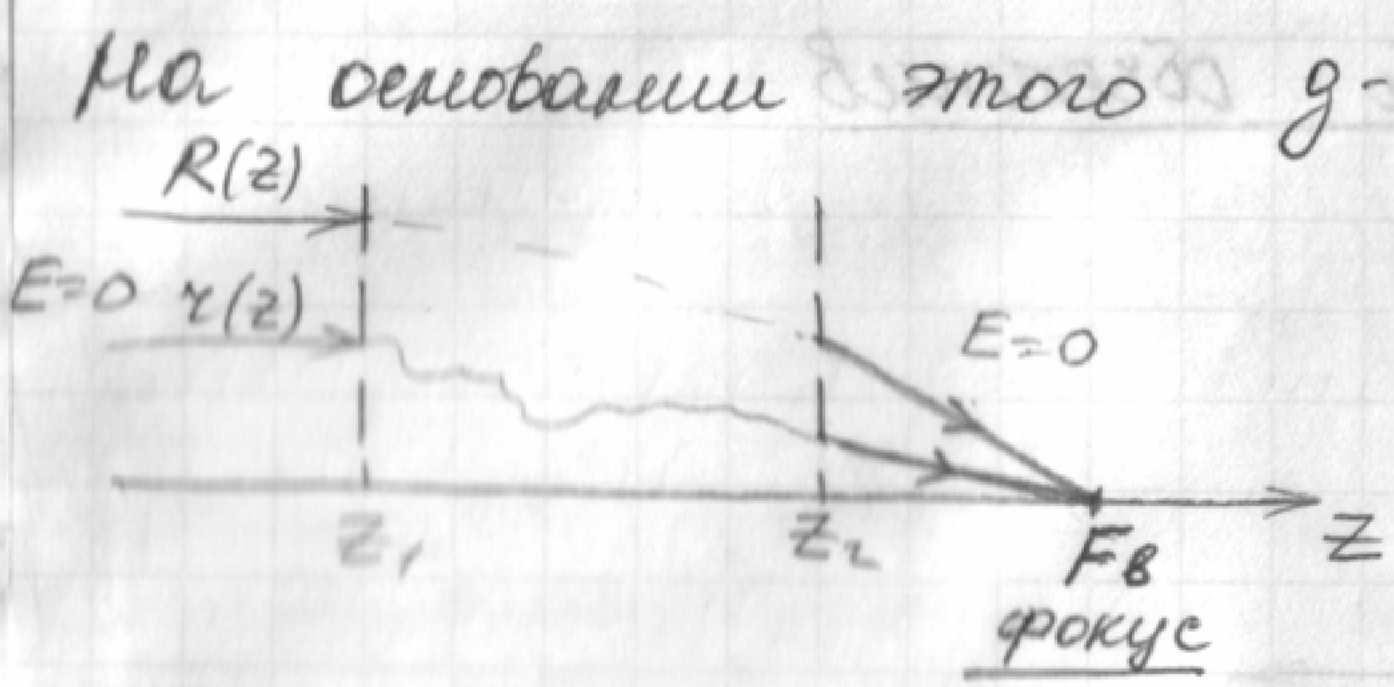
$$\frac{d}{dz}\left(r'\sqrt{U_z}\right) + \frac{rU_z''}{4\sqrt{U_z}} = 0$$

Введем: $R(z) = r(z)\sqrt[4]{U_z} \Rightarrow \frac{d^2R(z)}{dz^2} + \frac{3}{16}\left(\frac{U_z'}{U_z}\right)^2 R = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{R''<0}}$



На основании этого д-псем, что линза — собир.



До линзы: $r(z) = const$, $U_z = const$ $\Rightarrow R(z) = const$

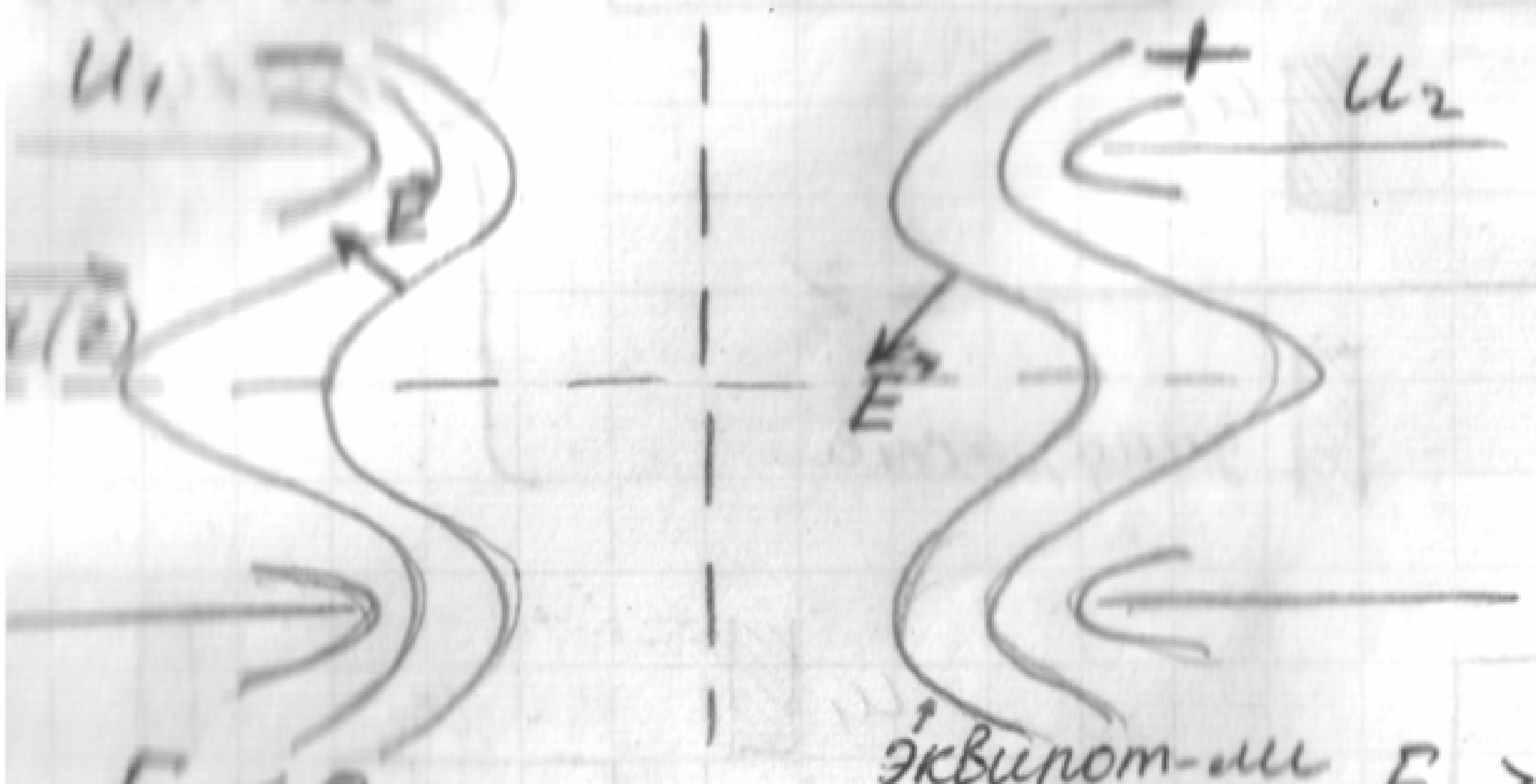
После линзы: $U = const \Rightarrow E = 0$; $r(z)$ — линейн. ф-ия $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow R(z)$ — тоже лин ф-ция

$r(z)$ — пропорц. $R(z) \Rightarrow$ тоже попадёт в $F_в$

Линза — собирающая, ч.т.д.

$U_2 > U_1$

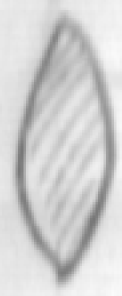


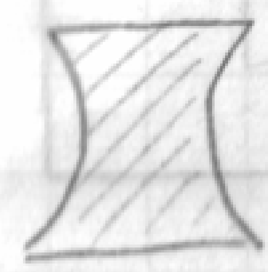
Почему луч пойдет к оси?

$v_1 = \sqrt{2\eta U_1} \quad t_1 \sim \frac{1}{v_1}$

$v_2 = \sqrt{2\eta U_2} \quad t_2 \sim \frac{1}{v_2}$

$F_r < 0$ $\qquad$ $F_r > 0$



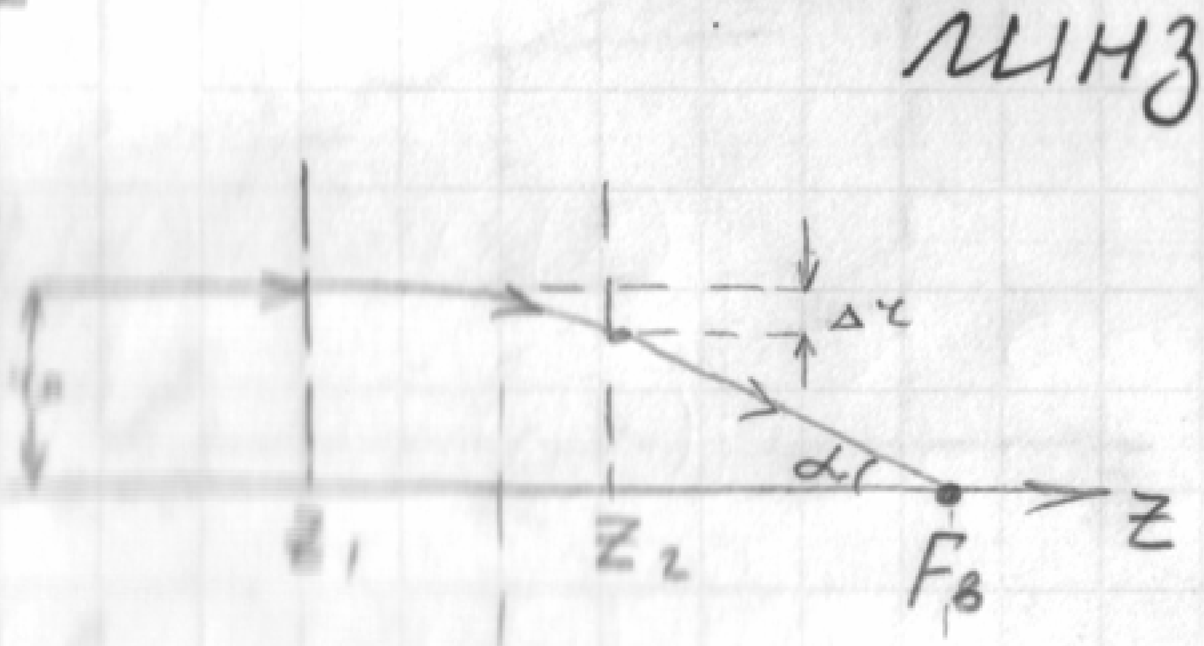


Электрон дальше наход-ся в обл-ти, где сила направлена к оси $\Rightarrow$ линза собирающая.

Z: Есть всё же случай, когда линза м. б. рассеивающей! (Это очень редкий случай, на практике не реализ-ся обычно. нет в учебниках)
Найти ошибку в док-ве и нарисовать тр-рию $\bar{e}$, чтобы она стала рассеивающей $\Rightarrow$

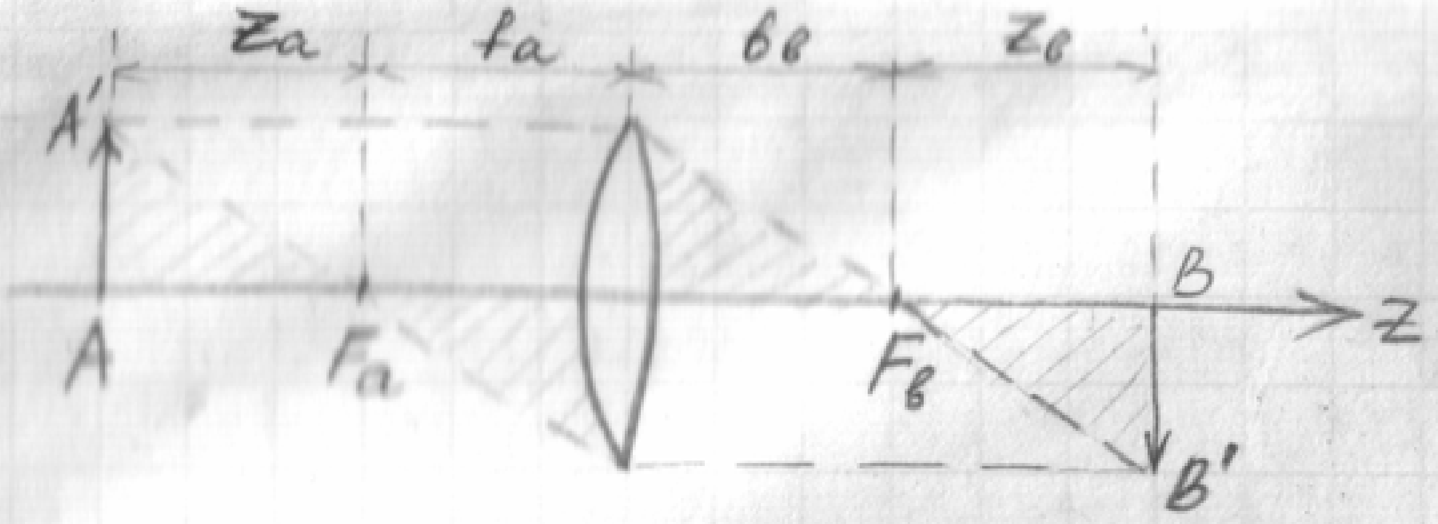
$\Rightarrow$ $\boxed{\text{освобождение от коллка и зачета с 5}}$

Расчёт тонкой иммерсионной линзы.



O: Линза наз. тонкой, если радиал. положение луча внутри неё меняется мало ($\Delta r \ll r_0$)

$|z_1 - z_2| \ll f_в$ – фокусное расст-ие



Из подобия треуг-ков: $\dfrac{AA'}{f_b} = \dfrac{BB'}{z_b}$; $\dfrac{AA'}{z_a} = \dfrac{BB'}{f_a}$

увеличение: $M = \dfrac{BB'}{AA'} = \dfrac{z_b}{f_b} = \dfrac{f_a}{z_a} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{z_a z_b = f_a f_b}$ для оптич. линзы

Знаем фокусное расст-я $\Rightarrow$ можем постр-ть изображе-ие.

$$\frac{d}{dz}\left(r'\sqrt{U_z}\right) + \frac{rU''_z}{4\sqrt{U_z}} = 0$$

$$\frac{d}{dz}\left(r'\sqrt{U_z}\right) = -\frac{rU''_z}{4\sqrt{U_z}} \quad \Big/ \int \text{по обл-ти линзы} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{z_1}^{z_2} d\left[r'\sqrt{U_z}\right] = -\frac{1}{4}\int_{z_1}^{z_2} \frac{rU''_z\,dz}{\sqrt{U_z}} \underset{\text{линза тонкая}}{\approx} -\frac{r_0}{4}\int_{z_1}^{z_2} \frac{U''_z}{\sqrt{U_z}}\,dz$$

$$r'\sqrt{U_z}\Big|_{z_1}^{z_2} = -\frac{r_0}{f_b}$$

$$\boxed{\frac{1}{f_{a,b}} = \frac{1}{4\sqrt{U_{a,b}}}\int_{z_1}^{z_2} \frac{U''_z}{\sqrt{U_z}}\,dz}$$

$r'(z_2) = -\dfrac{r_0}{f_b}$ (tg $\angle$ наклона)

Т.к. вне линзы поле $= 0$, то м. написать:

$$\frac{1}{f_{a,b}} = \frac{1}{4\sqrt{U_{a,b}}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{U''_z\,dz}{\sqrt{U_z}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{взяв по частям, учтя} \\ \text{что } U'_z(\pm\infty) = 0 \text{ (поле} = 0) \end{array} \right\}$$

проще брать такой,
ошибка небольшая (т.к. поле
спадает вне линзы, а не резко $= 0$)

$$= \frac{1}{8\sqrt{U_{a,b}}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{U'^2_z}{U_z^{3/2}}\,dz = \frac{1}{f_{a,b}}$$

(§) $\boxed{\dfrac{f_a}{f_b} = \dfrac{\sqrt{U_a}}{\sqrt{U_b}} = \dfrac{n_a}{n_b}}$ – для тонкой линзы.

Задача: д-ть, что для произвол. линзы с огранич. обл-ю поля справедливо такое же соотношение (∮)
(т.е. когда луч может сильно менять свое положение).

(Лучше списать :) - Кельман, Явор - там док-во этого есть, но разобраться!!!)
(там опред-я для глав. пл-тей и фок. расст-ий - как у нас)

Теория сильных (толстых) иммерсионных линз.

<u>О</u>: Сильная иммерс. линза - линза, в котор. луч сильно отклоняется.

($\Delta r \approx r_0$)

$$\left.\begin{aligned} r_2(z) &= C_2 r_1(z) \\ r_2'(z) &= C_2 r_1'(z) \end{aligned}\right] \Rightarrow C = \frac{AA_2}{AA_1},$$

$r_2(a) = C_2 r_1(a)$ (1)

$r_2(b) = C_2 r_1(b)$ (2)

$r_2'(b) = C_2 r_1'(b)$ (3)

$(2):(3) \Rightarrow \dfrac{r_2(b)}{r_2'(b)} = \dfrac{r_1(b)}{r_1'(b)}$

О: $F_в$ - фокус прост-ва изображений (та точка, где пересекаются все обратные лучи из простр-ва изобр-ий)

$$(1):(3) \Rightarrow \frac{r_2(a)}{r_2'(b)} = \frac{r_1(a)}{r_1'(b)} \Rightarrow$$

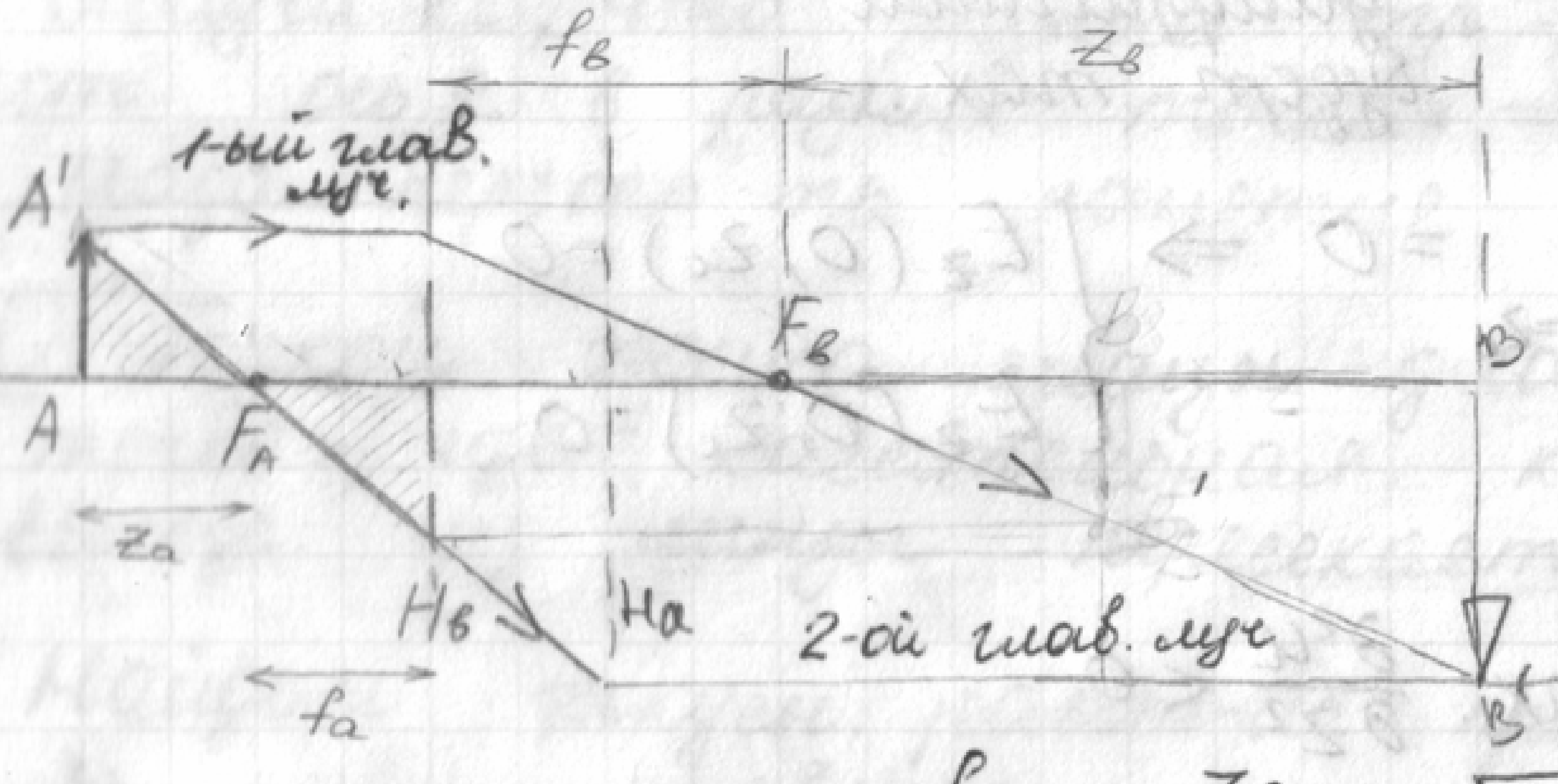
$\Rightarrow$ Прямое продолжение луча из пр-ва предметов и обратное продолж-е из пр-ва изобр-ий пересекутся в одной плоскости - главной плоскости $H_в$

Луч $r_1(z)$ - первый главной луч

Пустим обратно ‖-но опт. оси - второй главный луч

Эти величины позволяют найти луч вне линзы.

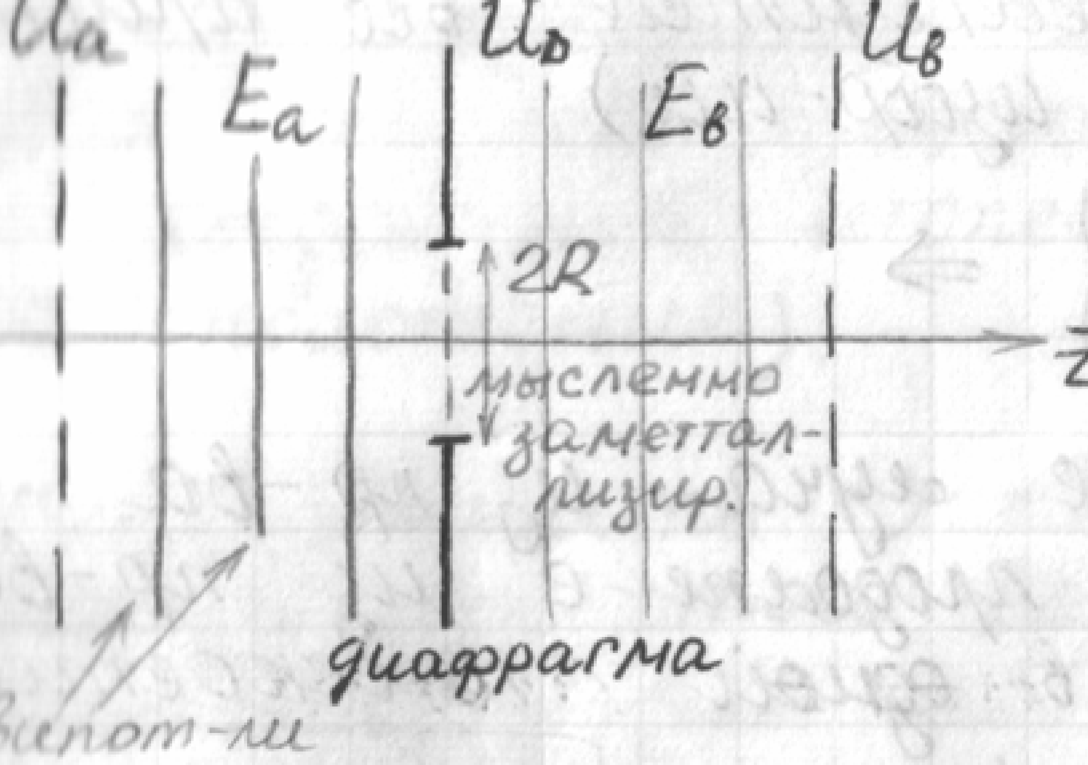
$\left.\begin{matrix} F_a, H_a \\ F_в, H_в \end{matrix}\right\}$ кординальные элементы линзы. они позв-ют построить изобр-ие.



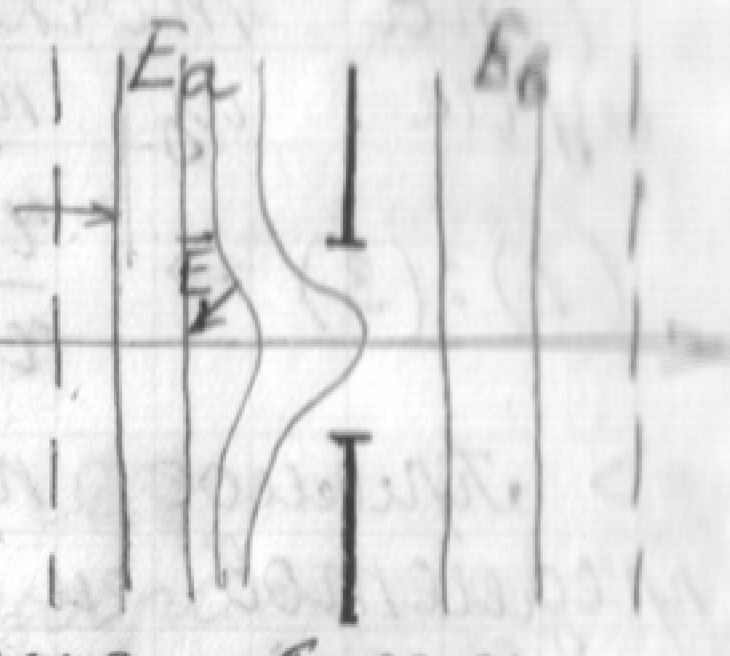
Увеличение: $M = \frac{f_a}{z_a} = \frac{z_в}{f_в} \Rightarrow \boxed{z_a z_в = f_a f_в}$

(но здесь уже фокусные расст-ия другие - в теории толстых линз фокусное расст-ие - расст-ие от фокуса до главной плоскости, а не до середины линзы, как в тонких

Линзы - диафрагмы.

