Задачи к модулям по физике атомных явлений (5 семестр)

Лектор: Захаров Ю. Н.
Выполнил: Пушкарёв А. П.

① Оценить температуру поверхности Солнца, считая Солнце и Землю абсолютно черными телами, и что Земля всю свою энергию получает только от Солнца. Средняя температура Земли 24 °C, расстояние от Земли до Солнца 150 млн. км, радиус Солнца 700 тыс км.

Дано:
$\ell = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м
$R = 7 \cdot 10^{8}$ м
$r = 6{,}4 \cdot 10^{6}$ м
$T_З = 297$ K

Найти: T_C

$$\sigma T_C^4 \, 4\pi R^2 \frac{\frac{\pi r^2}{\ell^2}}{4\pi} = \sigma T_З^4 \cdot 4\pi r^2$$

$$T_C^4 = T_З^4 \frac{4\ell^2}{R^2} \longrightarrow T_C = T_З \sqrt[4]{\frac{4\ell^2}{R^2}} =$$

$$= T_З \sqrt{\frac{2\ell}{R}} = 297 \frac{\sqrt{2} \cdot 3{,}8 \cdot 10^5}{2{,}6 \cdot 10^4} \approx$$

$$\approx 6138 \text{ K}.$$

② Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности Солнца, зная температуру его поверхности $T = 6000$ K.

Дано:
$T = 6000$ K

Найти: λ_m

$$\lambda_m T = b, \quad b = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{K}$$

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{K}}{6000 \text{ K}} = 4{,}83 \cdot 10^{-7} \text{ м} =$$

$$= 483 \text{ нм}.$$

③ Имеются две полости с малыми отверстиями одинаковых диаметров $d = 1{,}0$ см и абсолютно отражающими наружными поверхностями. Расстояние между отверстиями, направленными друг к другу, $\ell = 10$ см. В первой полости поддерживается постоянная температура $T_1 = 1700$ K. Вычислить установившуюся температуру во второй полости. Иметь в виду, что а.ч.т. является косинусным излуч.

Дано: $d = 1$ см, $\ell = 10$ см.
$T_1 = 1700$ K, $\Phi(\theta) \sim \cos^2\theta$

Найти: T_2

$$\sigma T_1^4 S_1 \frac{\frac{\pi d^2}{4\ell^2}}{2\pi} = \sigma T_2^4 S_2$$

$$T_2^4 = T_1^4 \frac{d^2}{8\ell^2}, \quad T_2 = 1700\text{K} \sqrt{\frac{0{,}01\text{м}}{0{,}1\text{м}}} \frac{1}{\sqrt[4]{8}} \approx$$

$$\approx 320 \text{ K}.$$

(4) Энергетическая светимость а.ч.т. $M_э = 3{,}0$ Вт/см². Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности этого тела.

$$M_э = \sigma T^4 \longrightarrow T = \sqrt[4]{\frac{M_э}{\sigma}}$$

$$\lambda_m T = b, \quad \lambda_m = \frac{b}{T} = b\sqrt[4]{\frac{\sigma}{M_э}} =$$

$$= 2{,}9\cdot 10^{-3}\ м\cdot К \sqrt[4]{\frac{5{,}67\cdot 10^{-8}\ Вт\ м^{-2}К^{-4}}{3{,}0\cdot 10^{4}\ Вт/м^2}} =$$

$$= 3{,}4\cdot 10^{-6}\ м$$

(5) Имеется два абсолютно чёрных источника теплового излучения. Температура одного из них $T_1 = 2500$ К. Найти температуру другого источника, если длина волны, отвечающая максимуму его испускательной способности, на $\Delta\lambda = 0{,}5$ мкм больше длины волны, отвечающей максимуму испускательной способности первого источника.

Дано:
$T_1 = 2500$ К.
$\Delta\lambda = 0{,}5$ мкм $= 0{,}5\cdot 10^{-6}$ м

Найти:
T_2

$$\lambda_{m_1} T_1 = b$$

$$(\lambda_{m_1} + \Delta\lambda) T_2 = b$$

$$T_2 = \frac{b}{(\lambda_{m_1} + \Delta\lambda)} = \frac{b