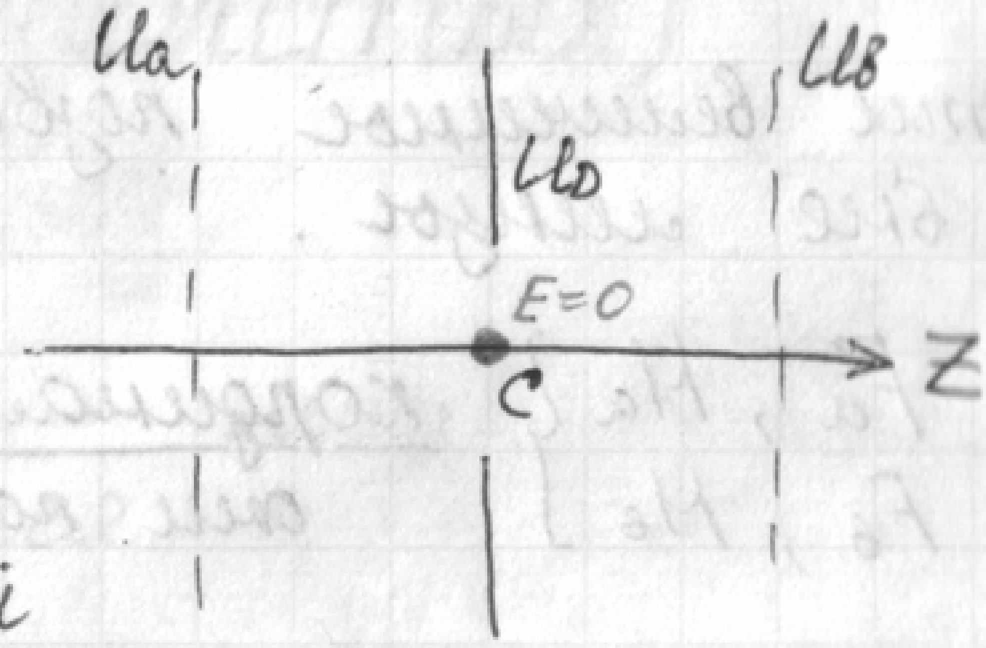


$\Longrightarrow$ откроем дырку

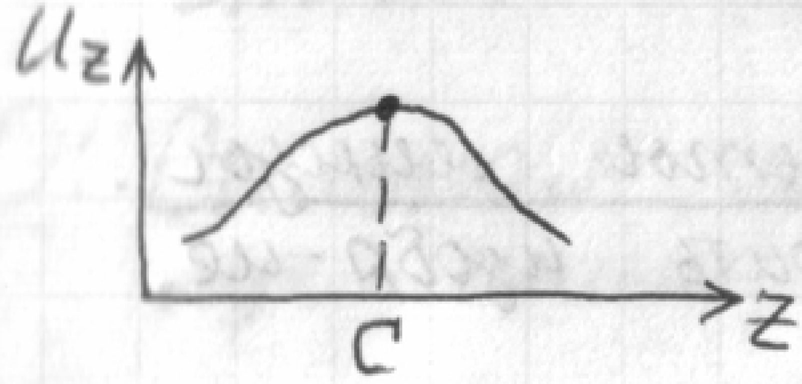


1^o Линза будет рассеив-щей
$U_a < U_D < U_B$

2^o $U_D > U_a, U_B$



Зав-ть осевого пот-ла от z:



Ясно, что где-то под диафрагмой будет max.

$$max \Rightarrow \left.\frac{\partial U}{\partial z}\right|_{z=z_c} = 0 \Rightarrow \begin{cases} E_z(0;z_c)=0 \\ E_z(0;z_c)=0 \end{cases}$$

$z=0$: $\frac{\partial U}{\partial r} = 0$

В точке max: $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} < 0$
(в т. C)

Ур-ие Лапласса: $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow$

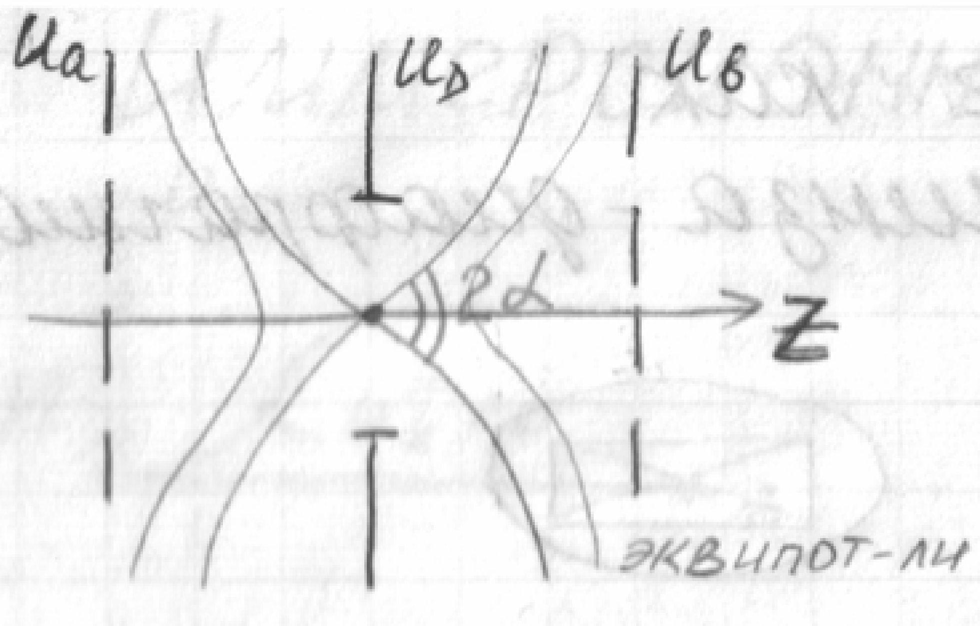
$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right) > 0$; $\quad \underbrace{\frac{\partial U}{\partial r}}_{0} + r\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} > 0$

Итак, в точке C:

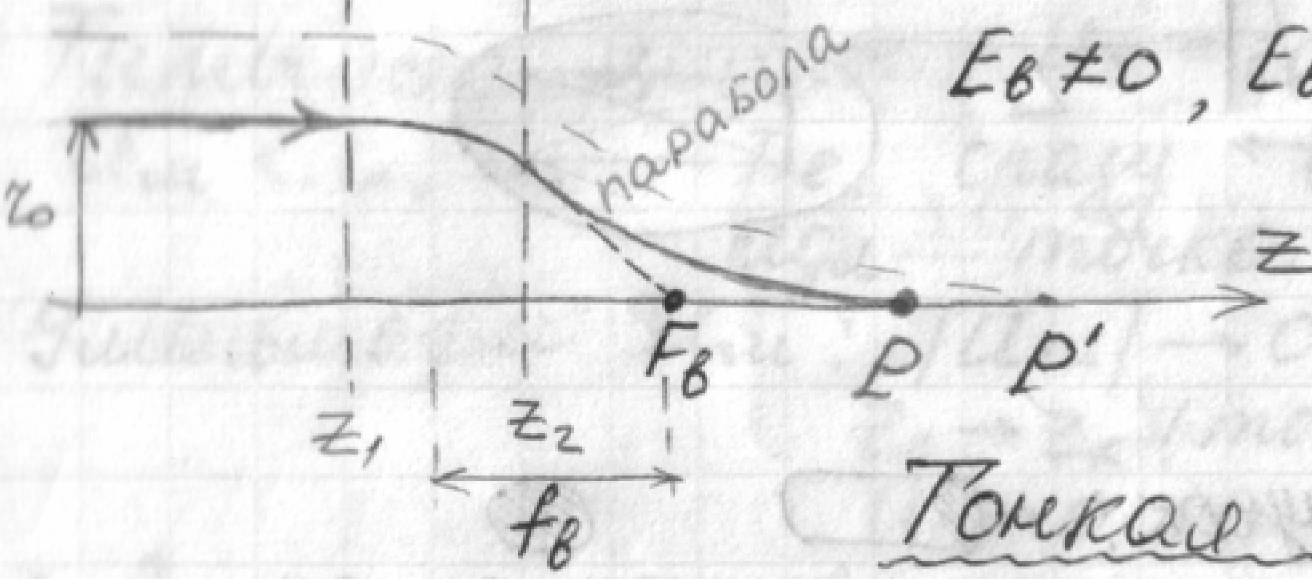
$$\boxed{\begin{matrix} \frac{\partial U}{\partial r} = 0 & \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} > 0 \\ \frac{\partial U}{\partial z} = 0 & \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} < 0 \end{matrix}}$$

т.е. это седловая точка



Задача: Док-ть, что в окрест-ти седл. т.(C) эквипот-ли имеют вид конуса, и угол при вершине конуса $2\alpha = 109°29'$.

Фокусное расст-ие тонкой линзы — диафрагмы.



$E_b \neq 0$, $E_b = const$

Тонкая линза: $\Delta r \ll r_0$

Получим, что разные тр-рии пересекают ось z в разных точках $\Rightarrow$ т. P — не фокус. Надо переопр-ть понятие фокуса.

О: Точкой фокуса линзы-диафрагмы наз. точка, где касательная к тр-рии на выходе из линзы пересекает оптич. ось.

Найдем фокусн. расст-ие: про-$\int$ ур-ие дв-я.

$$\int_{z_1}^{z_2} d\left(\sqrt{U_z}\,\frac{dr}{dz}\right) = -\int_{z_1}^{z_2} \frac{r U_z''}{4\sqrt{U_z}}$$

Линза тонкая $\Rightarrow$ можно считать $r = r_0$, и считать $U_z \approx U_D$.

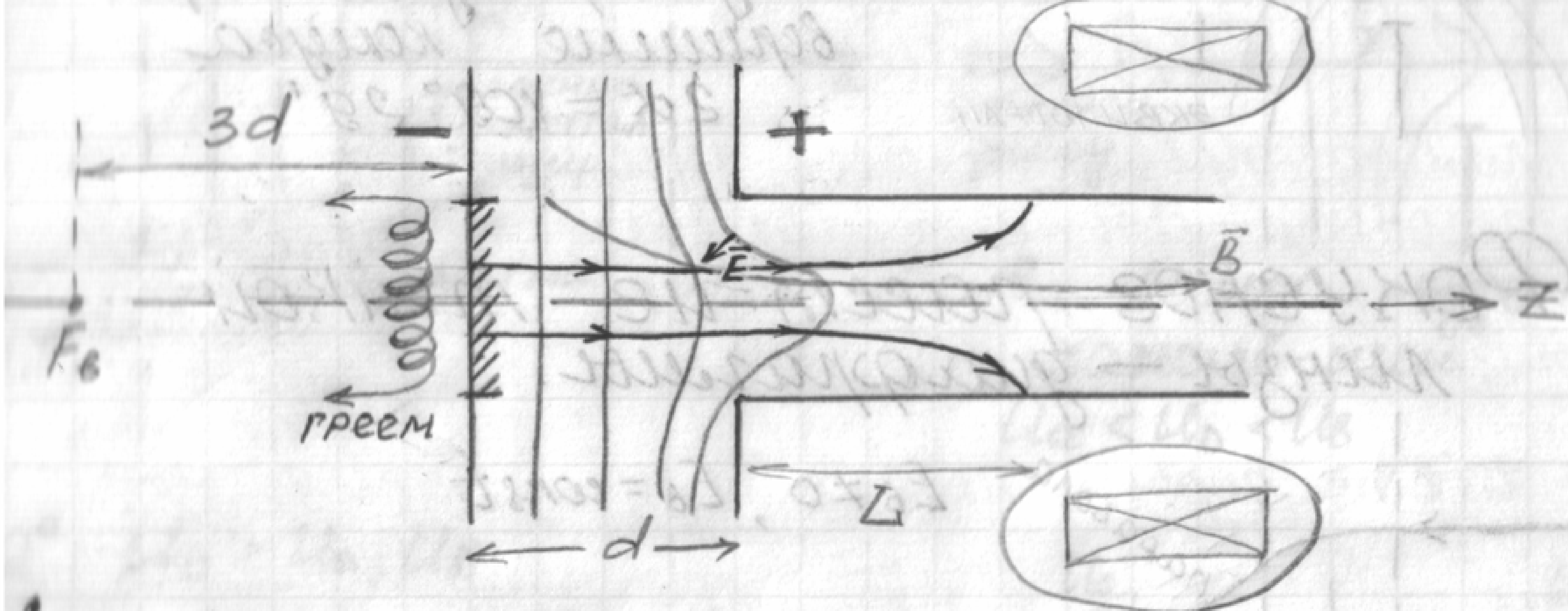
$$U_D \frac{dr}{dz}\Big|_{z_1}^{z_2} = -\frac{r_0}{4} U_z'\Big|_{z_1}^{z_2} = \frac{r_0}{4}(E_b - E_a)$$

$$\frac{dr}{dz}\Big|_{z_1} = 0 \qquad \frac{dr}{dz}\Big|_{z_2} = -\frac{r_0}{f_b}$$

$$\boxed{f_b = \frac{4U_D}{E_a - E_b}}$$

Линза-диафр. м.б. и рассеив. и соб. (если $f_b > 0$ — собир., $f_b < 0$ — рассеив. смотря какое $(E_a - E_b)$)

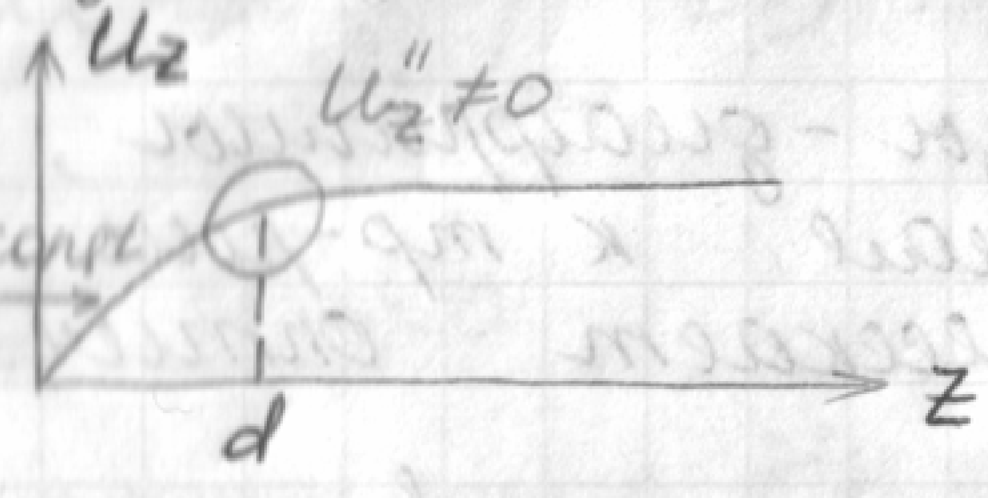
Анодное отверстие как рассеивающая линза-диафрагма



Есть радиал сила
$F_r > 0$ (напр. от оси)

Надо получить пучок: 

Но если длинный канал, то все эл-ны сядут на стенки, на выход ничего не попадет.



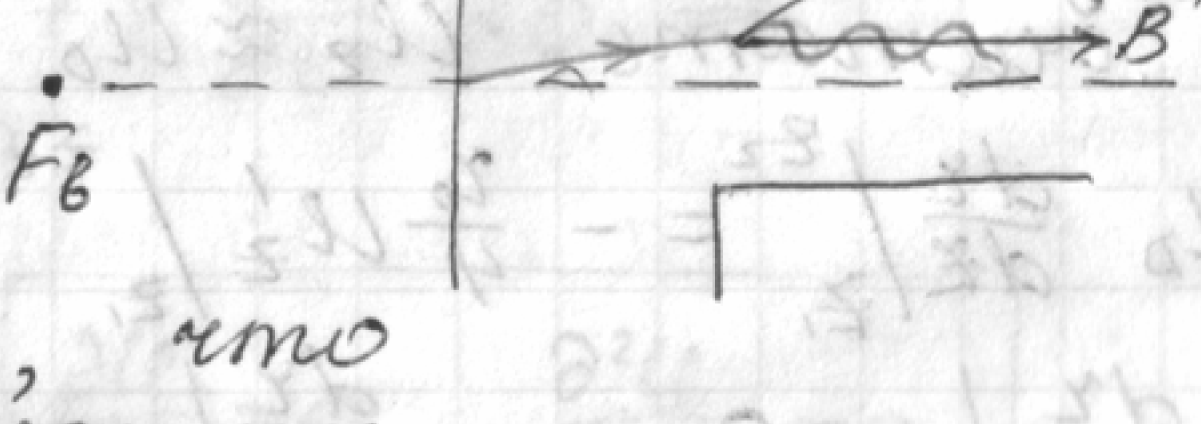
Т.е. это линза-диафрагма, у котор.
$U_D = U_a$, $E_B = 0$

$$E_a = -\frac{U_a}{d}$$

Её фокусное расст-е: $f_B = \frac{4U_a}{-U_a/d} = -4d$

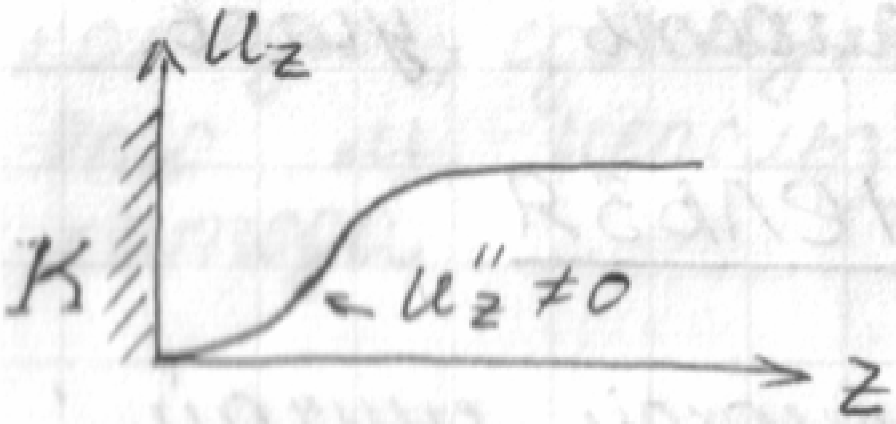
Ставят еще соленоиды.

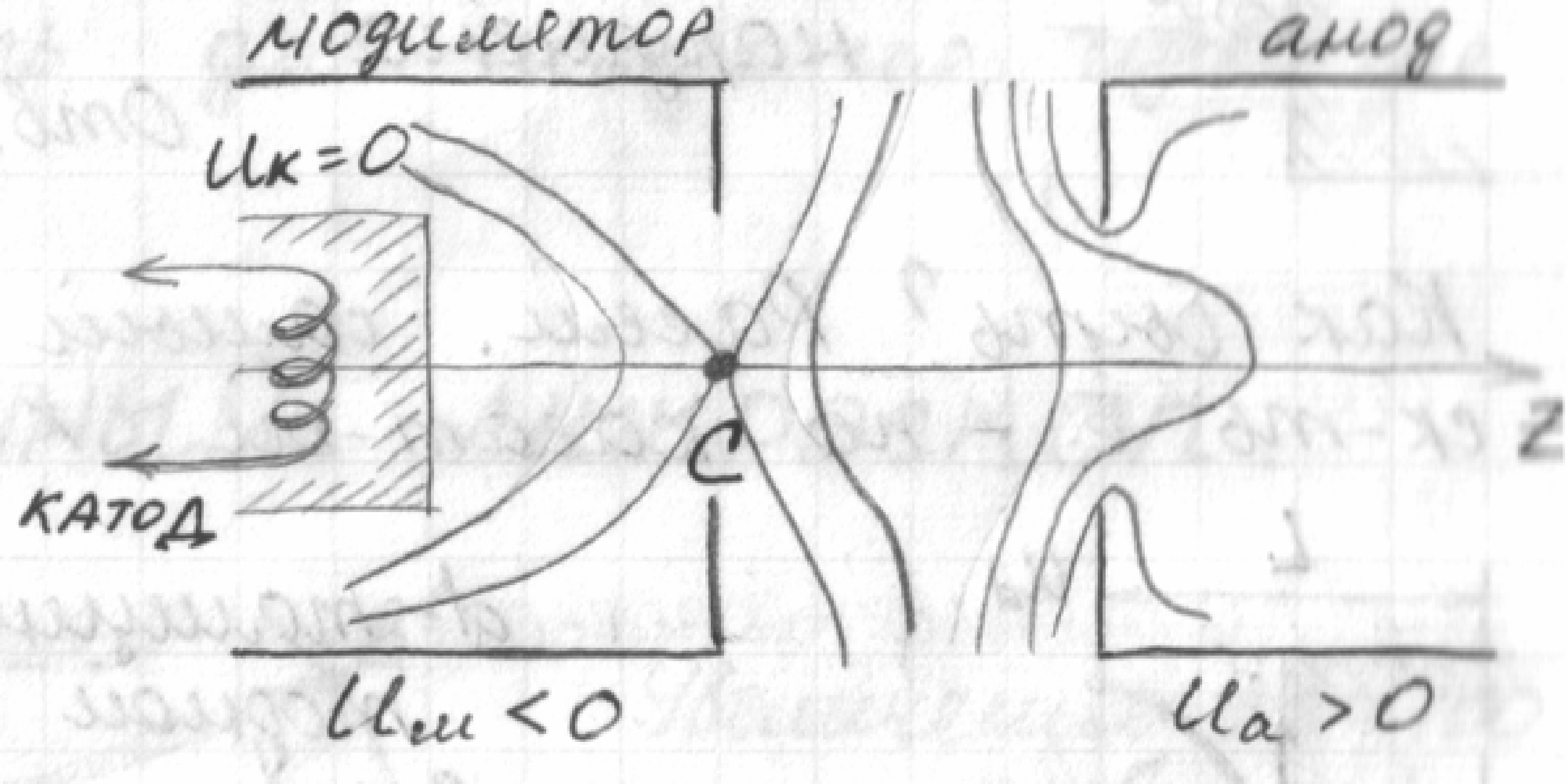
$r_\perp \sim \frac{1}{B}$



Рассчит-ют $r_\perp$ т.о., что пучок в канал проходит.

Иммерсионный объектив.





Типичные цифры: $U_a = 300$В; $U_м = -10$В

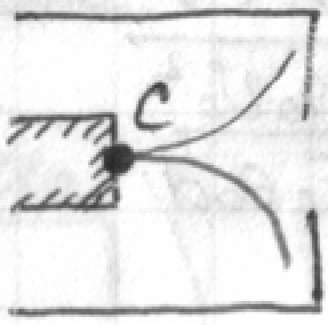
$U_м < U_к, U_a$, т.е. сразу видим, что у нас седл. точка.

Уменьшаем $U_м$: $|U_м| \to 0$

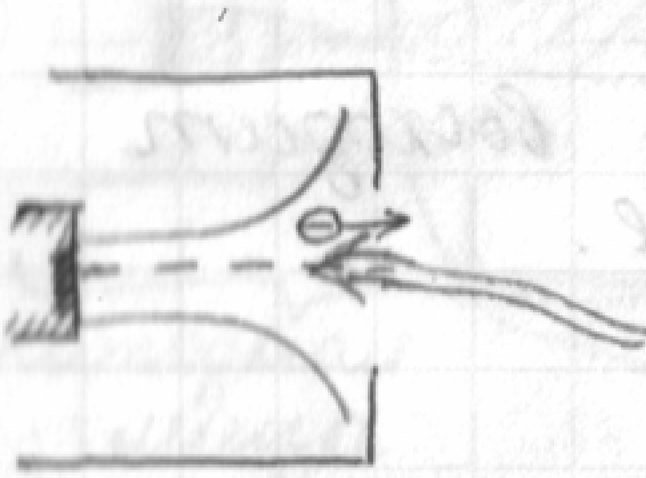
$z_c \to z_к$ (точка C едет к катоду)

$U_c \to 0$ (ее пот-л падает)

и в конце концов:



Дальше:

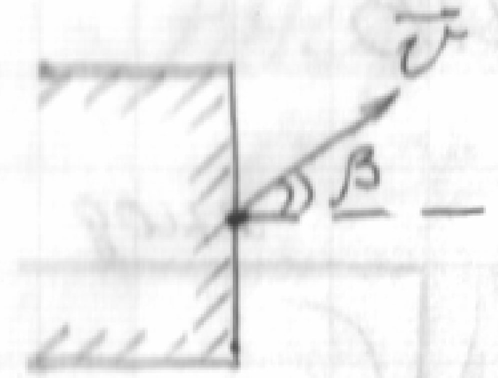


Вначале, на всем катоде было поле тормозящее. А теперь, когда эквип-ли разошлись, поле E стало ускоряющим т.е. появился ток, и он зав-т от пот-ла модулятора

т.е. м. менять яркость луча (в TV, ...)

В целом получится: собир. часть сильнее (там поле меньше, ск-ть пролета ē меньше), в рассеивающей части – ē летят быстрее ⇒ в целом линза собирающ.

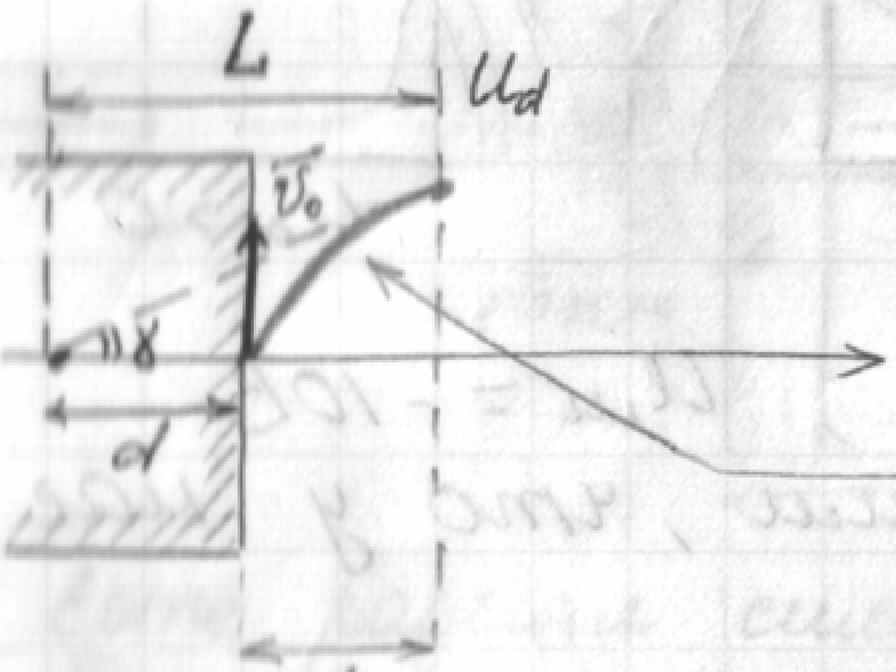
Можем ли в случае иммерс. объектива польз-ся ур-ем паракс. тр-ий?



Угол выхода ч-цы с катода м.б. большим, т.е. малость углов нарушена.

Отв: НЕЛЬЗЯ

Как быть? Рассм. самый плохой случай: ск-ть $\bar{e}$ — по касат-ой к катоду



d — толщина малой прикатодной обл-ти.

z Всегда м. найти такое d, что будет $E = const$

$$\left.\begin{aligned} z &= \frac{at^2}{2} = \frac{e_0 E}{2m_0} t^2 \\ r &= v_0 t \end{aligned}\right\} \; z = \frac{e_0 E r^2}{2 m_0 v_0^2}$$ — парабола

Угол касательной в (·) вылета:

$$\mathrm{tg}\,\gamma = \left(\frac{dz}{dr}\right)^{-1}\Bigg|_{z=d} = \sqrt{\frac{m_0 v_0^2}{2E_0 e_0 d}}$$

$$\frac{m_0 v_0^2}{2} = kT\ ; \quad E_0 d = U_d$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\,\gamma = \sqrt{\frac{kT}{e_0 U_d}}}$$ — угол, под котор. $\bar{e}$ выходит из однород. поля.

] $d \approx 0{,}1\, d_{полн.} \Rightarrow U_d \approx 1В$

$$\frac{kT}{e} \approx 0{,}1 В$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{tg}\,\gamma \approx 0{,}3 \ll 1$$

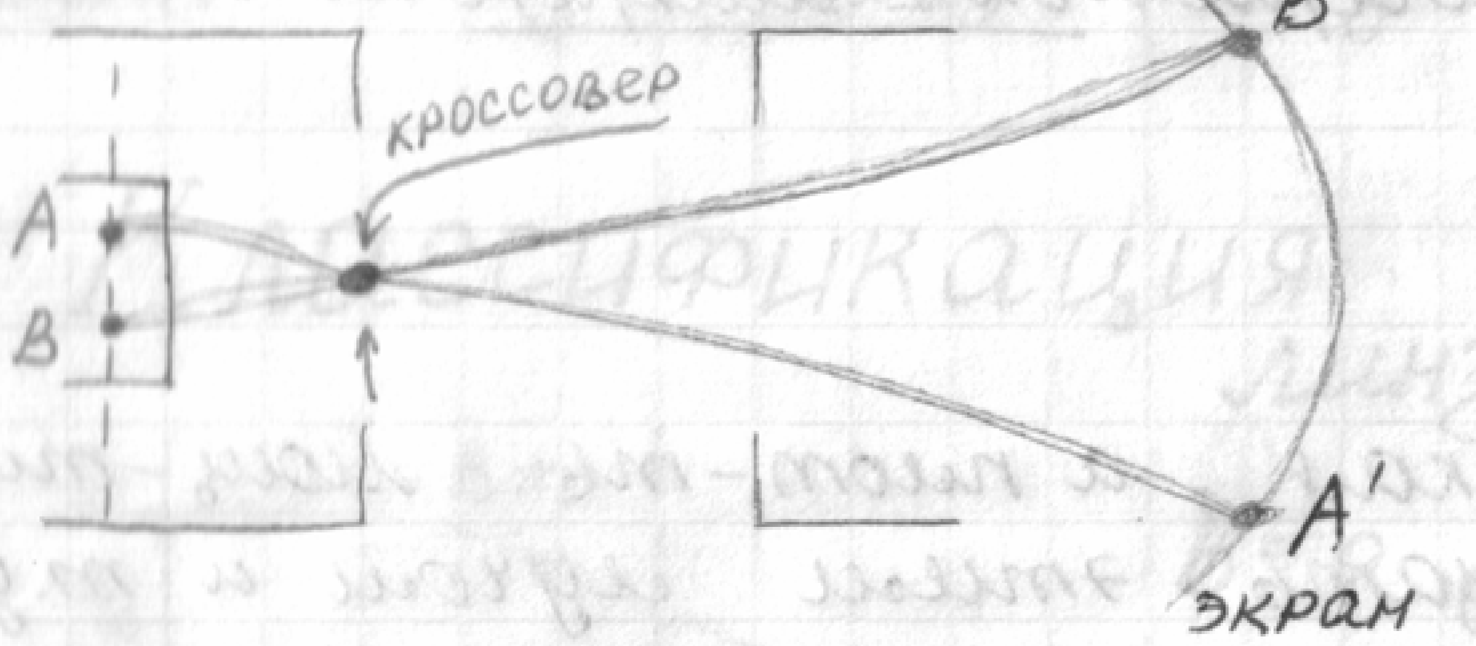
Т.е. уже начиная с пл-ти d можем польз-ся паракс. прибл-ем.

Где касат-я пересекается с осью z? ($L = ?$)

$$L = \frac{r|_{z=d}}{\mathrm{tg}\,\gamma} = 2d$$

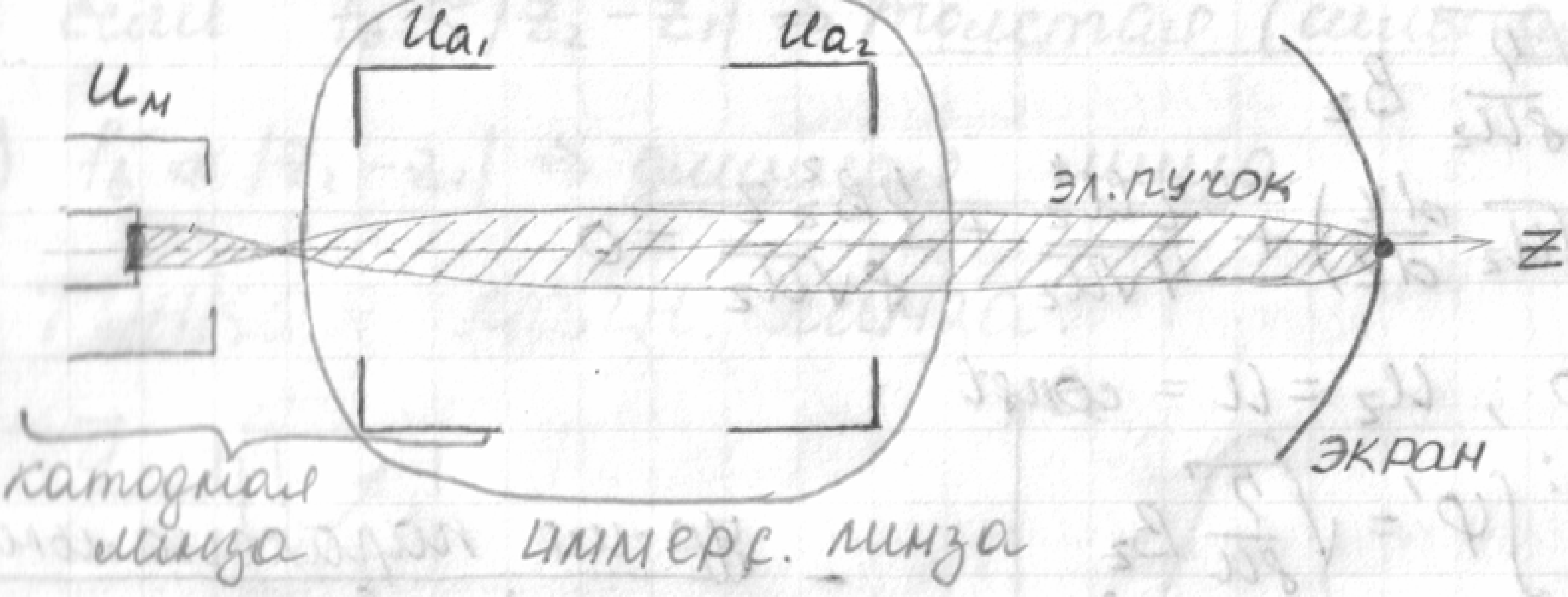
Т.е. $\bar{e}$ как бы выходит из мнимого катода, сдвинутого на d влево от наст-го
Это м. использ-ть для получ-ия изобр-ия катода.

Иммерсионный микроскоп.



Увеличение $M \approx 100$

Прожекторы эл-но-лучевых трубок (эл-нные прожекторы).



Хотим получить пучок min толщины (точку на экр
На экране получаем изобр-ие катода. Но он имеет некот. размер!
<u>Кроссовер</u> – обл-ть, где пучок почти сохр-ся в точку.
Т.е. получить надо изобр-ие кроссовера (настраивают линзу соот-щим образом)

Минус: надо менять яр-ть луча (т.е. пот-л модулятора) ⇒ меняем св-ва катод. линзы, т.е. сбиваем фокусировку (пятнышко вместо точки)

Электронно-лучевая технология.

Изображение кроссовера; $r \approx 1$ микрон

$P = 50$ Вт

$P_{уд} = \frac{P}{S} \approx 10^{10} \frac{Вт}{см^2}$

удельн.

Мощ-ть маленькая, а плот-ть мощ-ти огромная $\Rightarrow$ м. резать этим лучом и т.д.

Уравнение параксиальных тр-рий в магнитном поле.

$$\begin{cases} \varphi' = \sqrt{\frac{\eta}{8U_z}} B_z \\ \frac{d}{dz}\left(\sqrt{U_z}\frac{dr}{dz}\right) + \frac{rU_z''}{4\sqrt{U_z}} + \frac{\eta B_z^2 r}{8\sqrt{U_z}} = 0 \end{cases}$$

$\exists$ $E = 0$; $U_z = U = const$

тогда:

$$\begin{cases} \varphi' = \sqrt{\frac{\eta}{8U}} B_z \\ \frac{d^2r}{dz^2} + \frac{\eta B_z^2 r}{8U} = 0 \end{cases}$$ – ур-ия параксиальн. тр-рий в м.п.

1°. Первое ур-ие даёт поворот изображения

2°. Любое маг. поле B обладает линзовым дейс-ем (отклоняет тр-рию)

3°. $\frac{d^2r}{dz^2} < 0 \rightarrow$ линза собирающая

4°. Св-во фокусировки не зависит от знака м.п. B_z (т.к. входит B_z^2)

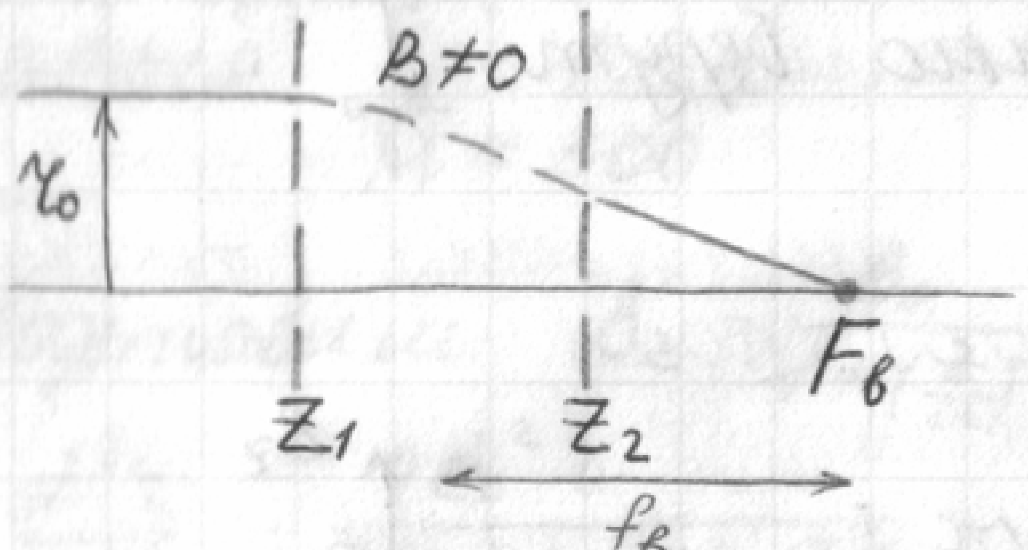
5°. Если $\frac{B^2}{U} = const$, то ур-е не меняется

+ магн. линз по сравн. с эл.-стат. линзами:

1) В эл. стат. линзах нужна для сильного пучка большая разн-ть пот-лов $\Rightarrow$ пробой
2) В эл. стат. линзах электроды надо помещать в вакууме.

А в магн. линзах — не обязательно.
Можно показать, что оптич. сила ($\frac{1}{f}$) у магн. линз больше, чем у эл.-стат.

Классификация магнитных линз.



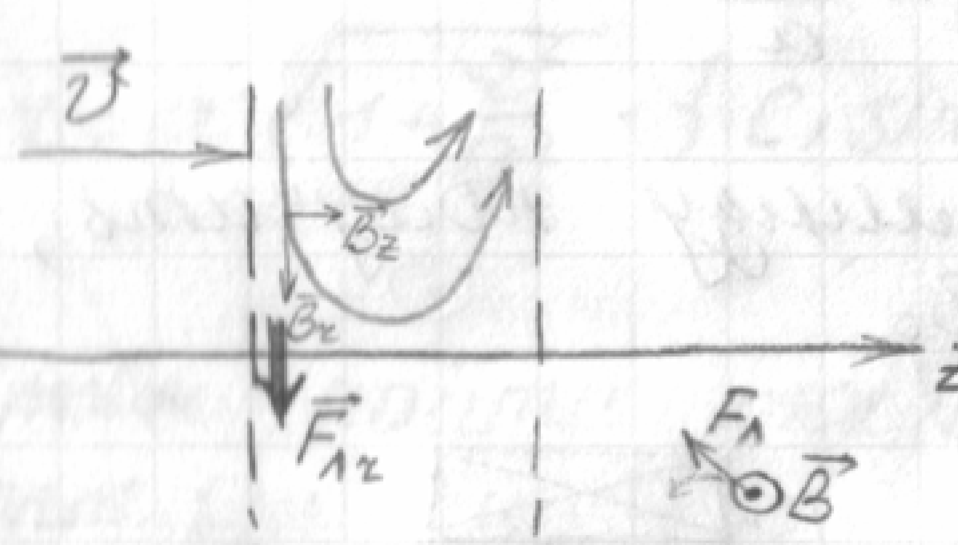
$B \neq 0$ при $z \in [z_1; z_2]$

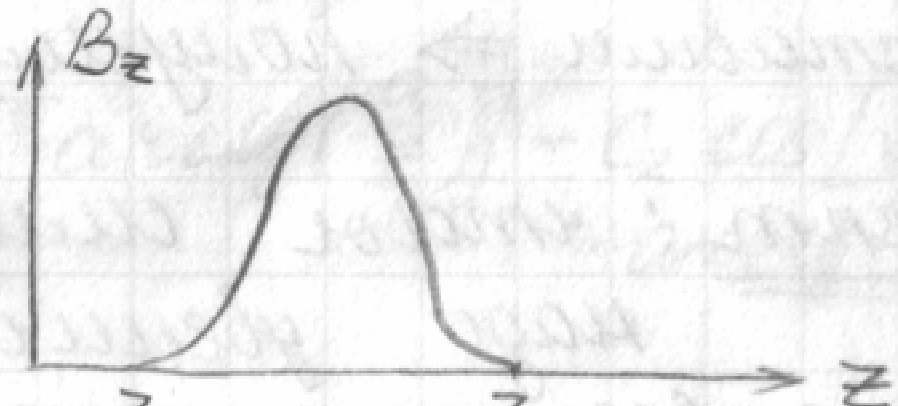
1) Если $f_B >> |z_2 - z_1| \Rightarrow$
$\Rightarrow$ тонкая линза (короткая)

2) Если $f_B \approx |z_2 - z_1| \Rightarrow$ толстая (сильная) линза

3) $f_B \ll |z_2 - z_1| \Rightarrow$ длинная линза

• ТОНКАЯ магн. линза:



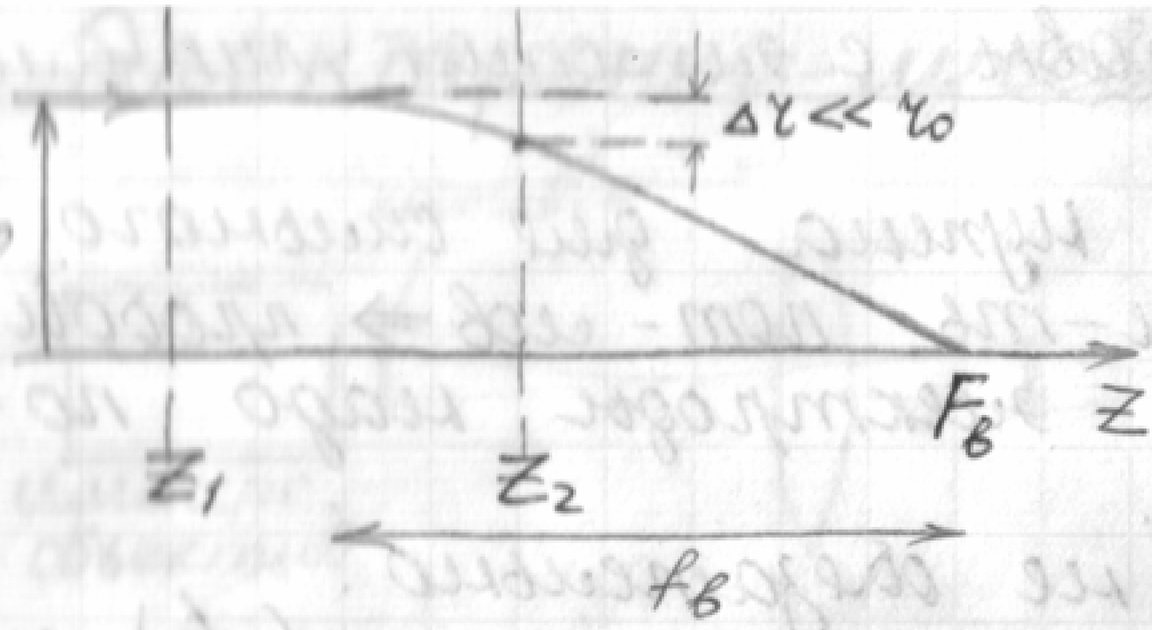


Комп-ты $\vec{v}_z$ и $\vec{B}_r$ дают $\vec{F}_{л\varphi} \neq 0$

$\vec{F}_{л\varphi}$ и $\vec{v}_z$ дают $\boxed{F_{лr} < 0}$

$\dot{\varphi} = \frac{\eta\Psi}{2\pi r^2} > 0$ — $\bar{e}$ крутится всё время в одну и туже сторону $\Rightarrow$

(т. Буша) $\Rightarrow F_{лr} < 0$ — всё время тянет $\bar{e}$ к оси



$$\int_{z_1}^{z_2}\frac{d^2r}{dz^2}\,dz = -\int_{z_1}^{z_2}\frac{\eta B_z^2 r}{8U}\,dz$$

$r \approx r_0$ $\quad \left.\frac{dr}{dz}\right|_{z_1}^{z_2} = -\frac{\eta r_0}{8U}\int_{z_1}^{z_2} B_z^2\,dz$

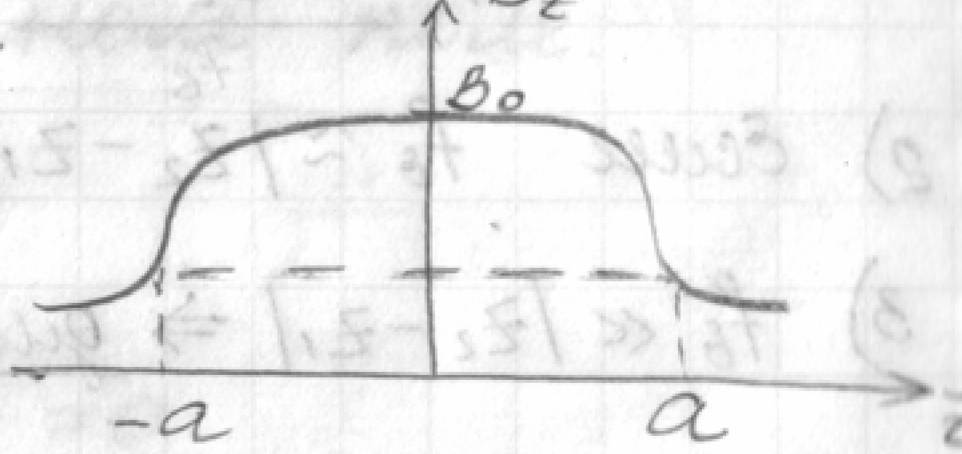
$\left.\frac{dr}{dz}\right|_{z_1} = 0 \;;\; \left.\frac{dr}{dz}\right|_{z_2} = -\frac{r_0}{f_в}$

$\frac{1}{f_в} = \frac{\eta}{8U}\int_{z_1}^{z_2} B_z^2\,dz$. Обычно берут $\int_{-\infty}^{\infty}$;

$$\boxed{\frac{1}{f_в} = \frac{\eta}{8U}\int_{-\infty}^{\infty} B_z^2\,dz}$$

• Сильные магн. линзы:

$B_z = \frac{B_0}{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2}$ – апроксимация

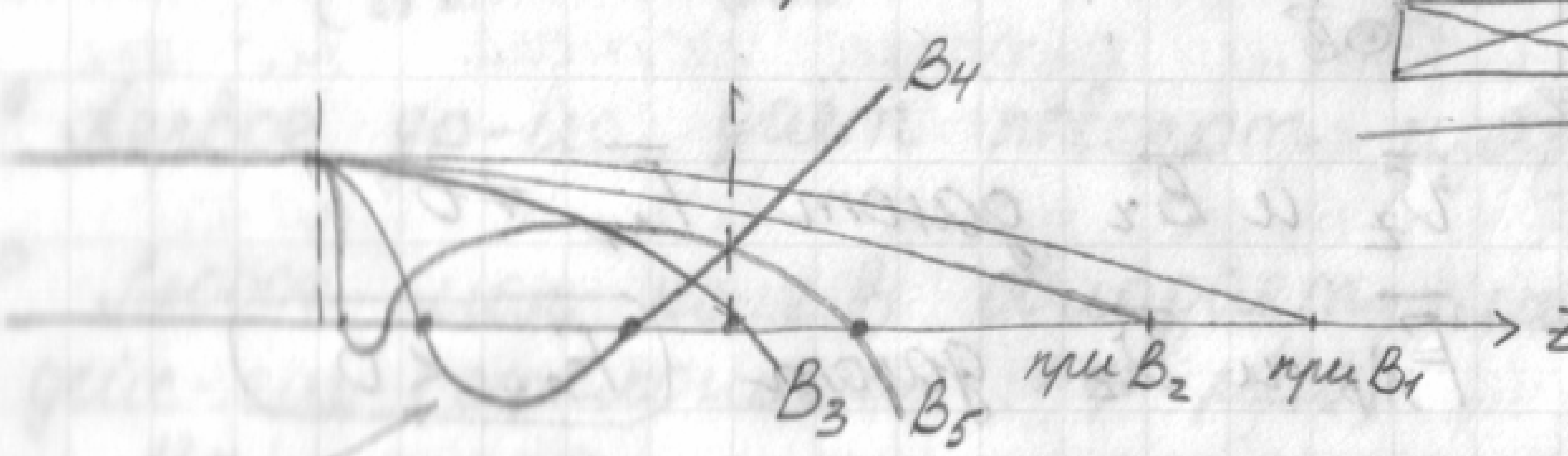


(апроксимируем реальное распр-ие поля)

Подставим ⇒ получим $\frac{1}{f_в} \sim \frac{B_0^2}{a}$

Рецепт: чтобы сильную линзу получить, надо увеличить B_0.

Но не все так просто:



$B_1 < B_2 < \ldots$

$F_r < 0$

Т.к. F_r всегда к оси ⇒ будет рассеив. линза

при B_4 – 2 фокуса, при B_5 – три и т.д.

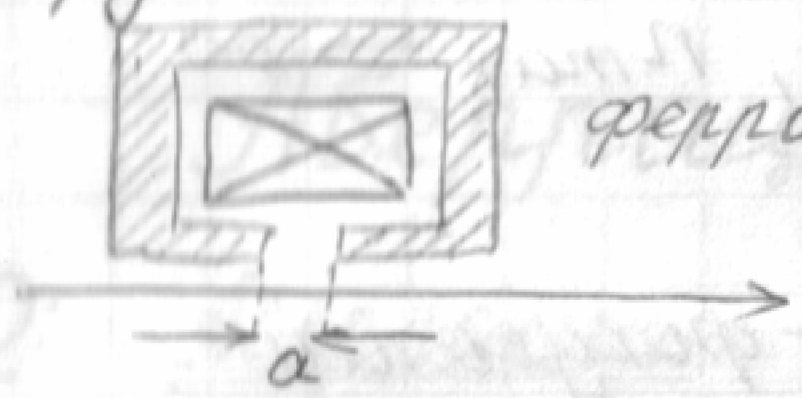
(многократная фокусировка)

Полезна она или вредна?

Последний фокус (при B_5) – либо на краю (z_2) либо сразу за ним. Нач. с нек. знач-я м.п. больше опт. сила не растет.

Надо уменьшить a.

Окружим соленоид ферромагнетиком:

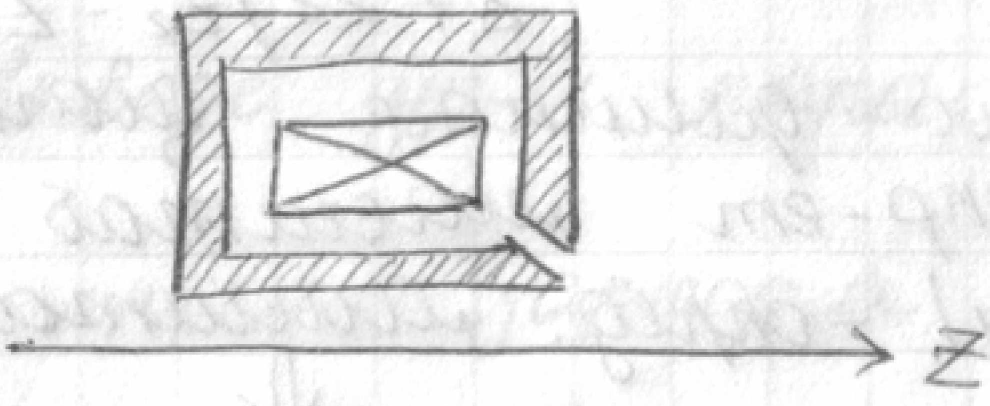


ферром-к

поле выходит только в дырку, остальное – экранир-ся.

(Бронированная линза)

Можно сделать так:



Здесь вообще можно добиться $f_0 \simeq 1$ мм
$M \simeq 300$

Подставим $B_z = \dfrac{B_0}{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2}$ в ур-ие:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\eta B_0^2 r}{8U\left[1+(z/a)^2\right]} = 0$$

Вводим $y = \frac{r}{a}$, $x = \frac{z}{a}$, $k^2 = \frac{\eta B_0^2 a^2}{8U} \Rightarrow$

$$\Rightarrow y'' = -\frac{k^2 y}{(1+x^2)^2}$$

можем свести к z.о.

Реш-ие м.б. запис. в виде:

$$r = a\sqrt{1+\frac{z^2}{a^2}} \cdot \left\{ C_1 \sin\left[\sqrt{1+k^2}\, \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{z}\right)\right] + C_2 \cos\left[\sqrt{1+k^2} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{z}\right)\right]\right\}$$

Чтобы найти фокусы, надо луч пустить $\parallel$-но опт. оси из $-\infty$

$r'(-\infty) = 0$
$r(-\infty) = r_0$

z

$$f_2 = -f_1 = \frac{a}{\sin\left[n\frac{\pi}{\sqrt{1+k^2}}\right]}, \text{ где } n = 1, 2 \ldots$$

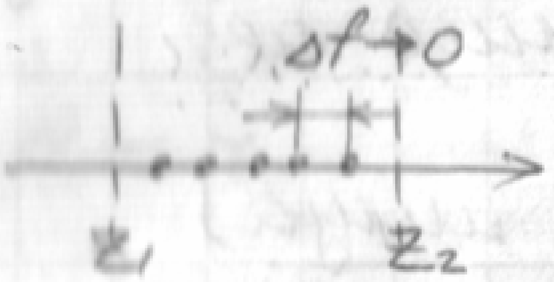
$$n_{max} < \sqrt{1+k^2}$$

Если $k^2 < 3 \Rightarrow n_{max} = 1$ – один фокус
$3 < k^2 < 8 \Rightarrow n_{max} = 2$ – два
$8 < k^2 < 15 \Rightarrow n_{max} = 3$, и т.д.

Т.е. явл-я многократ. фокусировки отсутст-вуст, когда $\underline{k^2<3}$. Т.е. увеличивать м.п. надо, пока не достигнем этого.

• Длинные магнитные линзы.

$B_0 \to \infty$, Фокусов очень много, $n_{max} \to \infty$



$f_B \ll |z_2 - z_1|$

Расст-ие м/у сосед. фокусами

$\Delta f \ll |z_2 - z_1|$

Т.е. это длинная магн. линза.

Δf - опр-ет масштаб эл-ой тр-рии

$|z_2 - z_1|$ - опред. масштаб м.п.

$\Downarrow$

В длинной маг. линзе масштаб эл-ой тр-рии ≪ масштаба маг. поля

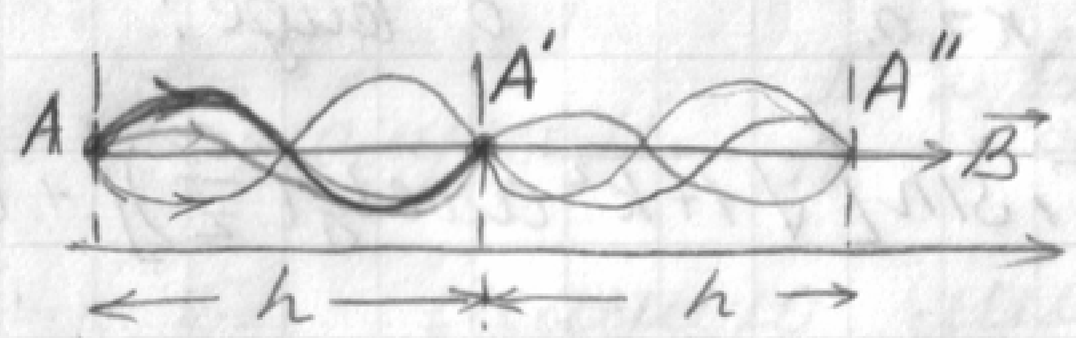
$r' \ll 1$, $r\varphi' \ll 1$

циклотр. период

$v = v_z$; шаг тр-рии $h = v_{\parallel} T_c = v T_c = \sqrt{2\eta U}\,\frac{2\pi}{\eta B}$ -

- одинакова для всех $\bar{e}$

эл-ны выходят по разным углом

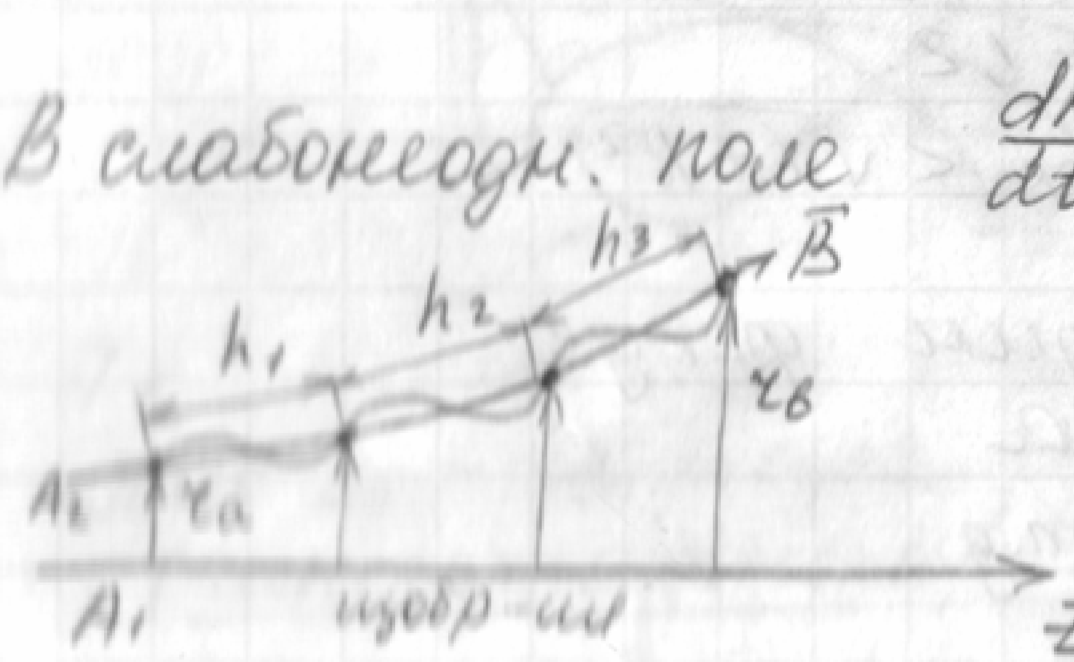


Трансл. перенос изобр-ия; $M = 1$

В длинной магн. линзе поле слабонеодн. ⇒

⇒ вып. адиаб. приближе-ие: $T_c \cdot \left|\frac{dB}{dt}\right| \ll B$

В слабонеодн. поле $\frac{d\vec{R}}{dt} = v_{\parallel}\frac{\vec{B}}{B} + \underbrace{\frac{[\vec{E}\times\vec{B}]}{B^2}}_{\text{grad дрейф}=0} = 0$



$M = ?$

Приравняем потоки: $\Psi = const$

$$\Psi = \pi r_a^2 B_a = \pi r_b^2 B_b$$

$$\boxed{M = \sqrt{\frac{B_a}{B_b}} = \frac{r_b}{r_a}}$$ - коэф-т увеличения

Аберрации электронных линз.

О: Аберрация - искажение изображения

Предполагали при выводе ур-й паракс. тр-ии

1° Моноэнергетичность

2° $\rho = 0$ - пренебрегаем простр. зарядом

3° Параксиальность

4° Аксиал. симм-я задачи: $\frac{\partial}{\partial\varphi} = 0$

Нарушение $\forall$ из усл-й приводит к аберрации

1° $\longrightarrow$ хроматич. аб-ция

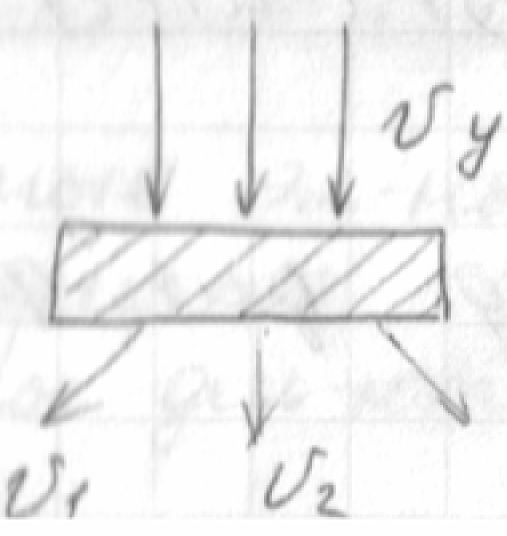
2° $\longrightarrow$ аб-ция поля простр-го заряда

3°, 4° $\longrightarrow$ геометрическая аб-ция

• Хроматическая аберрация:

Причины: 1) тепл. скор-ти; у разных $\bar{e}$ - разн. коэф-т преломления $n = \sqrt{U + U_0}$

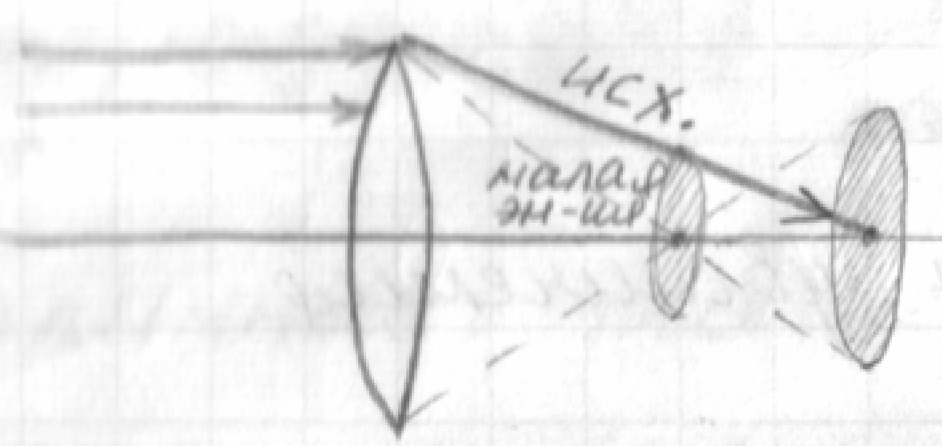
2) $\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\eta B_z^2 r}{8U} = 0$ ← нестабильна в реальн. усл-ях $\Rightarrow$ в разн. м-ты у $\bar{e}$ - разная эн-я

3)  v у всех

на выходе разные скор-ти.

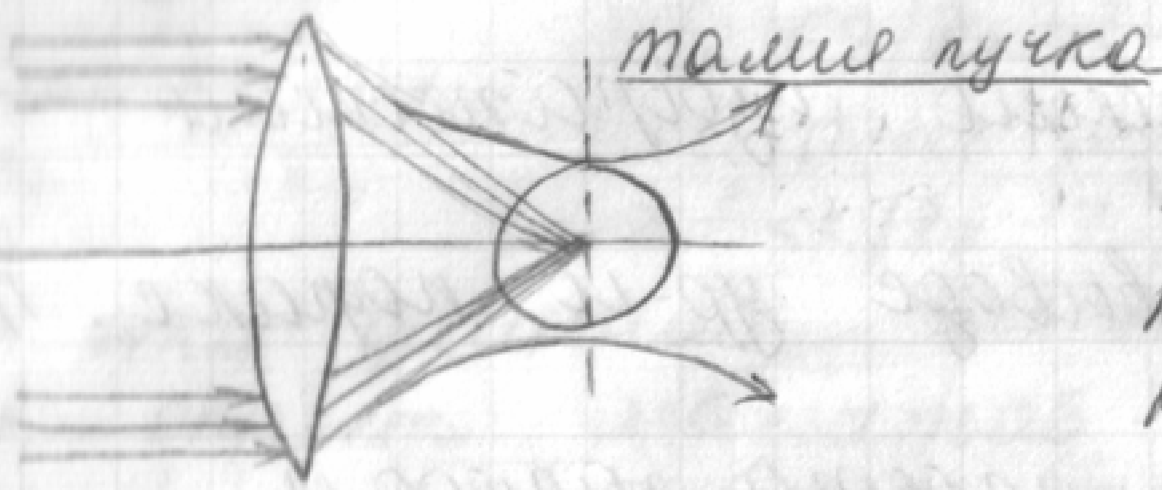
$v_1 \quad v_2$

Как хром. аберрация влияет на изобр-е?



Вместо точки - кружок.

• Аберрация поля простр. зарядов:



В обл-ти, куда сх-ся все $\bar{e}$, возникает сильное кулон. поле. Оно отклоняет тр-рии.

• Геометр. аб-ции:

Причины: – наруш-ие аксиал. симм-ии – можно убрать.
– наруш-ие паракс-ти – есть всегда, от него до конца не избавиться!

Были предпол-ия: $r' \ll 1$, $r\varphi' \ll 1$

$$B_z(r,z) \approx B_z(0,z)$$
$$U(r,z) \simeq U(0,z) = U_z$$

Надо $\sqrt{1+r'^2+r^2\varphi'^2}$ – в ряд:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2}$$

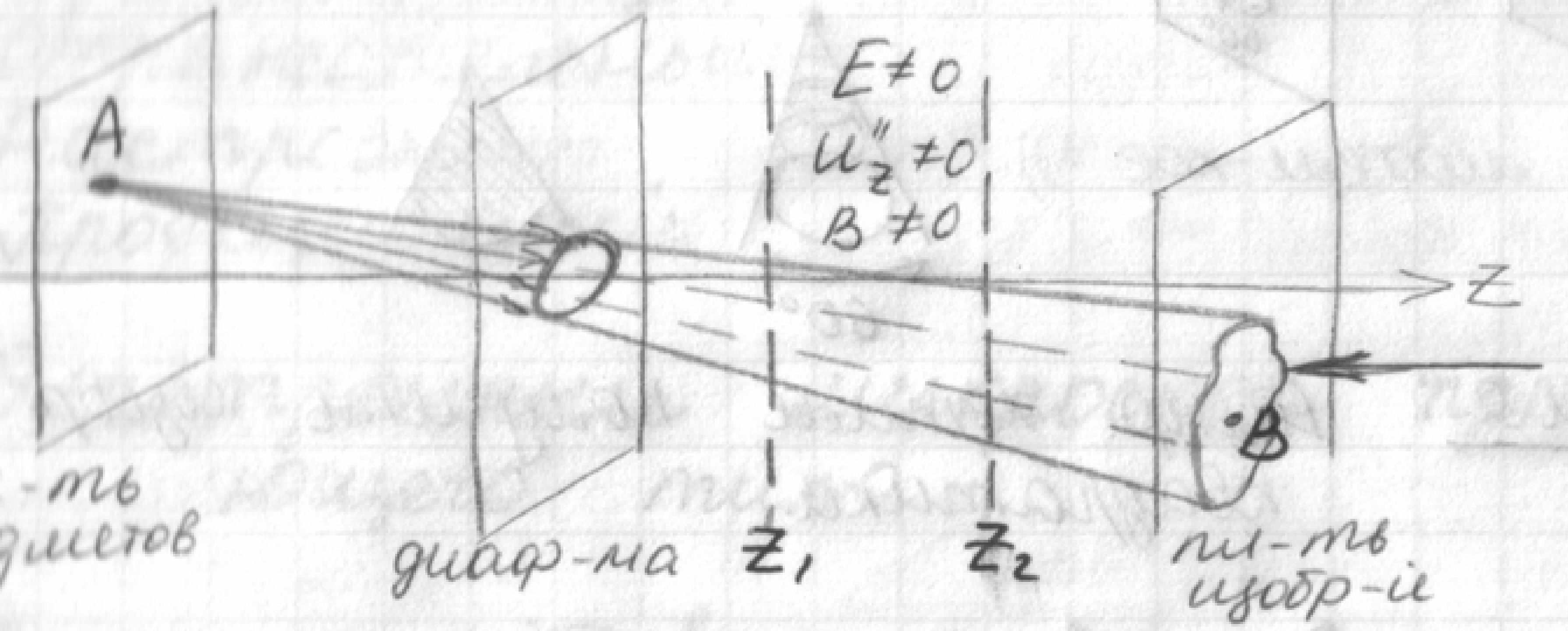
Поле тоже в ряд: $B_z(r,z) \approx B_z(z) + r^2 B_1(z) \ldots$
и напр-ие $\quad U_z(r,z) = U_z(z) + r^2 U_1(z) \ldots$
$B_r \to$ в ряд

Написать ур. Эйлера – Остроград. для фун-ла, решить его.

Пр: $\sin x = ?$ $\quad \sin x = x$, а точнее:
$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \ldots$$

Если раскладываем до 3-ей степени — теория аб-ции $3^{го}$ порядка, до $5^{го}$ пор-ка и т.д.

Рассм. рез-ты теории аб-ции $3^{го}$ порядка:



вместо (•) получ-ся аберрац. кривая

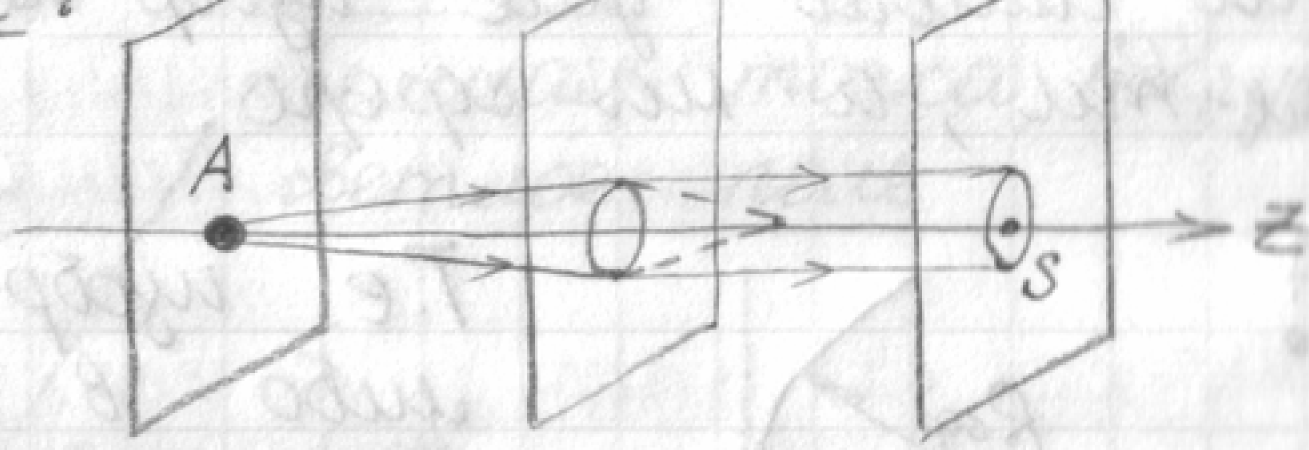
Теория аб-ции занимается этими кривыми

Основ. виды аберрации:

1) Сферич. аб-ция
2) Астигматизм
3) Кома (запятая)
4) Дисторсия
5) Кривизна поля изображения.

• Сфер. аберрация:

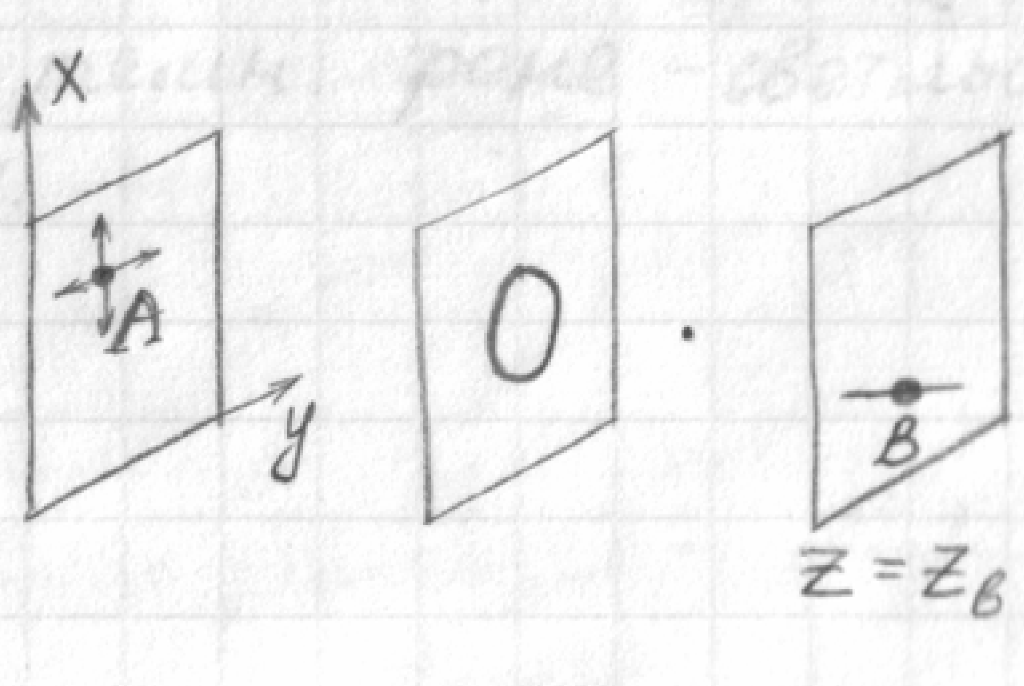
A - на оси.
Всё равно на экране - окр-ть



Сила - нелинейна; $F_r = -a_1 r - a_3 r^3$
На $\bar{e}$ кот. ближе к оси, действует меньшая сила!

• Астигматизм:

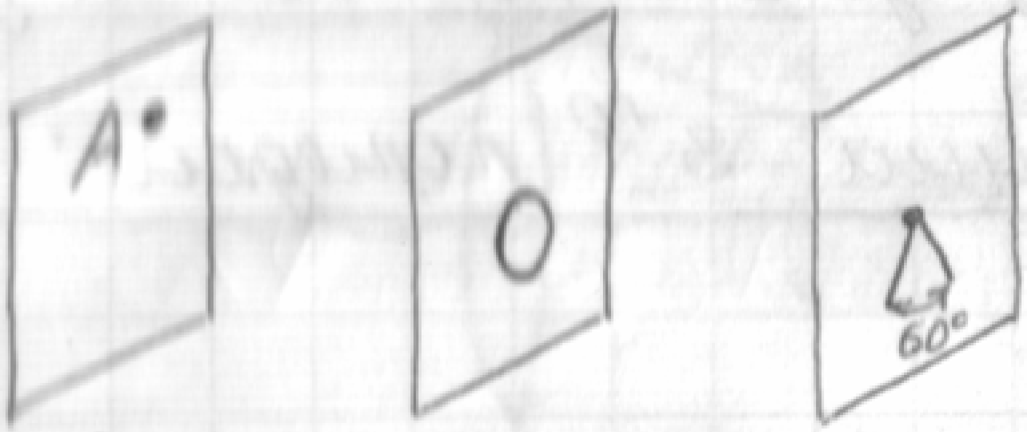
Разные эл-ные тр-рии фокусир-ся по-разному (силы дей-ют разные)



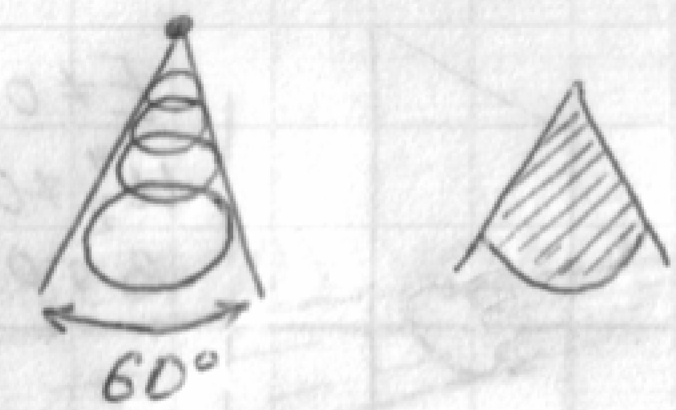
Вместо точки B — черточка

$z = z_B + \zeta$; ζ - малая добавка. Сдвигаем пл-ть вправо $\Rightarrow$

• **Кома** („запятая" - англ.)

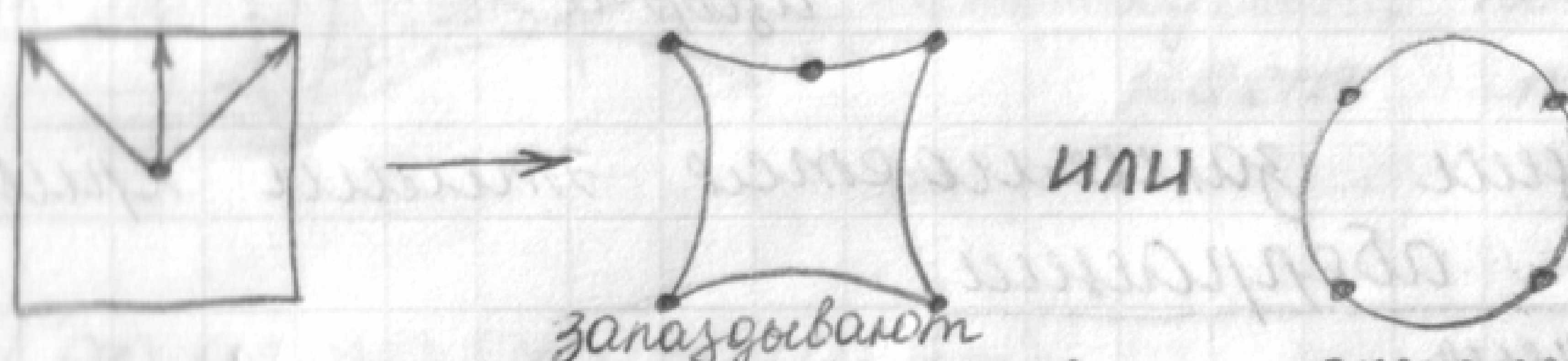


На экране - семейство окр-тей, вписанных в ∠60°



объяснение - матем-кое =))

• **Дисторсия**: напр. хотим получить изобр-е квадратика.

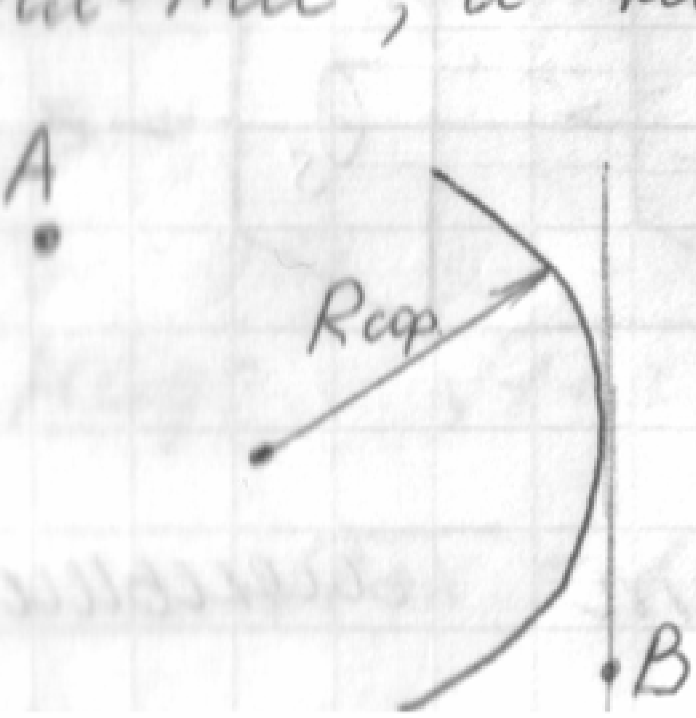


запаздывают точки по мере увелич-я радиуса (подушкообразная дисторсия)

опережают (бочкообразная дисторсия)

• **Кривизна поля изображения**:

На самом деле изобр-ие получается не на пл-ти, а на сфере.



Т.е. изобр-ие размыто либо в центре, либо по краям.

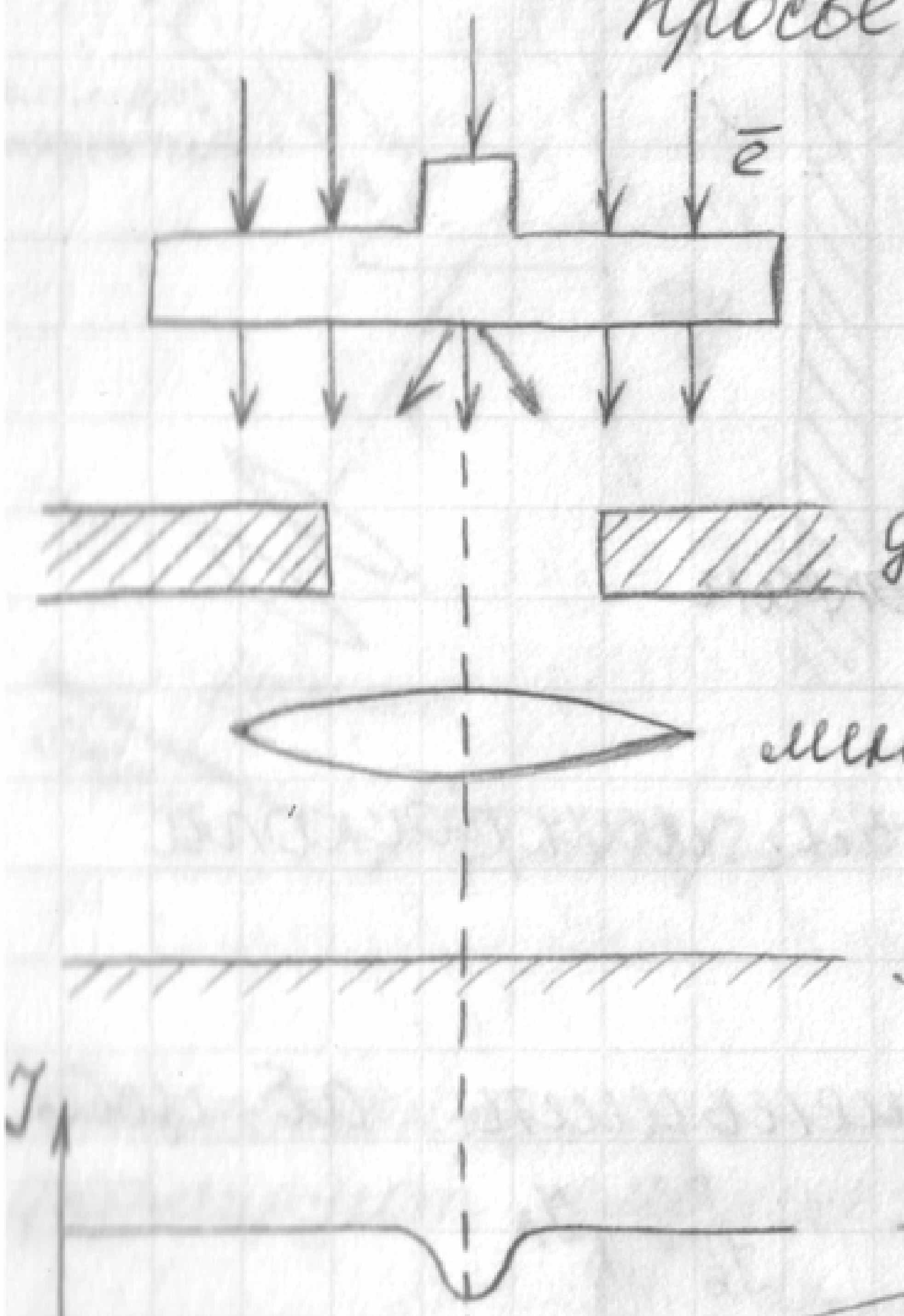
$$R_{сф} \sim M^2$$

<< Электронные микроскопы

1. Эмиссионный
2. Просвечивающий
3. Отражательный
4. Растровый
5. Проекционный

Электронный микроскоп просвечивающего типа.

- Принцип действия эл-ного микроскопа просвеч. типа.



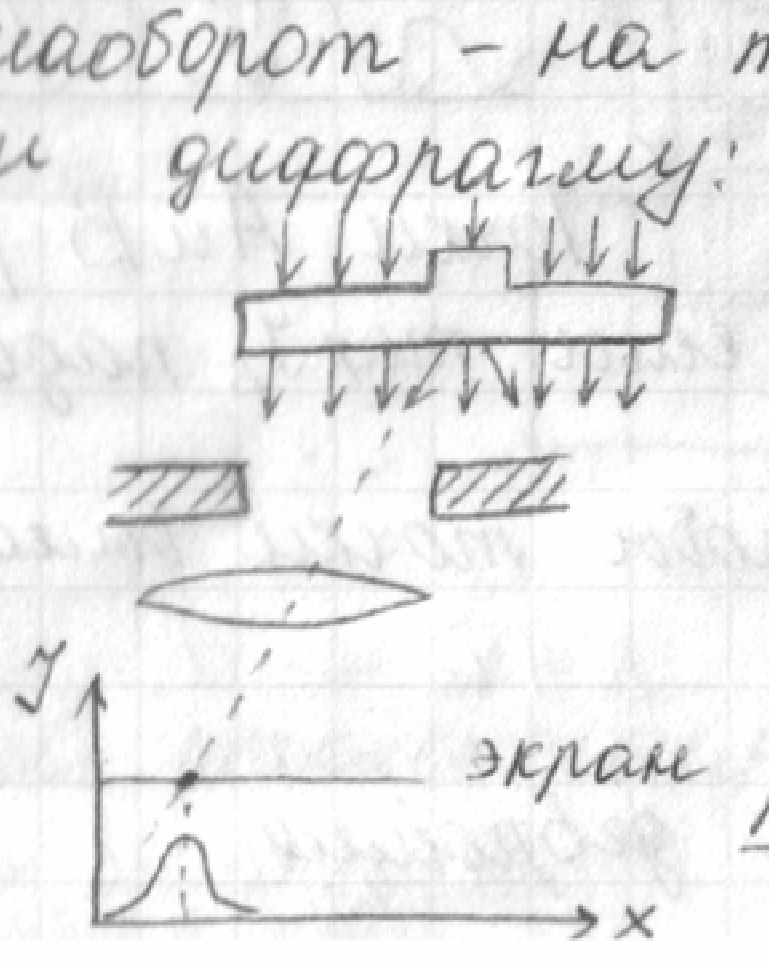
Пластинка с неод-тью. Там, где тонкая часть, ē прошивают её насквозь, а на утолщении – происх. рассеяние.

<u>Принцип:</u> темная точка, вокруг светлое поле

<u>светлопольное изобр-ие</u>

Но оно не контрастное.

Лучше наоборот – на темн. фоне – светлые точки. Сдвинем диафрагму:

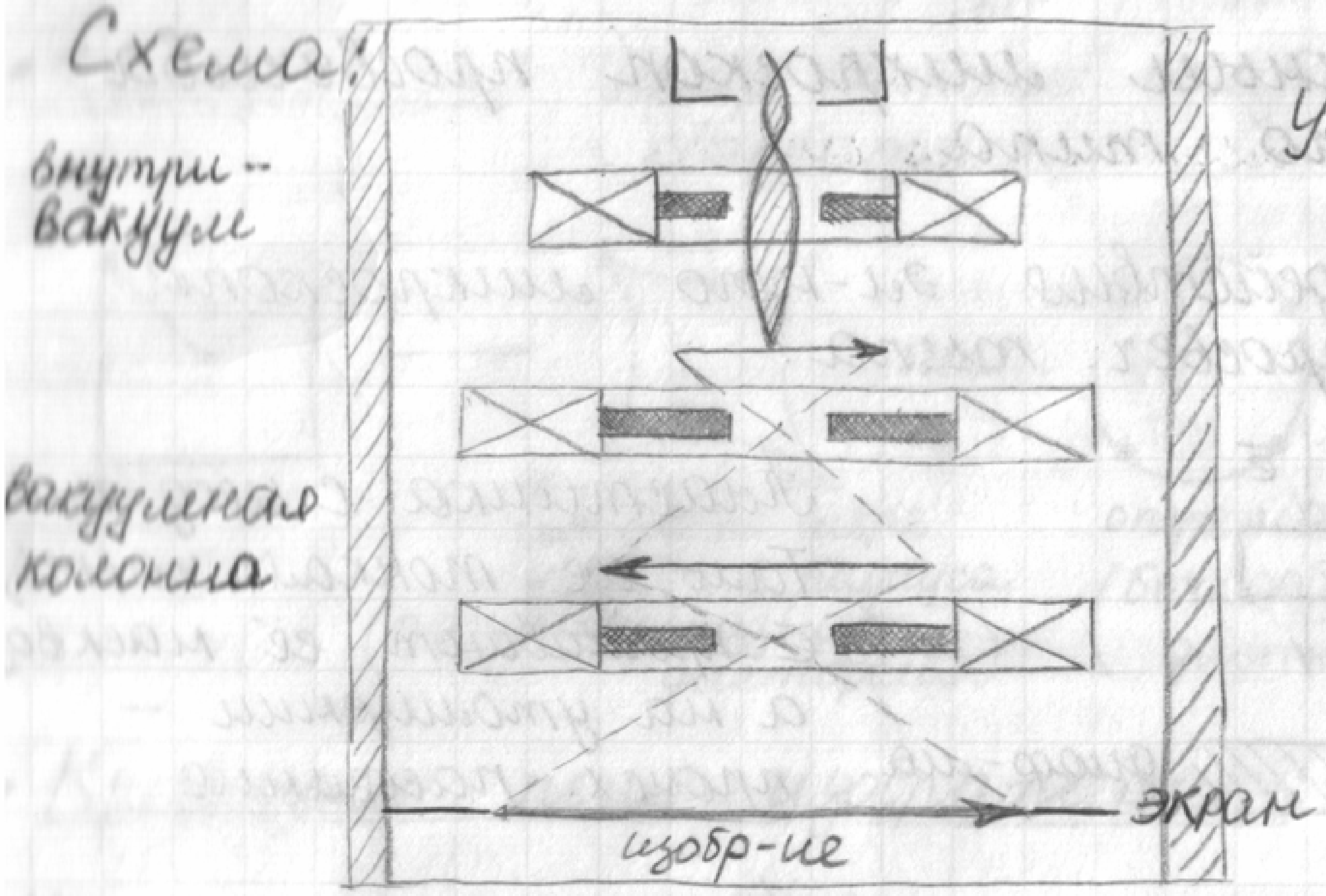


<u>темнопольное изобр-ие</u>

Вопрос: где аберрация выше?
(в светлопольном или темнопольном)
В темнопольном, т.к.
- углы больше (сильнее нарушена малость углов $\Delta\varphi_{темн} > \Delta\varphi_{светл}$.

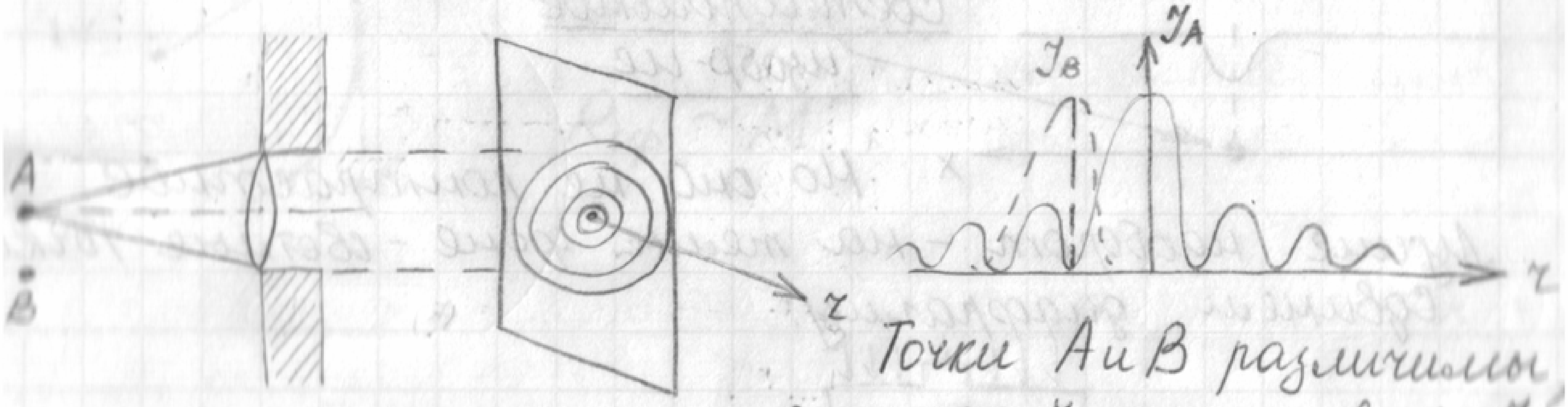
- рассеяние связано с потерей эн-ии, в темнопол. потери выше ⇒ хроматич. аб-ции выше.

Схема:



- Разрешающая способ-ть эл. микроскопа просвечив. типа

До каких пор можно уменьшить аб-ции?



Точки A и B различимы если $\max I_B$ падает в $\min I_A$

$d_{AB} = \frac{0{,}61\lambda}{\sin u}$ - расст-ие, чтобы точки были различимы

$\lambda = \frac{h}{mv}$ - длина волны де Бройля

$U = 100$ кВ $З = \frac{16}{\sqrt{U_{кв}}} = 1{,}6$

$v \approx \frac{c}{З} \simeq 2 \cdot 10^8$ $\lambda = 3 \cdot 10^{-12}$ м $= \underline{0{,}03\,Å}$ —

— очень маленькая. Вроде бы можем различить вплоть до 1 атома! Но нет, входит $\sin u$, а u — маленький угол ($\sin u \sim 0{,}01$) $\Rightarrow$ лучше, что м. получить: $d_{AB} \simeq 3 \div 4\,Å$. До этих пор есть смысл бороться с аб-цией.

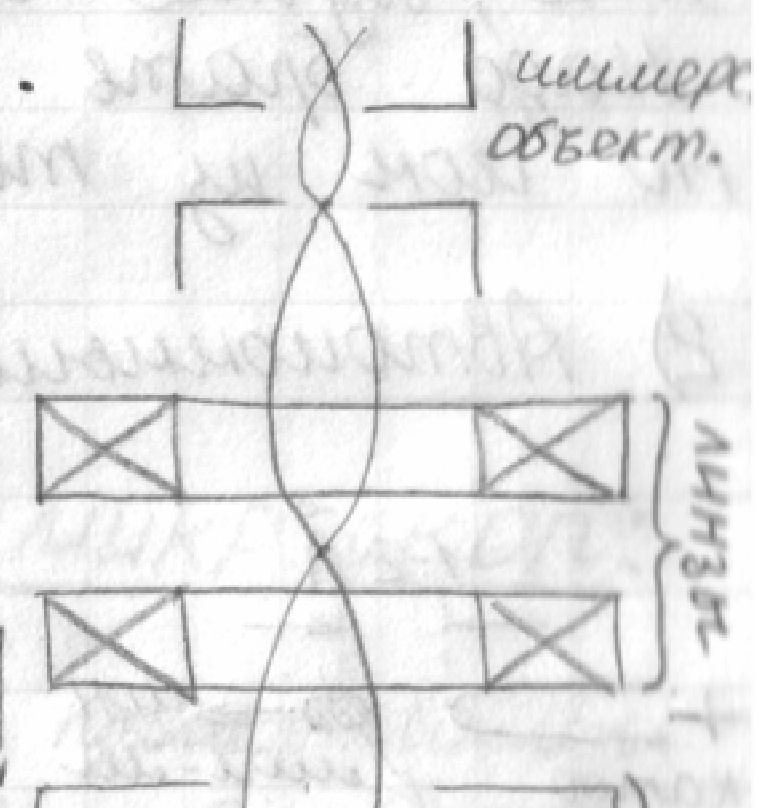
Отражательный микроскоп.

] непрозрач. объект

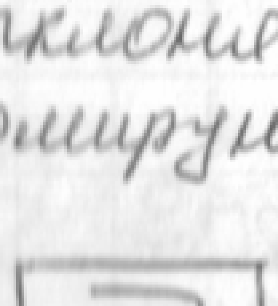
Увеличения по x и y разные: $\mu_x \neq \mu_y$ — неприятность, изоб-е искаж-ся.

$d_{AB} \approx 500\,Å$ — для многих задач хватает

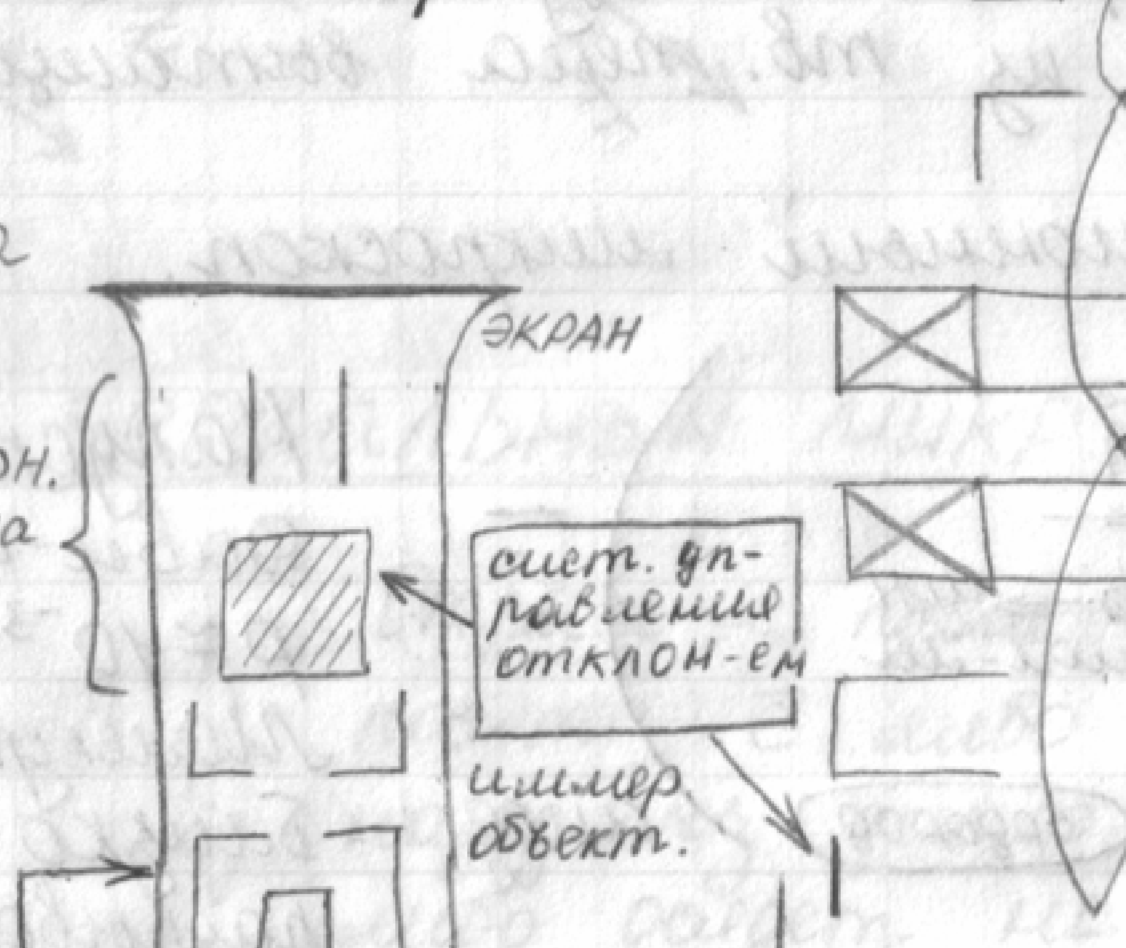
Растровый микроскоп.



Отклоняющ. сис-ма формируют следующее:



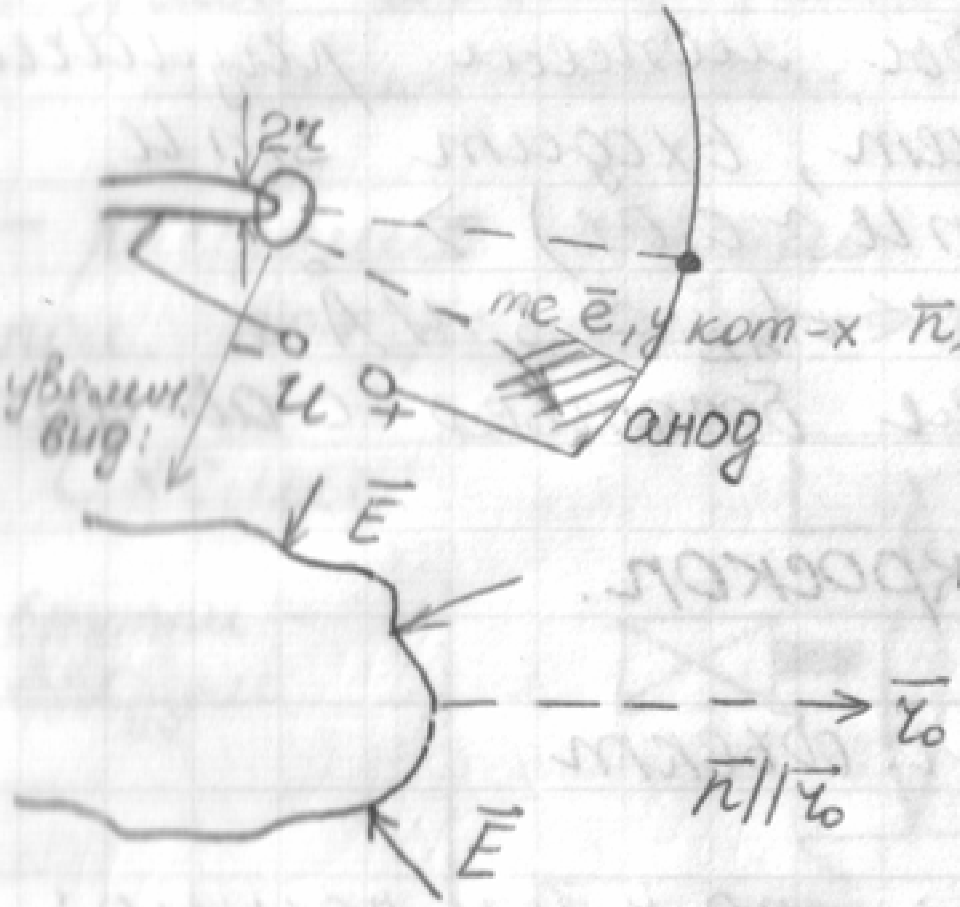
высвечивают растр.



Системы отклонения синхронизованы.

Проекционные микроскопы: автоэлектр-ый
автоионный

1) Автоэлектронный:



Катод - иголка.
U - отклоняющ. напр-ие

$E = \frac{U}{r}$; $r = 500 Å$

$E = 10^7 - 10^8$ В/м

Под дейст-ем такого сильн. поля ē вылетают из Me (автоэл-ая эмиссия)

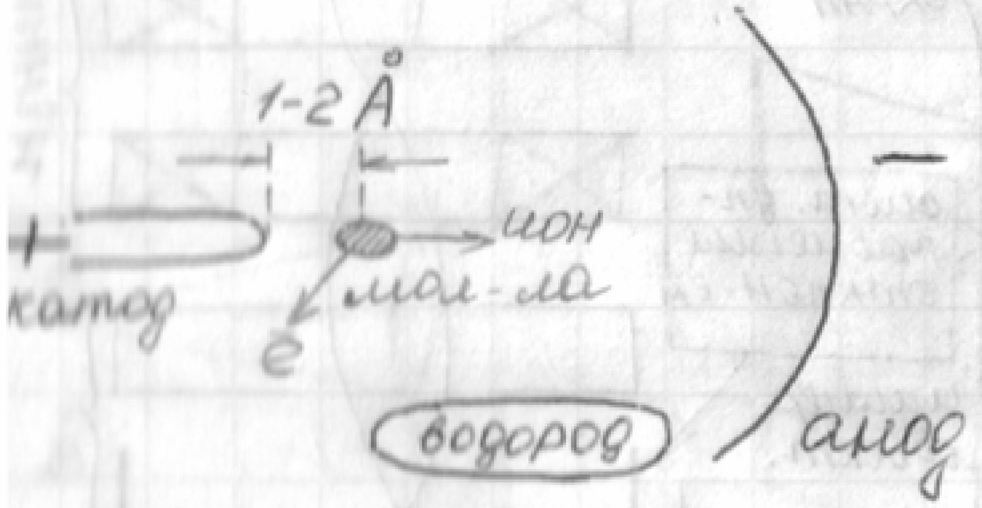
если $\vec{n} \parallel \vec{r_0}$, то ē засветит точку на экране, если не совпадет - будет темная точка.

$M \approx \frac{R}{r} \approx 10^5 - 10^6$

$d_{AB} \approx 10 Å$

Что мешает еще увеличить? ē - лёгкая ч-ца, за счёт тепл. ск-тей - некоторое размытие, лучше $d_{AB} \sim 10 Å$ не получим.
Надо брать ч-цу тяжелее - ион.
Но ион из тв. тела вытащить невозможно!

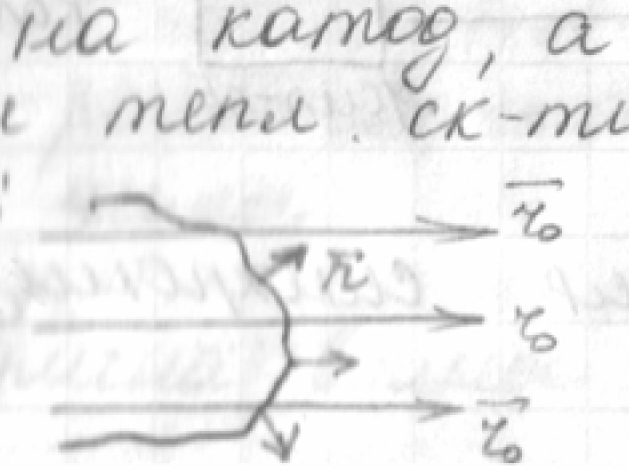
2) Автоионный микроскоп.



Напустим водород.
Давл-ие мало;
$p \simeq 10^{-3}$ мм.рт.ст.
Молекула м. подойти близко к катоду (на 1-2 Å) разрывается из-за поляризации: ē + ион

ē - летит на катод, а ион - к аноду, но он тяжелый, и тепл. ск-ти мало влияют

пов-ть иглы:



$\vec{n} \parallel \vec{r_0} \Rightarrow$ светлая (·) на экр.
$\vec{n} \nparallel \vec{r_0} \Rightarrow$ темная
z: Получаем изобр-ие иглы (т.е проводника)

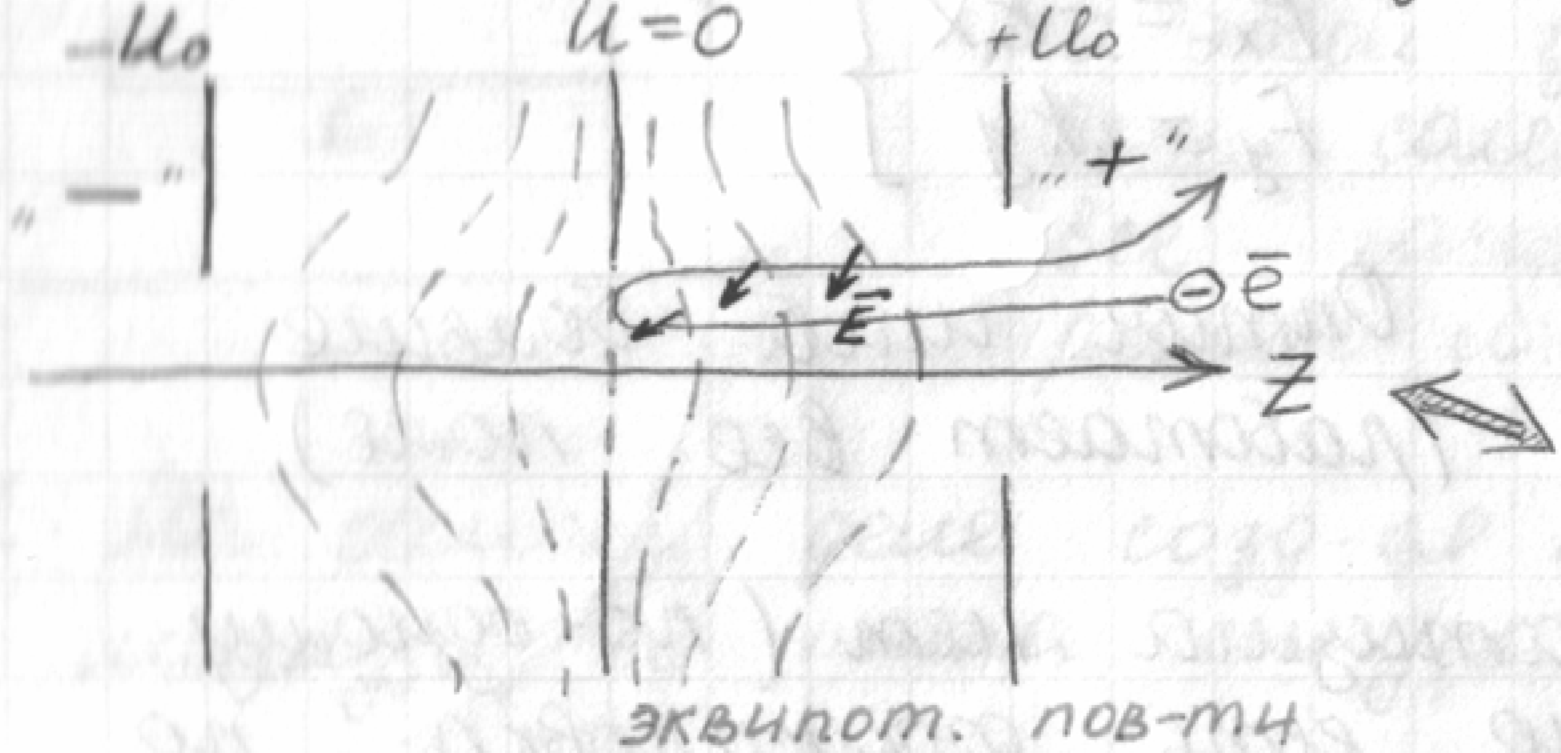
Другие эл-ты электр-но-оптич. теории.

1. Электронные зеркала.

— Эл-ные устр-ва, меняющие напр-ия дв-ия $\bar{e}$ на противополож.

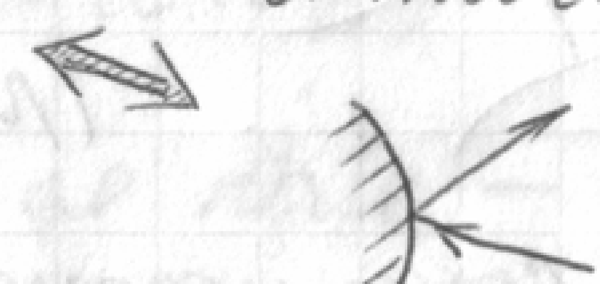
$U_к = 0 \qquad v = \sqrt{2\eta U}$

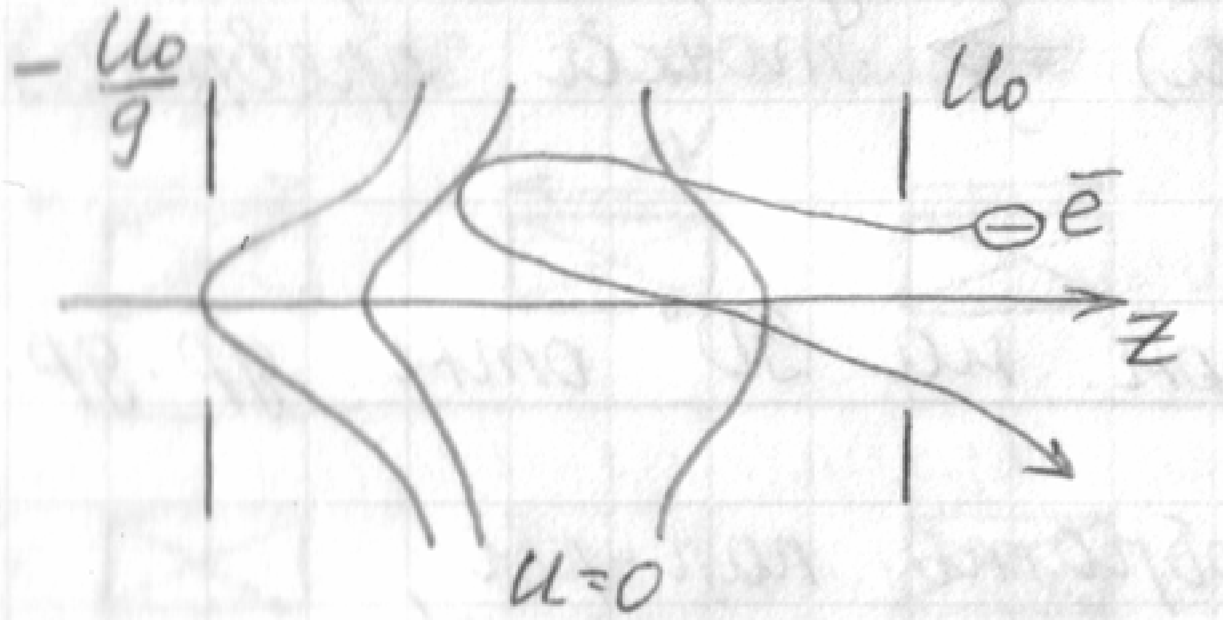
<u>Идея</u>: надо создать обл-ть, где пот-л $\underline{U < 0}$
тогда $\bar{e}$, выйдя с катода, отразится от этой обл-ти и пойдет назад.



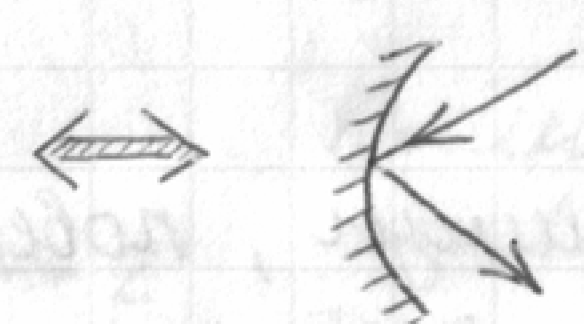
$F_z > 0$

Оптич. аналог:

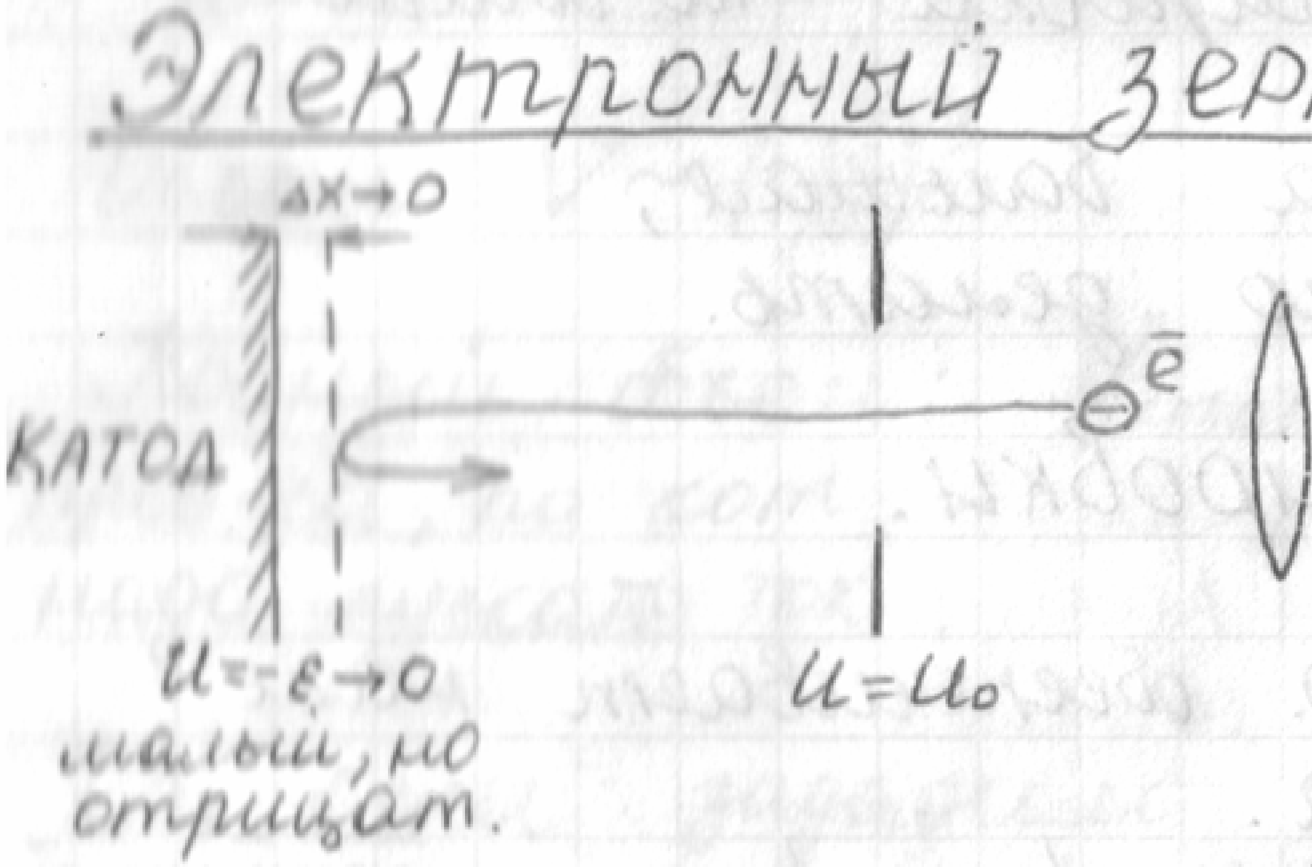




Оптич. аналог:



Электронный зеркальный микроскоп:



Отраж-е происх. вблизи пов-ти $\bar{e}$ либо вылетит назад ч/з диаф-му, либо осядет на экране (смотря как направл. нормаль по сравн. с $\vec{v_0}$) (как в автоэлект. микроскопе)

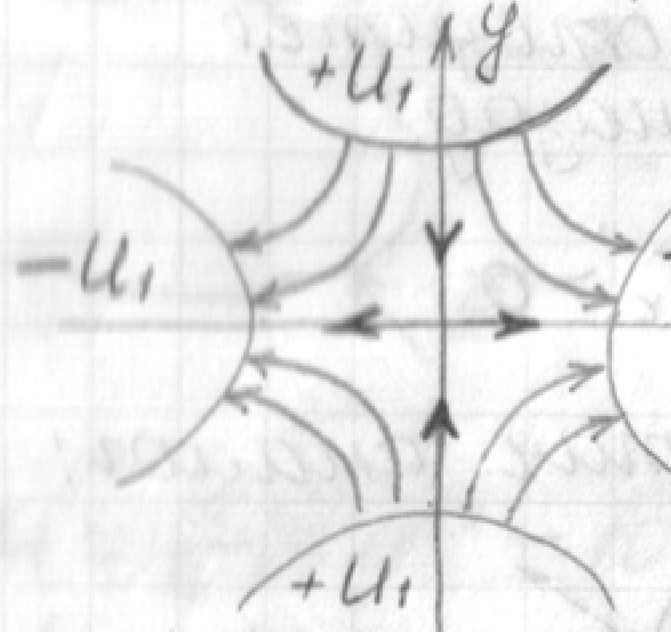
Можем получить изоб-е экрана.

2. Квадрупольные линзы.

Для аксиал-симм. линз ($\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$) радиал комп-ты полей малы: $E_r \ll E_z$
$B_r \ll B_z$

Но именно радиал. комп-ты отвечают за фокусировку. Т.е. работает эфф-но лишь малая часть поля.

В квадрупол. линзах продол. поля нет, оно смотрит поперёк пучка.



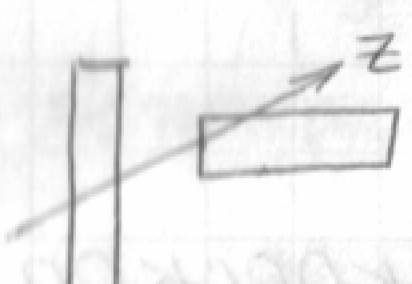
Силы, дей-щие на $\bar{e}$:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= -kx \\ F_y &= ky \end{aligned}\right\}$$

Оптич. сила больше (работает все поле)

<u>Минусы</u>: Стигматизма нет (по одному направ-ю есть фокусировка, по другому — расфокусировка) ⇒ точка превращ. в линию.

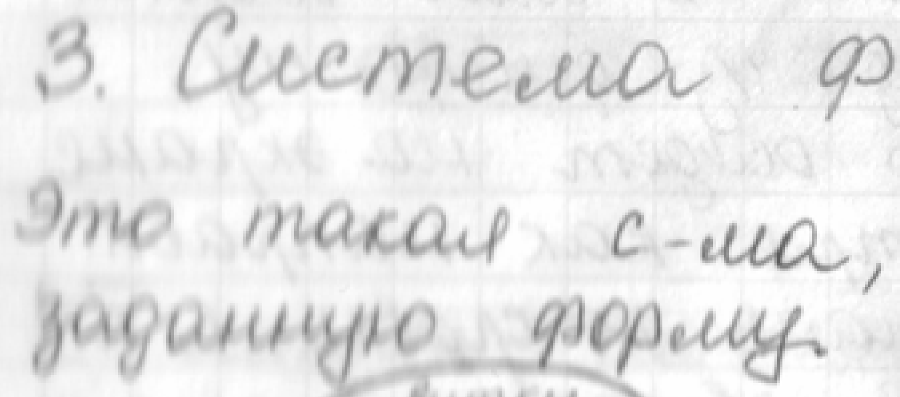
Возьмем 2 линзы, поверн. на 90° отн. др. др.



Так м. подобрать пар-ры что фокусировка — по обеим осям.
Оптич. сила большая, но их сложно делать.

3. Система фокусировки.

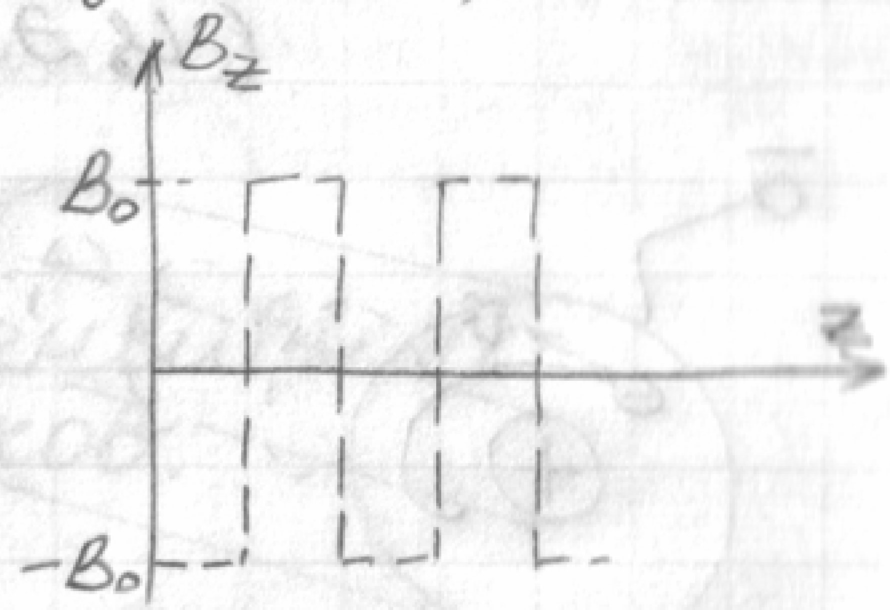
Это такая с-ма, котор. обеспечивает нам заданную форму пучка.



$B_0 \to \infty$, $L_B \gg h$, $r_\perp$ — шаги и радиусы малы (т.к. $h, r_\perp \sim \frac{1}{B}$)
⇒ вып-ся адиаб. прибл-ие

магнит. фокус-ка

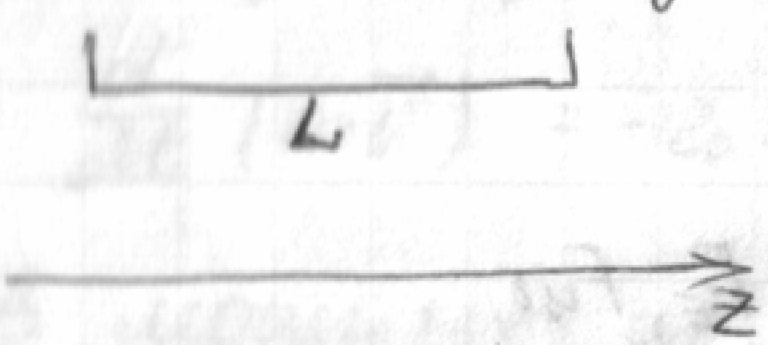
Идея: пучок примет форму маг. силов. линии, какую линию сделаем, такой и пучок.



$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\eta B_z^2 r}{8U} = 0$$ – ур-ие паракс. траекторий

Фокусир. св-ва однород. поля и периодич. поля (меандра) одинаковы, но меандр более энергетич. выгоден

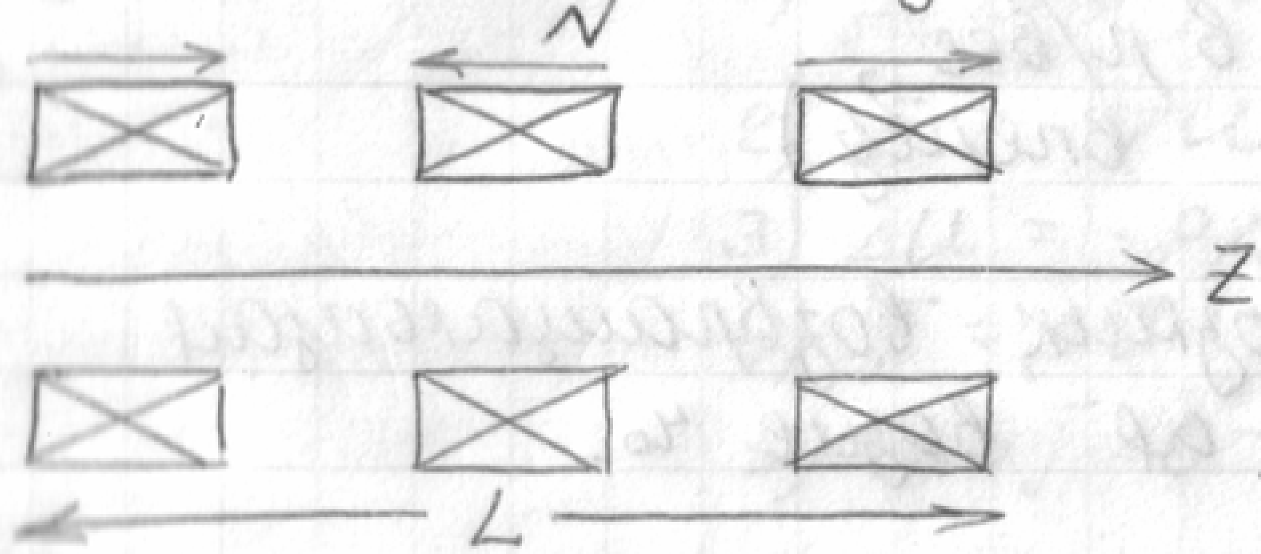
Хотим на длине L провести пучок (создать на этой длине однор. поле)



Объем соленоида тогда $V \sim L^3$ (все масштабы соизмеримы и $\sim L$)

Z: На самом деле созд-ая поле — не меандр, а типа синуса.

Если не 1 соленоид, а много маг-ков (N шт)



Длина $\forall$ магн-ка $= L/N$

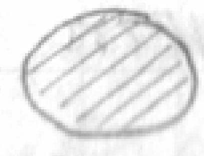
Это <u>магнитная периодич. фокусир. сис-ма</u>

Объем $V \sim \left(\frac{L}{N}\right)^3$

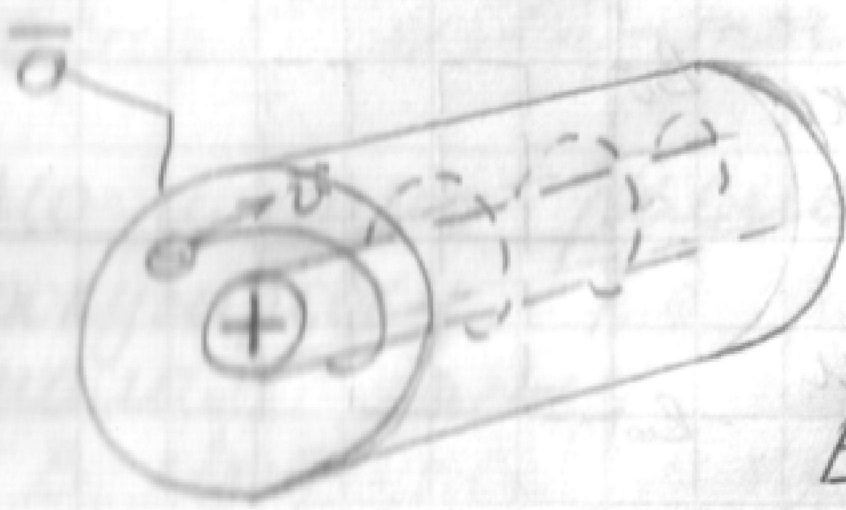
Полный объем: $V_{total} = \left(\frac{L}{N}\right)^3 \cdot N = \frac{L^3}{N^2}$

пров-ка, по кот. надо пускать ток

Т.е. если зададим меандр, выиграем по энергетике $\approx$ в N^2 раз.

(Причина: не тратим эн-ю на поле рассеяния – т.е. которое не в )

Система центробежной электростатической фокусировки. (ЦЭФ)



Если у ē есть продол. ск-ть, он полетит по спирали.

$F_z = 0 \Rightarrow$ можно рассм. в пл-ти $\perp z$

$E_r \sim \frac{1}{r}$ – сила со стор. этого поля + центробеж. сила

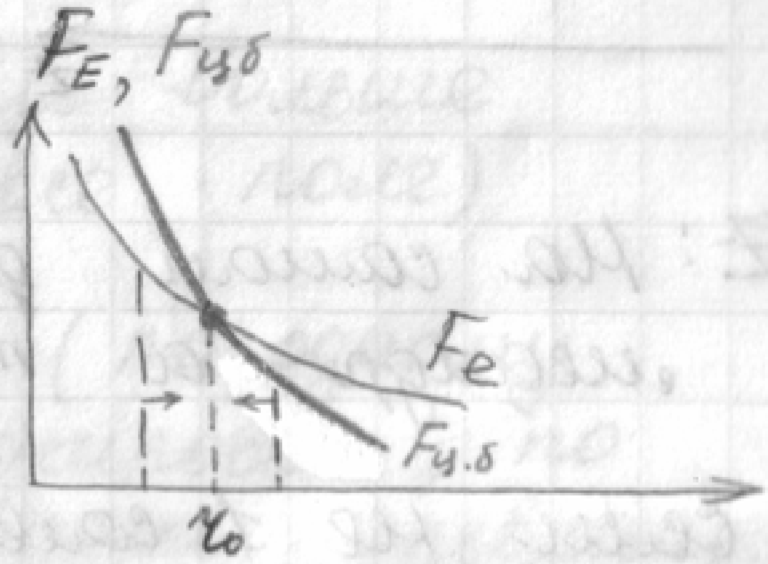
$F_r = -\frac{A}{r}$; $F_{цб} = \frac{m_0 v_\varphi^2}{r} > 0$

$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow p_\varphi = const$

$p_\varphi = m_0 r^2 \dot{\varphi} = const$

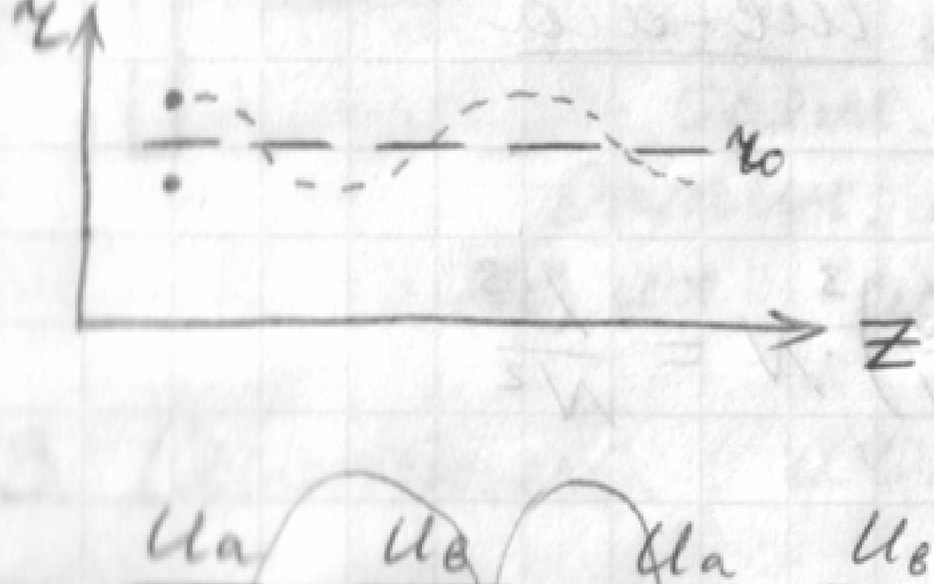
$r\dot{\varphi} = \frac{p_\varphi}{m_0 r} = v_\varphi$

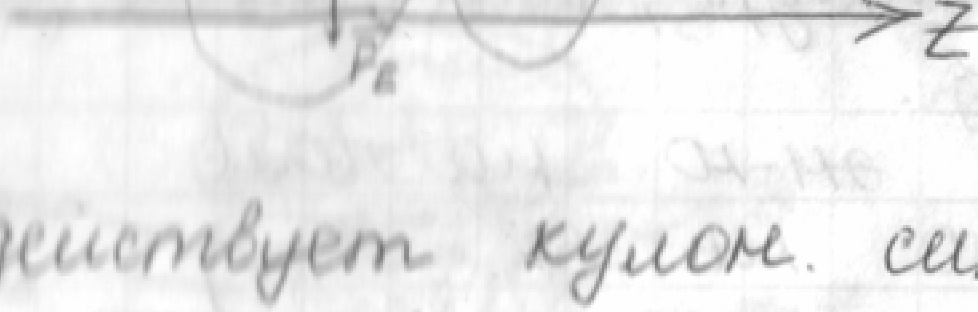
$F_{цб} = \frac{m_0}{r}\left(\frac{p_\varphi^2}{m_0 r}\right)^2 \sim \frac{1}{r^3}$



r_0 – равновес. радиус (силы равны $\Rightarrow$ ē - в р/вес, крутится и дв-ся вперёд)

Если не в r_0, то возник. возвращающая сила, ē будет колеб-ся возле r_0.





Каждая пара эл-дов – иммерс. линза (собирающ.) действует F_ρ, стремящ. посадить пучок на электроды, и действует кулон. сила F_E (в среднем вниз)

Пар-ры пучка так подбираем, чтобы $F_\rho \approx F_E$. Тогда пучок дв-ся с постоянным радиусом вдоль оси z.

Формирование интенсивных электронных пучков.

Для линз токи были маленькие:
$J \approx 1mA \Rightarrow E_\rho = 0$

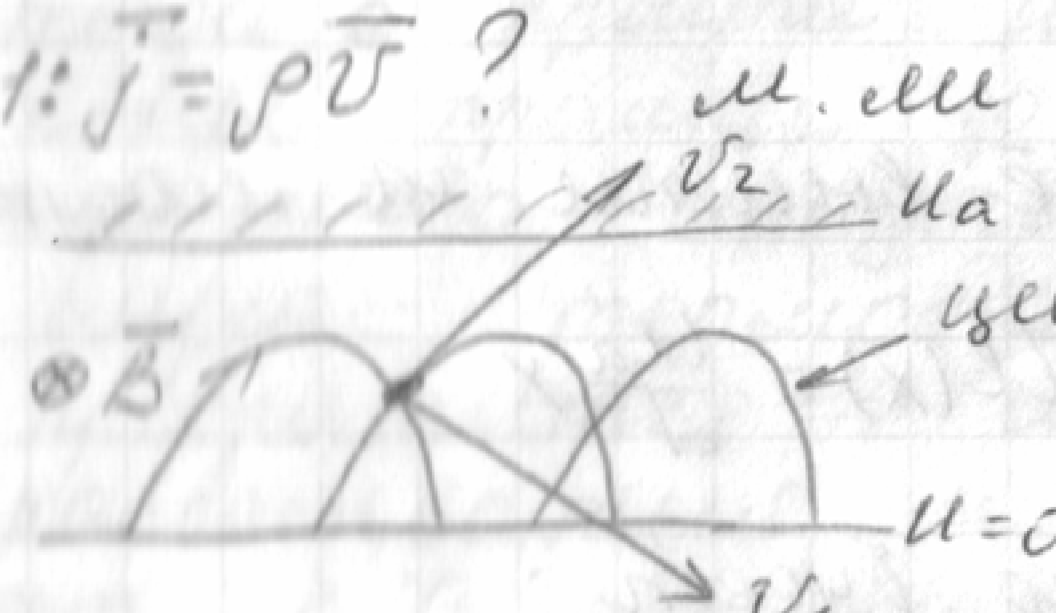
Т.е. для расчета линзы надо было решить
$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = -e_0 E - e_0[\vec{v}\times\vec{B}]$$

В мощных эл. приборах: $J \sim 100A \div 100kA$
$E_\rho \approx E_\Lambda$

<u>О</u>: Интенс. эл. пучок - у кот. собствен. кулон. поле пучка ≈ полю электронов

надо решать:
1) $\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = -e_0\vec{E} - e_0[\vec{v}\times\vec{B}]$
2) $\vec{E} = -\nabla U$
3) $\Delta U = -\rho/\varepsilon_0$
4) $\vec{j} = \rho\vec{v}$
5) $\operatorname{div}\vec{j} = 0$ (рассм-ем статич задачу)

З1: $\vec{j} = \rho\vec{v}$? м. ли так писать всегда?



Соот-ие несправ-во, т.к. в одной и той же (·) есть 2 скорости (<u>двухпоточное сост-ие</u>)

Здесь: $j = \sum_{i=1}^{N}\rho_i v_i$ — надо писать Σ по всем потокам

Но пишем $\vec{j} = \rho\vec{v}$, если что оговариваем.

22: Мы б. считать, что поле $\bar{B}$ созд-ая какой-то внеш. сист-ой (поле внеш. магнетиков)
хотя в общем случае:

$$\bar{B} = \bar{B}_{внеш} + \bar{B}_{соб}$$

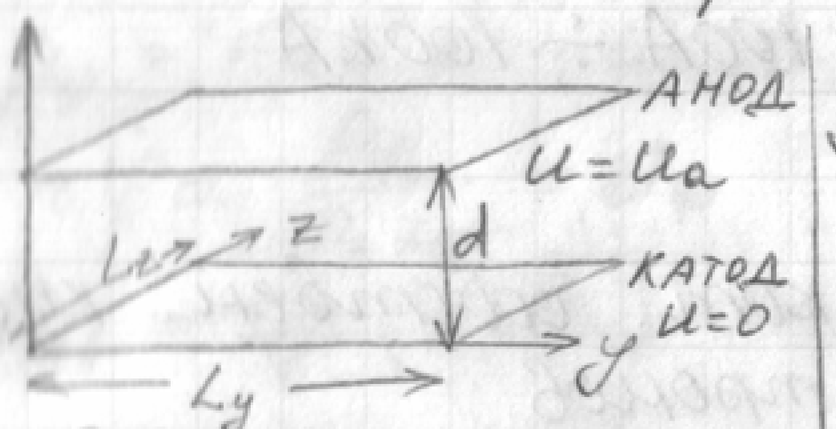
собст. поле пучка (пренебрегаем)

Когда нельзя пренебрегать соб. полем пучка? когда ч-ца релятивистская

$\frac{v}{c} \approx 1 \Rightarrow B_{соб} \neq 0$ но в дальнейшем счит-ем ч-цы слаборелятивист.

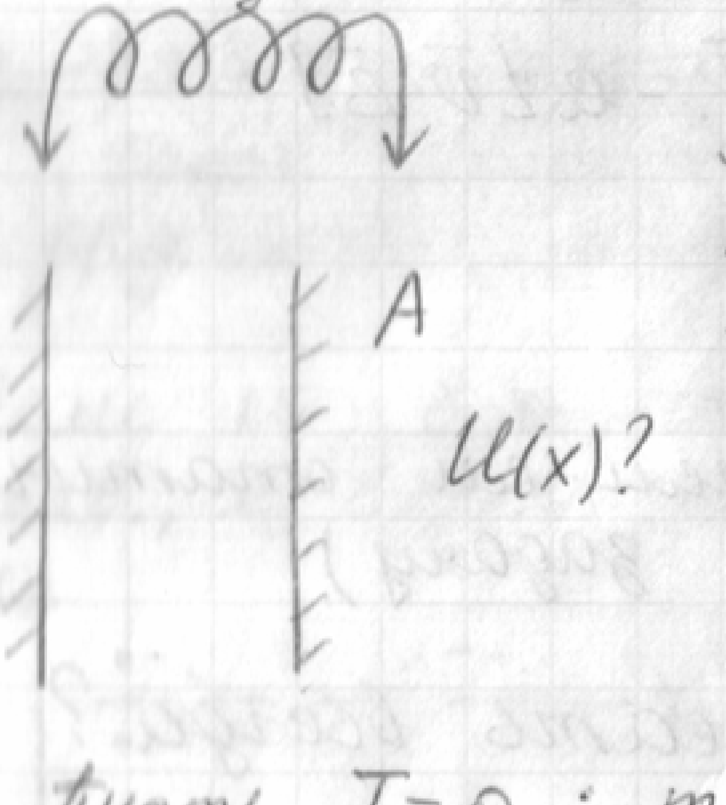
Плоский идеализир. диод.

У нас есть факт-ки плоск. конд-р



Т. длина пластин большая: $L_y, L_z \gg d$

$\frac{\partial}{\partial y} \approx 0 \quad \frac{\partial}{\partial z} \approx 0$

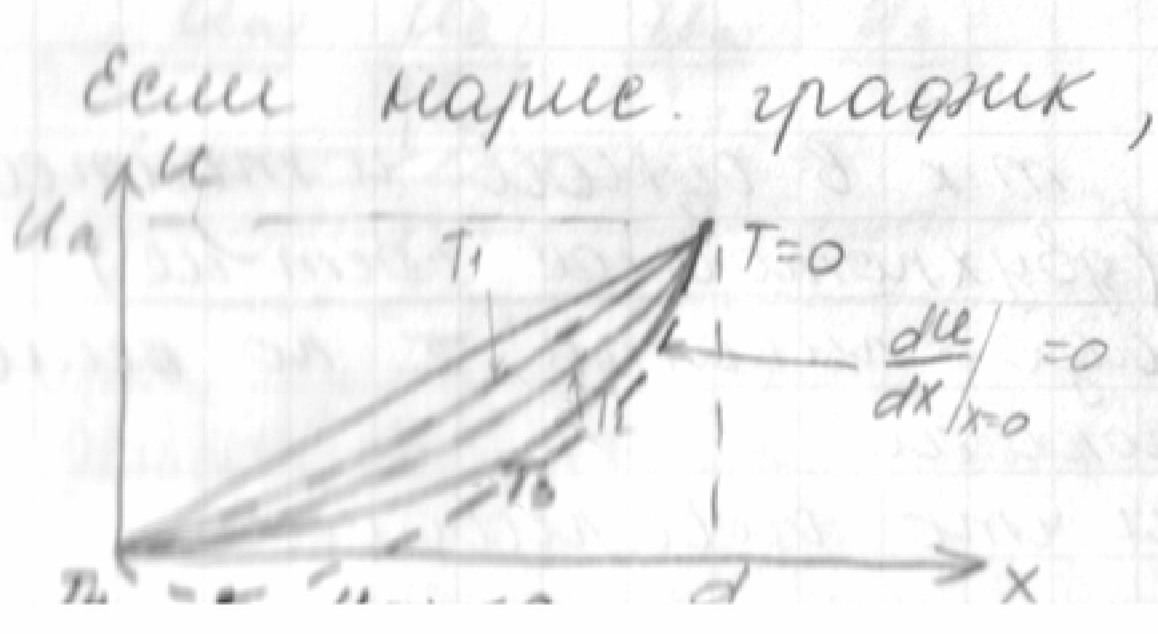


Задача стан-ся одномерной. Как б. мен-ся ток и распр-ие потенциала, когда греем катод? и какой ток течёт ч/з диод?

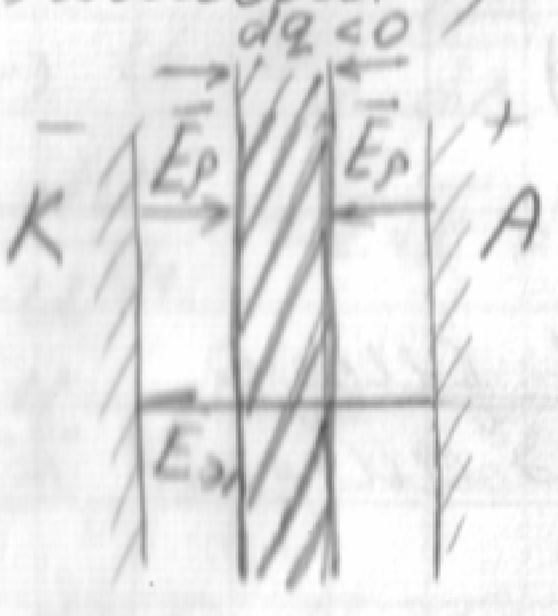
Пусть $T=0$: тока нет, ē выйти не могут

$E = \frac{U_a}{d}$ - однор. поле ; $U(x) = \frac{U_a}{d}x$

Если нарис. график, то будет:



Теперь будем нагревать (появится термоэл-ая эмиссия) ⇒ появится электронн. ток.



$T \neq 0$; термоэлектрон. эмиссия (формально считаем, что начин-ся с $\forall$ сколь угодно малой T)

$\bar{e}$, выйдя с „K", сразу попал в ускоряющее поле. Появ-ся объём заряд, заполняющ. всю полость. Берем кусок его - $dq(<0)$

слева $E < E_{хол}$

справа $E > E_{хол}$

$$E = -\frac{du}{dx}$$

⇒ при темп-ре T_1 график немного провиснет (провисание пот-ла, пот-л пошел ниже) - см. рис.

если еще повысим тем-ру - см. рис T_3, т.е. дойдем до такой тем-ры T_3, что

$\left.\frac{du}{dx}\right|_{x=0} = 0$ в конце концов получим поле обращающ. в ноль.

$v_0 \approx 0$ (не учит-ем нач. ск-ть, т.к.

$\frac{kT}{e} \approx 0{,}1\,B$, $U \approx 200\text{-}300B$)

Если еще повысим тем-ру $T_4 > T_3$ - будет min пот-ла: $U_{min} < 0$

тогда $\bar{e}$ пройти не смогут ⇒ до понижен. тем. е-ны прошли до анода, а после пониж-я они снова вернутся к катоду, в этом случае термоэлектронная эмиссия прекратится ⇒ объемн. заряд начнет рассасываться и потенциал из T_4 перейдет в T_3 и затем в T_2, после чего там снова станов ускоряющим и вновь $T_3 \to \ldots$

Равновесное сост. T_3

Если $T \geq T_3$, то ~~от тем-ры~~ распр-ие пот-ла от тем-ры не зависит (в том случае будет max ток).
Выше T_3 - тока не будет.

Различают <u>2 осн. режима работы диода</u>:
- режим тем-рного ограничения эмиссии (если ток зав-т от тем-ры)
- если ток от тем-ры зависит - это <u>режим огран-ия тока простр-ым зарядом</u>. $(T \geq T_3)$ - заряд так велик что сам себя ограничивает.

Ищем ток в втором режиме:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\eta E \\ E &= -\frac{du}{dx} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} & j = -\rho v \qquad \frac{v}{c} \ll 1 \quad v = \sqrt{2\eta u} \\ & \operatorname{div} j = \frac{dj}{dx} = 0 \Rightarrow j = const = \frac{I_a}{S_a} \end{aligned}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\rho = -\frac{j}{v} = -\frac{j}{\sqrt{2\eta u}} = -\frac{I_a}{S_a\sqrt{2\eta u}}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{I_a}{\varepsilon_0 S_a \sqrt{2\eta u}} \qquad k = \frac{I_a}{\varepsilon_0 S_a \sqrt{2\eta}} \text{ - введём.}$$

$u|_{x=0} = 0 \quad u|_{x=d} = u_a$ - г.у. - всегда вып-ся

$\left.\frac{du}{dx}\right|_{x=0} = 0$ - опр-ет режим работы диода. Если б был др. режим было бы другое условие.

Теперь б. решать:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{k}{\sqrt{u}} \Big/ \cdot \frac{2du}{dx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\frac{du}{dx}\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dx}\right)^2 = \frac{2k}{\sqrt{u}}\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} = (4k\sqrt{u})$$

$\Rightarrow$ м. проинт-ть

$\left(\frac{du}{dx}\right)^2 = 4k\sqrt{u} + C_1$ — чтобы найти C_1, полагаем $x=0$

$\Rightarrow u=0;\ \frac{du}{dx}=0 \Rightarrow C_1=0$

$$\frac{du}{u^{1/4}} = 2\sqrt{k}\,dx$$

$$\frac{4}{3}u^{3/4} = 2\sqrt{k}\,x + C_2$$

$x=0\quad u=0 \Rightarrow C_2=0$

$$\left.\begin{aligned} &u = \left(\tfrac{3}{2}\sqrt{k}\right)^{4/3} x^{4/3} \\ &x=d\quad u_a = \left(\tfrac{3}{2}\sqrt{k}\right)^{4/3} d^{4/3} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{u(x) = u_a\left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}}$$

распр-ие пот-ла мы нашли.

Если мы вспомним $k = \frac{J_a}{\varepsilon_0 S_a\sqrt{2\eta}}$ и подставим, то мы найдем анодный ток

$$J_a = \underbrace{\frac{4}{9}\varepsilon_0\sqrt{2\eta}\,\frac{S_a}{d^2}}_{=P} u_a^{3/2} = P\cdot u_a^{3/2} \text{ — закон } 3/2\text{-ых} \quad (1)$$

P — первеанс $\quad \boxed{J_a = P\cdot u_a^{3/2}} \quad (1)$

Если для плоского диода подставить в (1) все const-ные, то первеанс б. равен:

$$P = 2{,}33\cdot 10^{-6}\,\frac{S_a}{d^2}$$

Вводят еще микропервеанс = первеанс$\cdot 10^{-6}$

По этой величине опр-ся интенс-ть пучка:

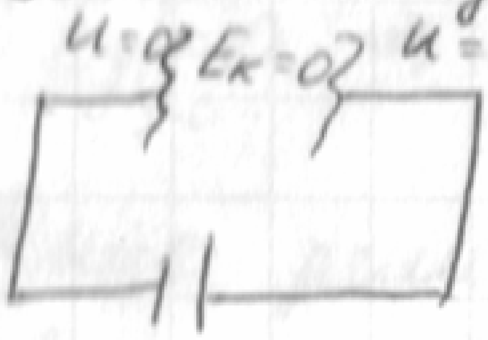
P — маленькое $\Rightarrow$ слаботочный пучок

P — большое (~1) $\Rightarrow$ инт-ный пучок;

З-н $3/2$-х вып-ся для $\forall$ диода.

Д-во:

П. есть диод произвольн. формы



Пусть $u_a = u_{a1}$, и для этого случая нашим реш-ие сис-мы самосоглас. ур-ий:

$U_1(\vec{r})$ $\vec{v}_1(\vec{r})$ $\vec{E}_1(\vec{r})$ $\rho_1(\vec{r})$, $j_1(\vec{r})$,

такое, что оно удовл. условием:

$E_1|_{кат} = 0$ $\quad U_1|_{ан} = U_{a_1}$

$E_n|_{кат} = 0$ $(E_\tau = 0)$

Рассм. реш-е $U_2(\vec{r}) = nU_1(\vec{r})$ – во всех (·)(·) увеличим пот-л в „n" раз

v_2, ρ_2, E_2, j_2 – надо найти

Ясно, что все г.у. будут вып-ся:

$U_2|_{кат} = nU_{1кат} = 0$

$E_2|_{кат} = nE_{1кат} = 0$

$U_2|_{ан} = nU_{ан} = U_{2ан}$

А вып-ся ли ур-ия, опис-щие пучок?

1) Ур. движе-ия: помним, что если в „n" раз увелич. пот-л во всех (·)(·), тр-рия не изм-ся ⇒ ур. дв-ия вып-ся

2) Ур. Лапласа: $\Delta U_2 = -\frac{\rho_1}{\varepsilon_0}$; $\Delta U_1 = -\frac{\rho_2}{n\varepsilon_0}$

$\Delta(nU_1) = -\rho_2/\varepsilon_0$; если положим $\rho_2 = n\rho_1$ то вып-ся

3) $j_2 = \rho_2 v_2 = n\rho_1 \sqrt{n}\, v_1 \ominus$

$v_2 = \sqrt{2\eta U_2} = \sqrt{2\eta \cdot nU_1}$

$\ominus\ n^{3/2} j_1 \Rightarrow \boxed{\vec{j_2} = n^{3/2}\vec{j_1}}$ – если положим, то $j_2 = \rho_2 v_2$ – вып-ся

4) $\boxed{\operatorname{div}\vec{j_2} = n^{3/2}\operatorname{div}\vec{j_1} = 0}$ – вып-ся

У нас все г.у. вып-ся ⇒ мы получили реш-е

$j_2 = n^{3/2} j_1$

$\Downarrow$ $\qquad n = \frac{U_{a_2}}{U_{a_1}}$

$I_2 = n^{3/2} I_1$

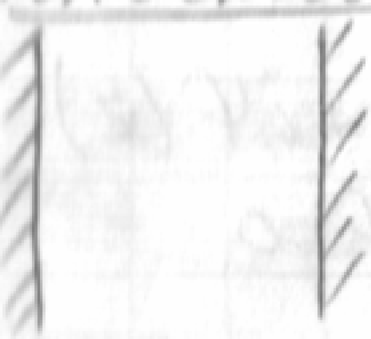
$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{U_{a2}}{U_{a1}}\right)^{3/2}$$

$$\boxed{\frac{I_2}{U_{a2}^{3/2}} = \frac{I_1}{U_{a1}^{3/2}} = P}$$ – закон 3/2-х справедлив для $\forall$ диода, ч.т.д.

но для разных диодов P – разные.

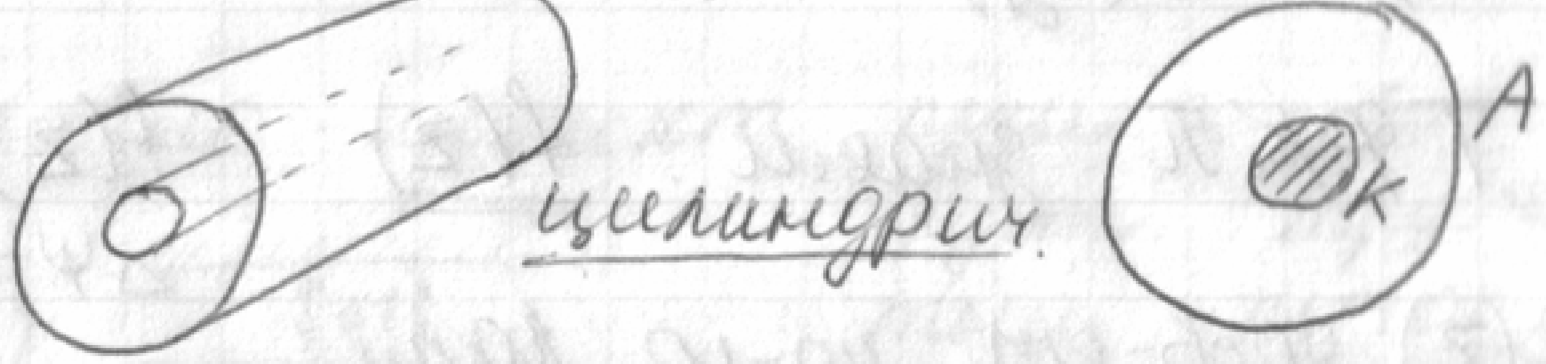
Вар-ты диодов:

плоский



цилиндрич.

сферич.



Формирование ленточных пучков.

Ленточный пучок – все эл-ны летят в одну сторону, с одинак. ск-ю.

Как получить ленточ. пучок?

Идея: взять ∞ диод, выбросить заштрих. части, нагреем...

но ленг. пучка мы не получим

✓; на самом деле мы получим (см. рис) расх-щиеся ветви (т.к. прос. заряд)

Надо сделать так, чтобы $\bar{e}$, которые остались не заметили, что мы выкинули заштрих. часть, т.е. д. создать теже усл-ия что и для ∞ диода.

Нужно чтобы:

$y = 0$.

$$\left\{\begin{array}{l} U\big|_{y=0} = U_a\left(\frac{x}{d}\right)^{4/3} \\ E_y\big|_{y=0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} y > 0 \\ \Delta U = 0 \end{array}\right\}$$

Надо решить $\Delta U = 0$ – это ур Лапласа при г.у.

Отличит. черта: оба г.у. (и на пот-л и на поле) - задали на одной гр-це $y=0$)

На $y=0$: $U = U_a\cdot\left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}$

Используем метод аналит. продолжений: вводим $z = x+iy$

$$U(z) = U_a\left(\frac{z}{d}\right)^{4/3}$$

Из ТФКП знаем: $\underline{f(z)}$ $\quad f(z)=\Psi(z)+i\varphi(z)$

$\Delta\Psi=0,\ \Delta\varphi=0$

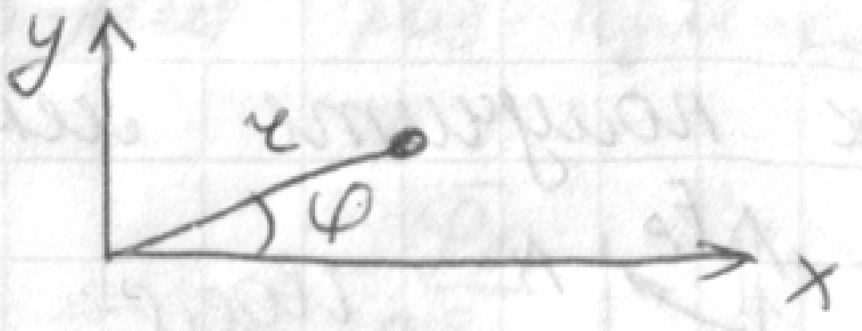
Re $U(z)$ удов-ет ур-ю Лапл.

$$\left.\begin{aligned} y=0:\ & U(x,y) = \frac{U_a}{d^{4/3}}\cdot Re(x+iy)^{4/3}\Big|_{y=0} = \frac{U_a}{d^{4/3}}\cdot x^{4/3} \\ & \frac{\partial U}{\partial y}\Big|_{y=0} = Re\frac{\partial}{\partial y}\frac{U_a(x+iy)^{4/3}}{d^{4/3}}\Big|_{y=0}=0 \end{aligned}\right\} -$$

- оба г.у. вып-ся $\Rightarrow U_a(x,y)$ - есть решение

Перейдем в поляр с.к.:

$x+iy = re^{i\varphi}$



$$\boxed{U = \frac{U_a}{d^{4/3}}\, r^{4/3}\cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right)}$$

Эквипотенциали: если их заметаллизируем, форма не изм-ся.

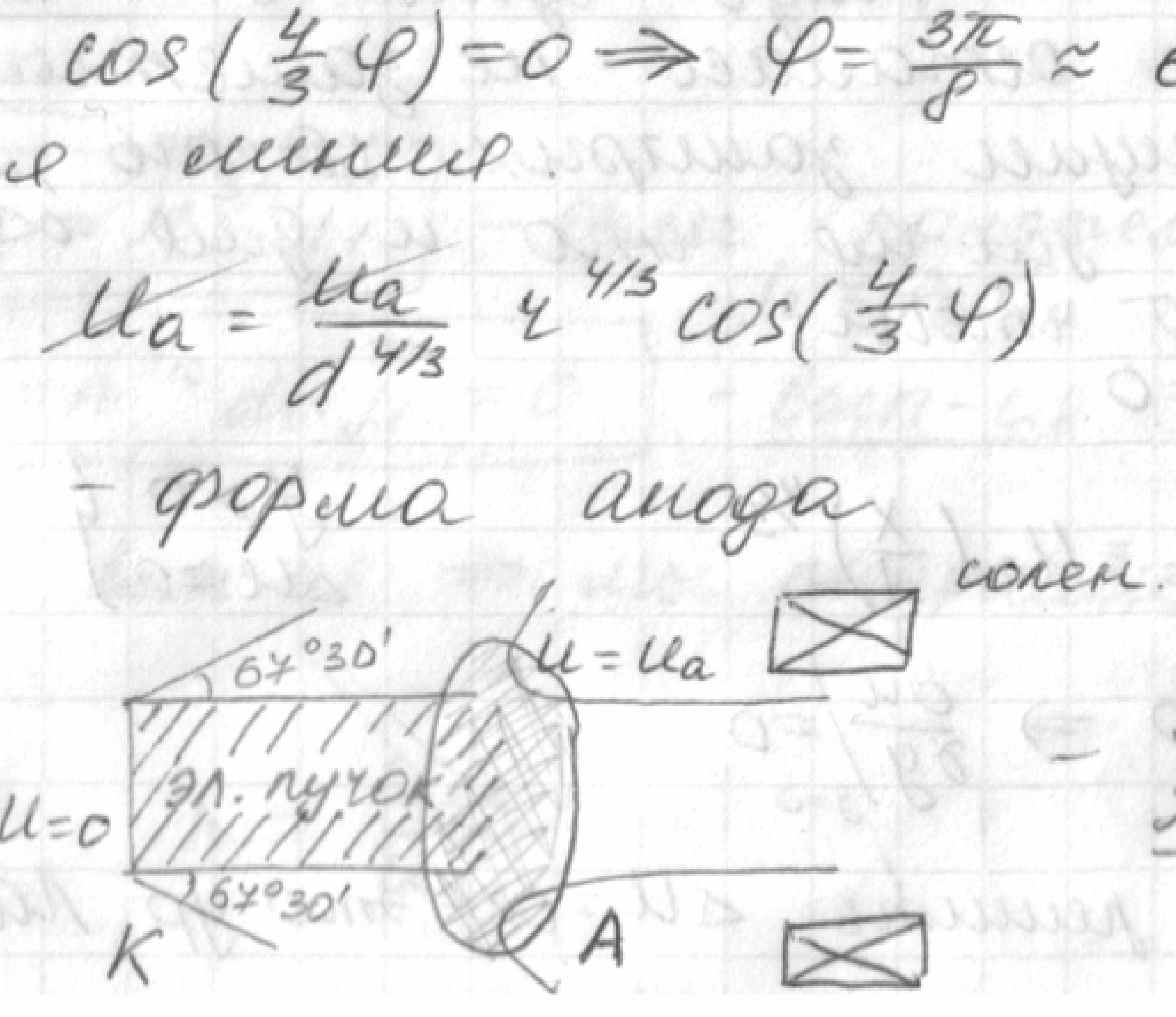
Кладем $U=0$: $\cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right)=0 \Rightarrow \varphi=\frac{3\pi}{8}\approx 67°30'$

Катод - прямая линия.

Кладем $U=U_a$: $U_a = \frac{U_a}{d^{4/3}}\, r^{4/3}\cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right)$

$$\boxed{r^{4/3} = \frac{d^{4/3}}{\cos\left(\frac{4}{3}\varphi\right)}}$$ - форма анода

Итого:



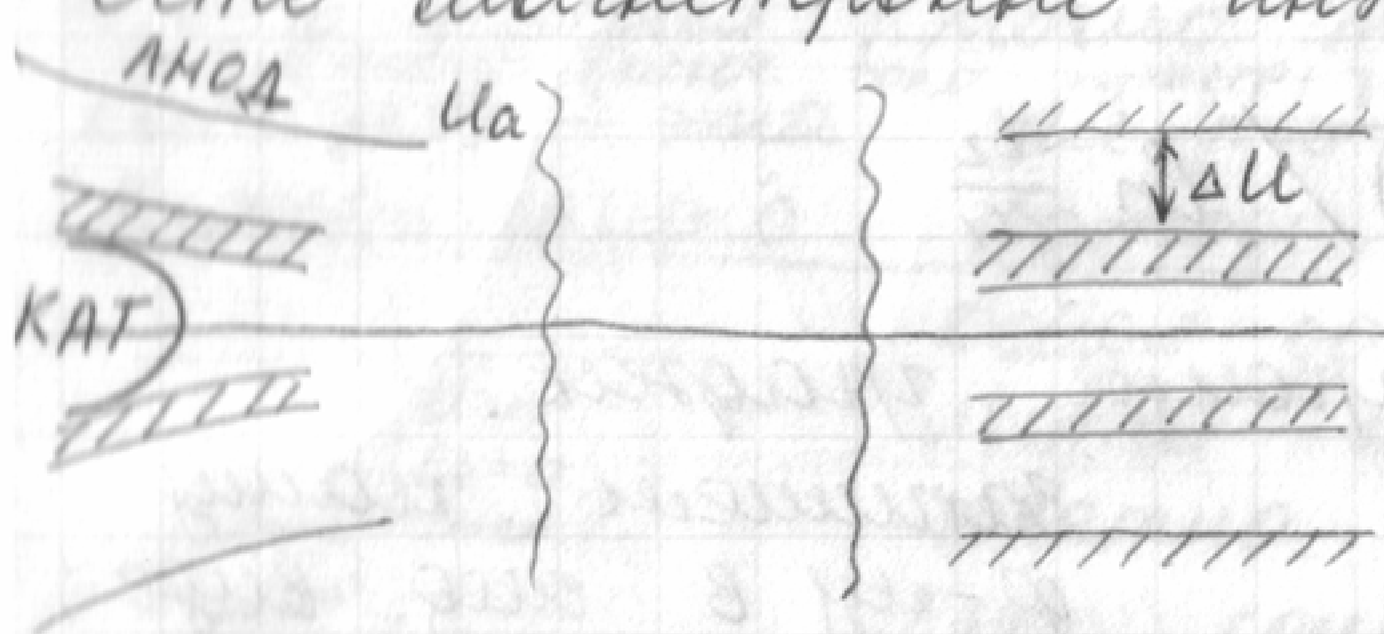
— Пушка Пирса

чтобы пучок летел не на стенку, а ещё дальше, делают на „А" канал транспортировки:

в [заштрихованной] области линза-диафр-ма (рассеивающая), её дейст-е компенсир-ся соленоидом

Предельный ток транспортировки.

Есть магнетронно-инжект. пушка, формирует трубчатый пучок. Он попадает в канал.

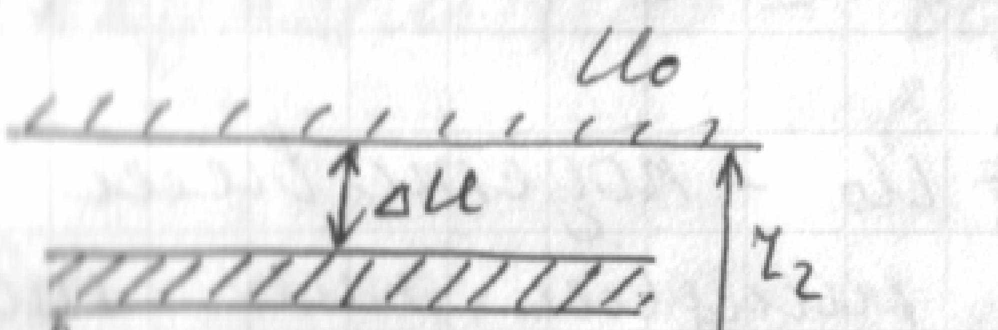


Любой ли ток можно провести ч/з этот канал транс-ки?

<u>Нет</u>. Даже если пушка может давать ∞ ток, ч/з канал можно пропустить $I \leq \underline{I_{max}}$,

<u>предельный ток транспортировки</u>.

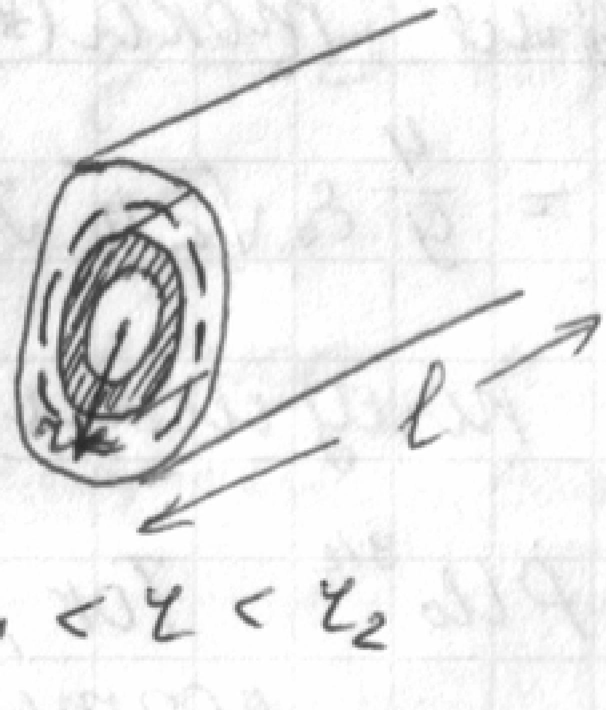
(м/у пучком и стенкой канала — провисание пот-ла Δu. Если оно большое, т.е. ток большой, пучок стан. неустойчивым)



$I < I_{max}$

Теор. Гаусса:

$$\oint E_n \, dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



$r_1 < r < r_2$

$$2\pi r l \cdot E_r = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{J_0 t}{\varepsilon_0} = \frac{J_0 l}{\varepsilon_0 v_{\parallel}}$$

$$E_r = \frac{J}{2\pi r \varepsilon_0 v_{\parallel}}$$

$$\Delta U = \int_{r_1}^{r_2} E_r \, dr = \frac{J}{2\pi \varepsilon_0 v_{\parallel}} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

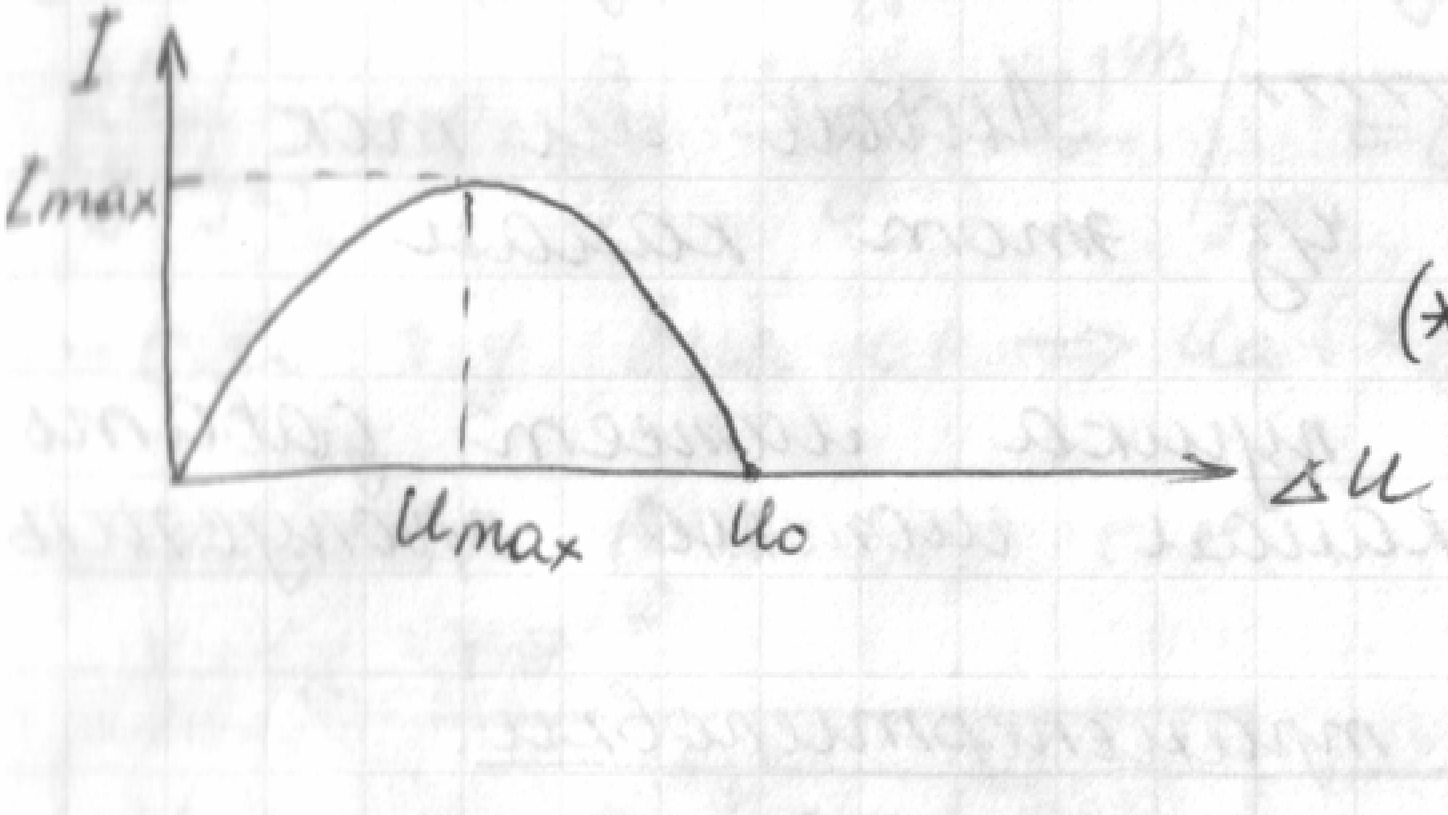
В данном случае $v_{\parallel} = v = \sqrt{2\eta U} = \sqrt{2\eta (U_0 - \Delta U)}$

$U = U_0 - \Delta U$ – потенциал на пучке

Выразим ток:

$$I = \Delta U \cdot 2\pi \varepsilon_0 \sqrt{2\eta (U_0 - \Delta U)} \Big/ \ln \frac{r_2}{r_1}$$

теперь кач-но построим график.



запишем нашу ф-лу в след. виде:

(*) $I = A F(x)$, где

$x = \Delta U$

$$A = \frac{2\pi \varepsilon_0 \sqrt{2\eta}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$F(x) = x\sqrt{U_0 - x}$$

нам надо найти extr этой ф-ции:

$$\frac{dF}{dx} = 0$$

$$\frac{dF}{dx} = \sqrt{U_0 - x} - \frac{x}{2\sqrt{U_0 - x}} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} U_0$$

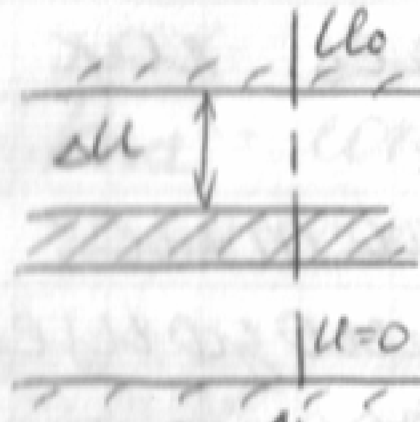
Иначе говоря, $\Delta U_{max} = \frac{2}{3} U_0$ – подставим в ф-лу для тока (*) и мы найдем max ток

$$\Rightarrow I_{max} = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{2\eta}\, \pi \sqrt{3}\, U_0^{3/2}$$

опять получим закон $\frac{3}{2}$ -ых:

$I_{max} = P U_0^{3/2}$. Ток, больший, чем ток транспортировки, сист. пропустить не может.

Предп., что мы сфор-ли пучок, у котор. ток больше I_{max}; т.е. $I > I_{max}$



что б. происходить?

рассм. процесс во времени:

$\Delta U \uparrow \Rightarrow v_{\parallel}\downarrow \Rightarrow \Delta U$ еще больше растет, пока не будет $\Delta U = U_0$

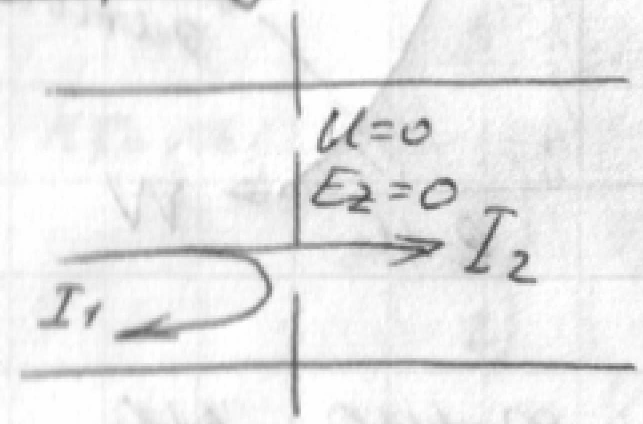
$\Delta U \uparrow\ v_{\parallel}\downarrow \Rightarrow \Delta U\uparrow \dots$

$\Delta U = U_0$

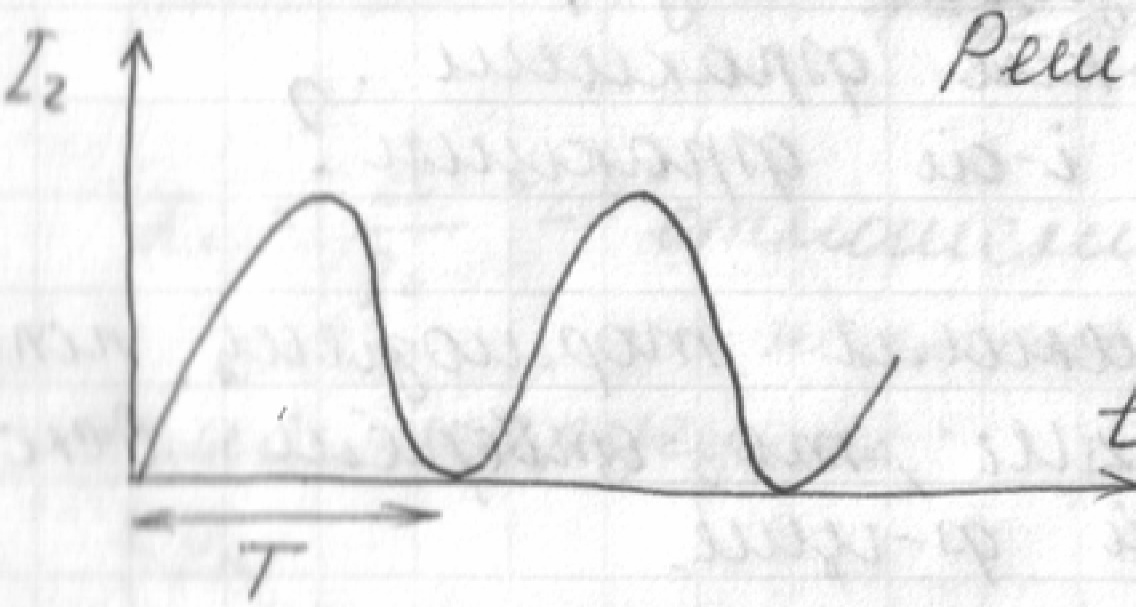
В рамках статич. модели не решить, смотрим кач-но.

Тогда получ. что в некот. пл-ти $U=0$ и $E_z=0$ т.е. 2 условия (точно такие же как на катоде*) – эта пл-ть наз-ся **плоскостью виртуального катода**.

*) в режиме включ. тока простр. заряда



Дойдя до этой пл-ти, пучок делится на два – один вперед, др. обратно. Их соотнош-е зависит от конкрет задачи.



Реш-е периодич-ое, и нет сост. р/в – не sin-да;

$\Rightarrow$ пучок неуст-вый (.v.)

На этом принципе основана работа ВИРКАТОРОВ

(.v.) = (т.е. польз-ся им в приб-х нельзя)

Система рекуперации энергии.

Рекуперация – возвращение эн-ии обратно в ист-к питания.

Во многих СВЧ приборах $\eta \approx 20-40\%$ – низкий т.е. энергия не реализ-сь.

Как повысить КПД приборов?

1. улучшить взаимод-ие пучка и э/м поля (напр., изменить распр-ие поля в объеме и т.д)

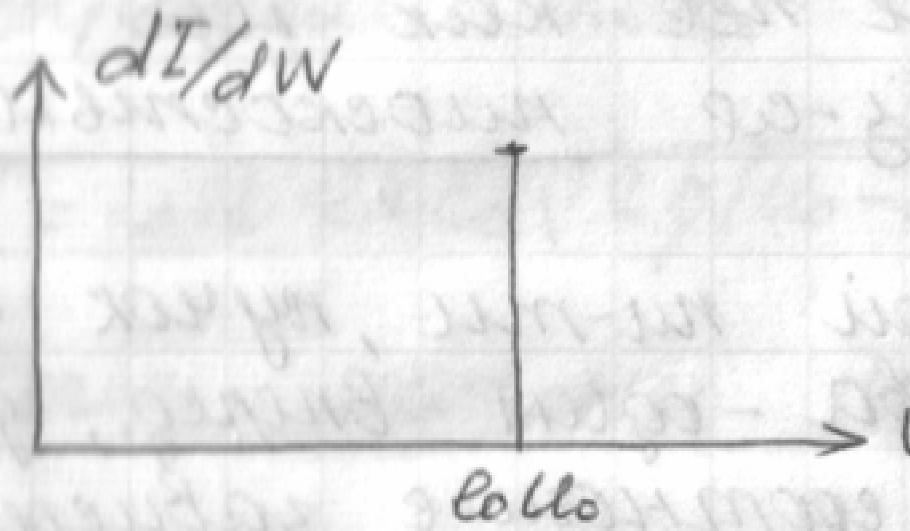
2. Рекуперация (ничего не делаем с вз/д-ем) т.е. вз/д-ие не меняем

т.е. мы постараемся исправить сит-цию **после** вз/д-ия.

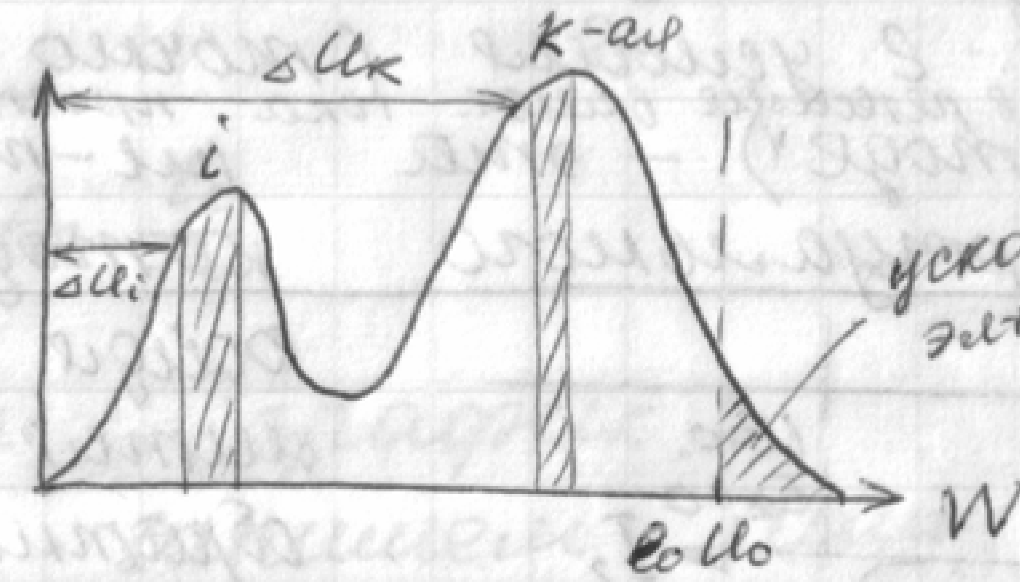
сист. вз/д-ия	—	сис-ма рекуперац

Идея: у [пучка] осталась как правило $W_{кин}$. ← отберем ее обратно: сформируем тормозящее поле $E_{торм}$, которое отберет энергию в ист-к питания

$F(W) = \frac{dI}{dW}$ — распределение тока по энергии.



до вз/д-ия пучка с э/м полем.



после

разобьем эту ф-ию на эн-кие фракции.

Как забрать эн-ию из i-ой фракции?

$e_0 \Delta U_i = \Delta W_i$

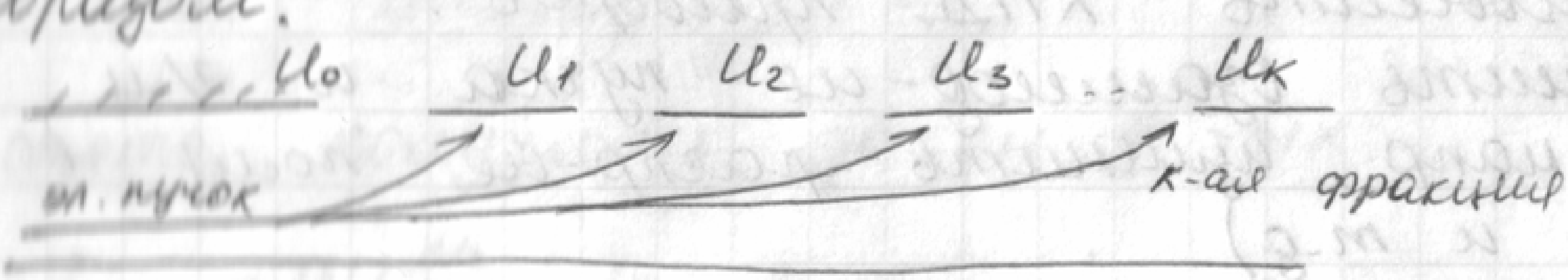
$\Delta U_i = \frac{W_i}{e_0}$ — если применим тормозящ. поле с таким ΔU_i, то отберём всю эн-ю у i-ой ф-ции.

Что надо сделать чтобы отобрать всю эн-ю? (у всего пучка)

надо решить 2 задачи:

1. Разделить (отсепарировать) эл-ны с разной эн-ей.
2. Посадить эти разные фр-ции на разные электроды, с такими пот-ми, чтобы забрать у них всю энергию.

Система рекуперации б. выглядеть след. образом:



$U_0 > U_1 > U_2 > \ldots > U_k$

$\eta = \frac{P_{out}}{P_0}$, P_{out} – выходная мощ-ть
P_0 – мощ-ть, котор. затратим, чтобы создать пучок

$P_{out} = const$ – числитель мы не меняем
Мен-ся знаменатель. – P_0

Итак, у нас получ-ся очень много ступенек рекуперации $n \to \infty$

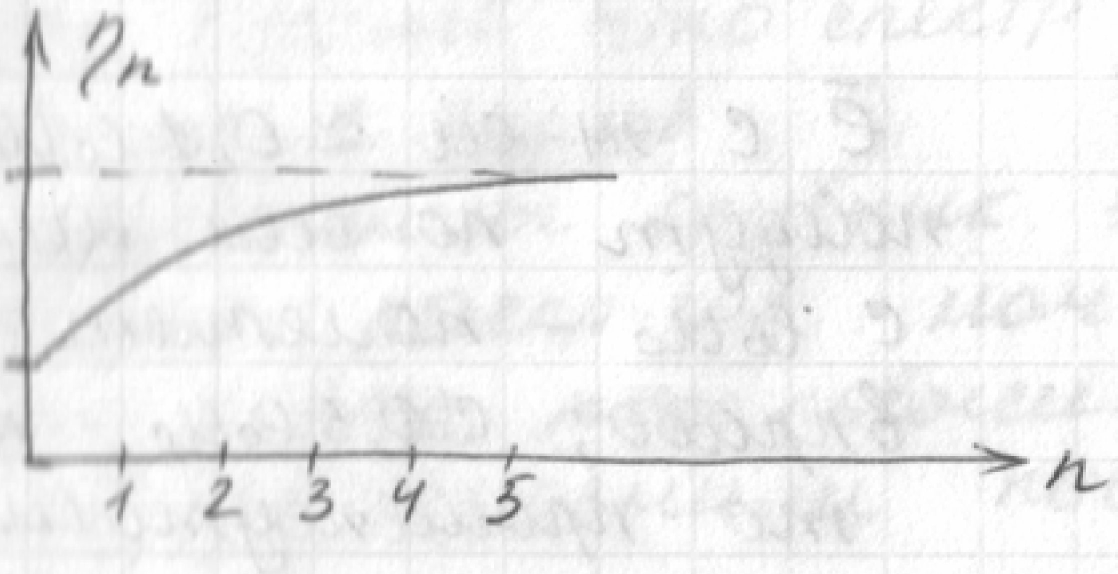
$\eta_n = ?$ $\quad \eta_n \to 100\%$ – в пределе м. получить.

Сколько на самом деле ступенек (реально)?
Почему? Причины:

$\underline{n \le 4}$ а) малое расст. м/у ступ.
б) много ист-ов питания (на кажд. электрод надо подать свой пот-л)
! в) трудно сепарир. пучок.
г) $$\eta_n = \frac{\eta_e}{1 - \sum_{i=1}^{n} x_i \left(1 - \frac{U_i}{U_0}\right)},$$ η_e – электронный КПД

$x_i = \frac{I_i}{I_0}$ – отношение тока на i-ую ступень к полному току.

Если нарисуем:



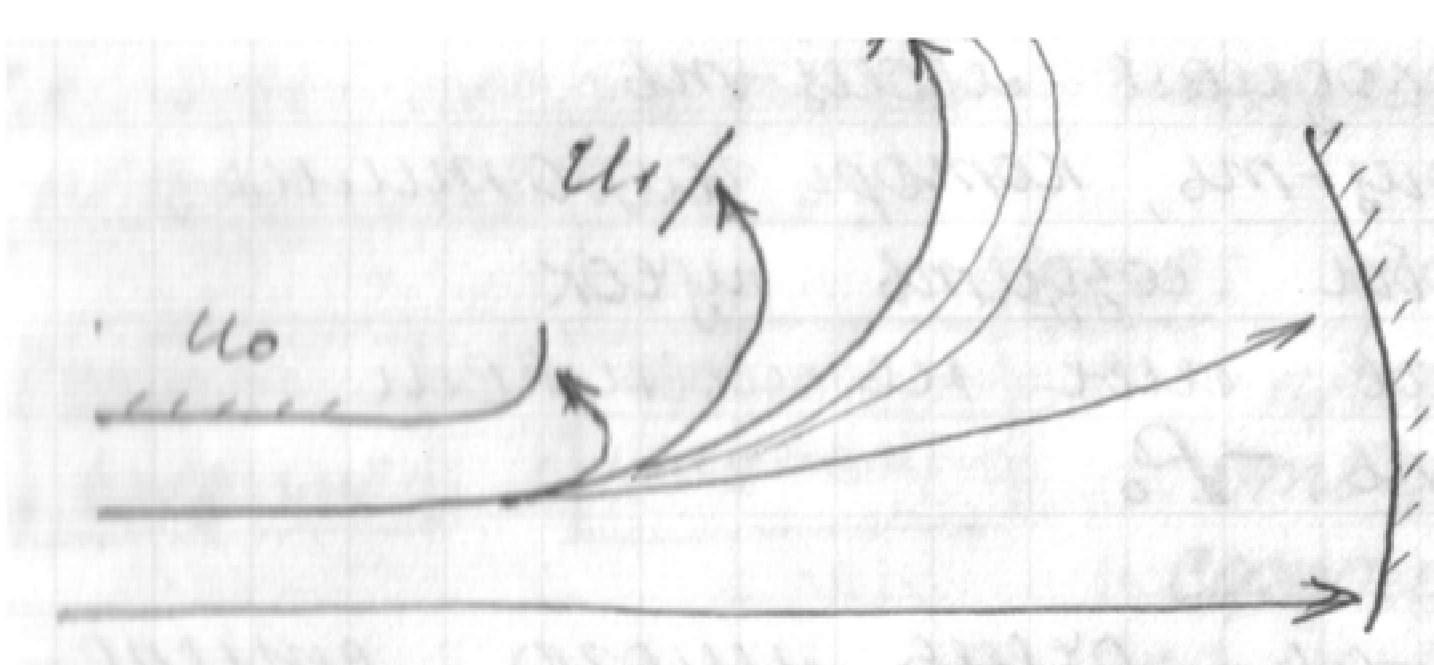
(η_e – КПД без рекуп-ции)

Основ. выигрыш в КПД если 1-2^x ступенчатая система ⇒

Все эти сообр-ия + этот график приводит к выводу, что > 4-х ступеней нет смысла делать.

• <u>Основная трудность</u> — как разделить пучок в простр-ве на отдельные фракции? т.е. как сепарировать пучок?

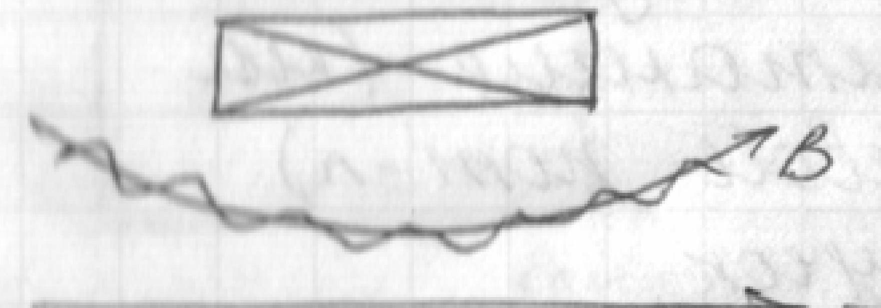
Если пучок не мощный (напр. в спутник-ых <u>ЛБВ</u>), исп. <u>МПФС</u> ⇒ $B=0$ – поле падает до „0"
(магнитная реверсная фокусирующая сис-ма)



По сути – электроды-коллектора. Площадка маленькая, $\bar{e}$ почти по нормали $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ сильно греется.

Используется в маломощных приборах (~100 Вт)

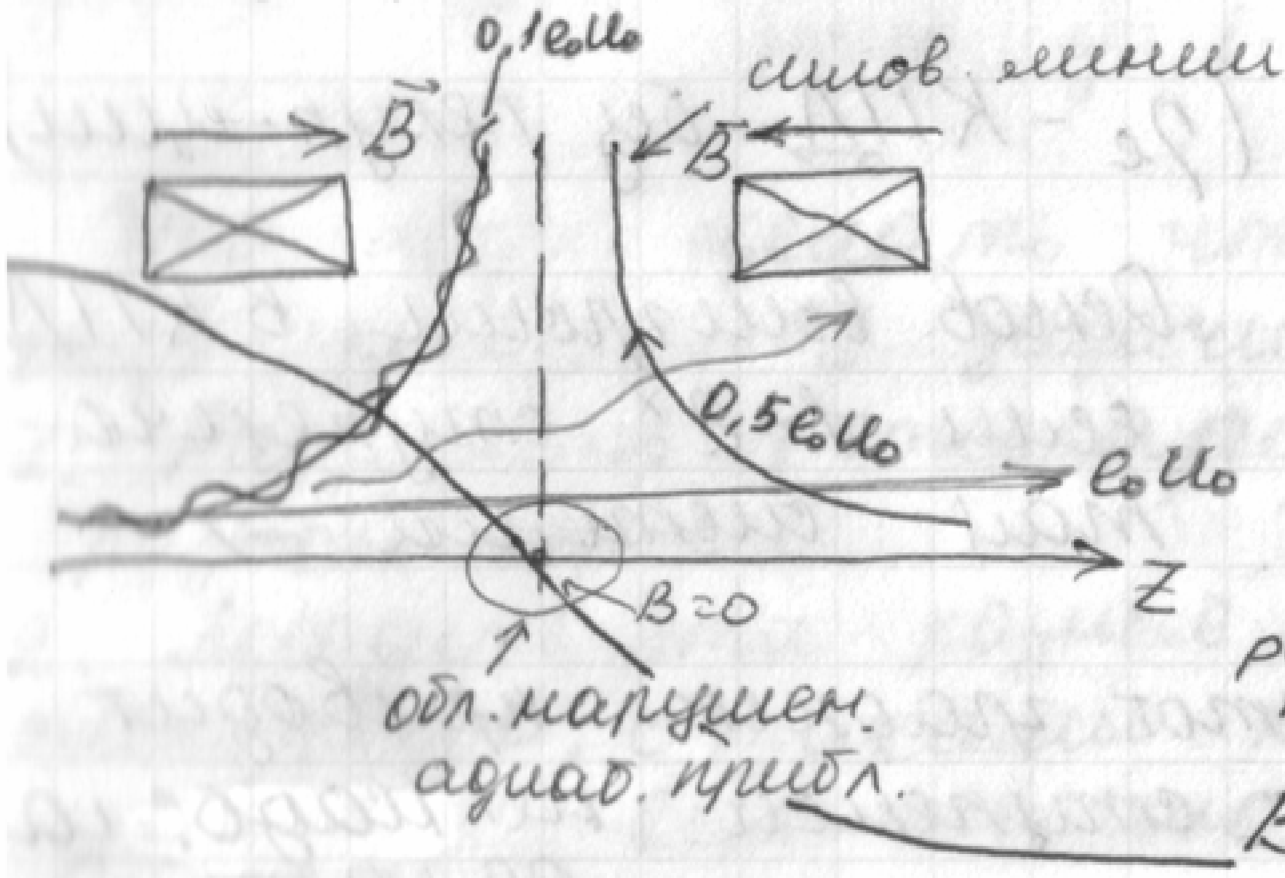
В мощных приборах – пучок надо вести [применяется фокусировка (магнитная)].



$L_B \gg r_\perp$, h – ад. прибл.

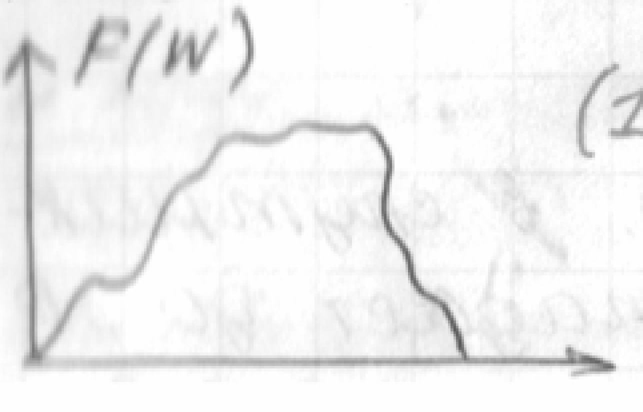
Но с точки зрения рекуперации плохо, что пучок лежит вдоль магн. силов. линий – пучок нельзя разделить на фракции $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ В мощных приб-х надо нарушить усл-ие адиаб. прибл-ия, т.е. вып-ть обрат. условие:

$T_c \left|\frac{dB}{dt}\right| \gg B$ – усл. прим-ия сист. рекуперации

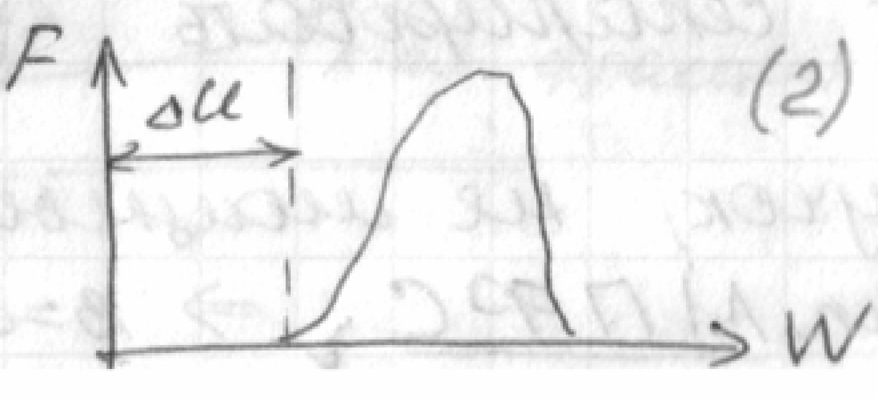


$\bar{e}$ с эн-ей $\simeq 0{,}1\, e_0U_0$ пойдут по сил. линии, с e_0U_0 – полетят вправо; с $0{,}5\,e_0U_0$ – както промежуточно

Надо или не надо решать эту задачу?



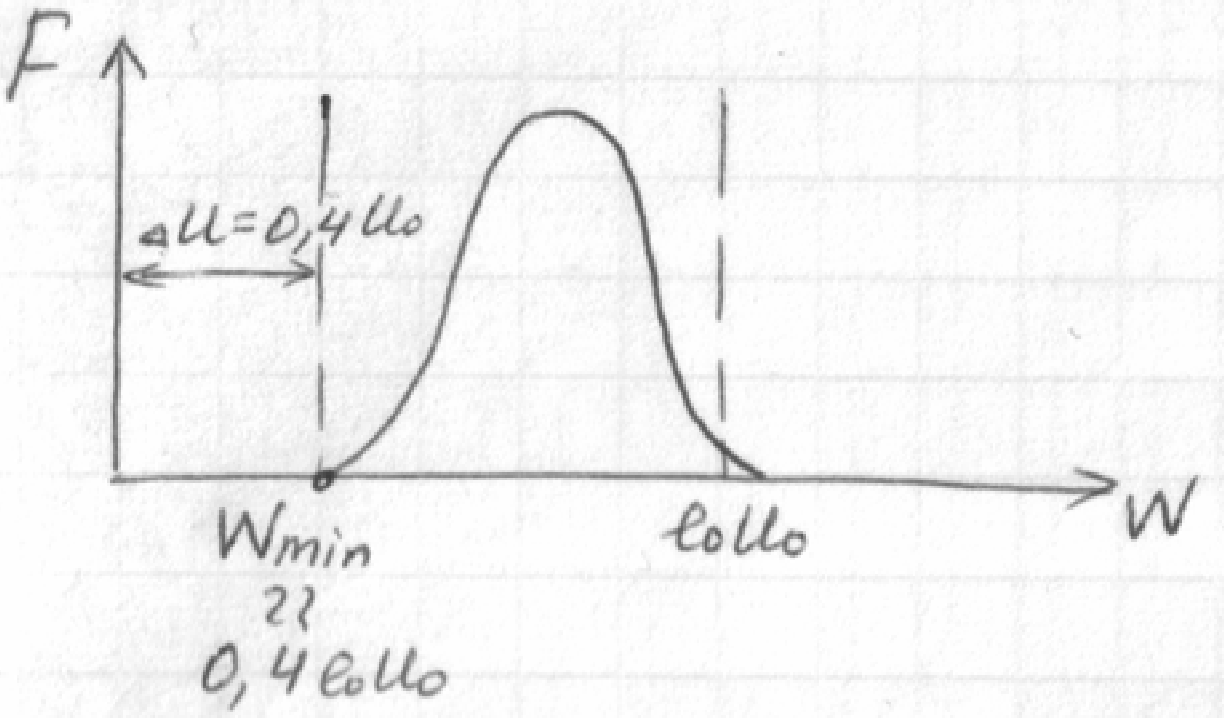
(1)



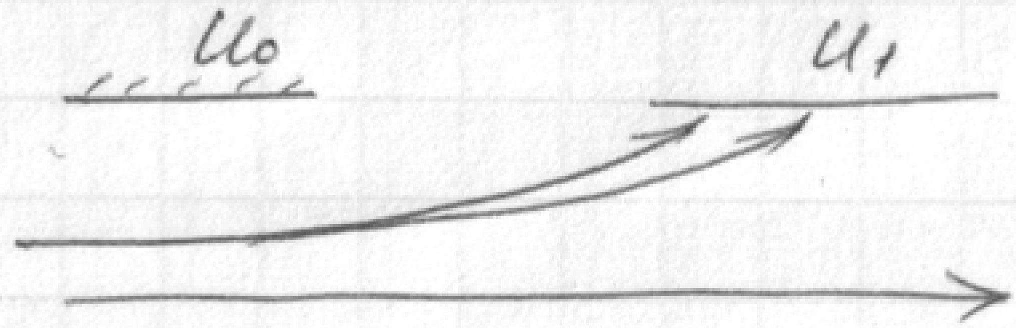
(2)

Если (1) – надо решать задачу о распр-ии поля. А если (2) – можем тормознуть пучок на ΔU.

Гиротрон:



$U_1 = 0{,}6 U_0$



$\eta_1 = \eta_e \frac{U_0}{U_1} \approx 1{,}5 \eta_e$

$\eta_e \simeq 40\%$ – у гиротронов $\Rightarrow$

$\Rightarrow \eta_1 \simeq 60\%$. Можно и больше

Рекорд: $\eta_{1max} = 70\%$ (для приборов мощ-ти ~ 1 МВт)

Все верили что спектр на выходе гиротрона нач-ся с нуля
но японцы опублик. экспер-ные рез-ты, что ф-ция распр-ия нач-ся не с нуля, и что КПД можн. повысить в 1,5 раза.
(но не объяснили почему так)

КОЛЛОКВИУМ

30 НОЯБ – 14^{40}. 441
448
449

Аудитория –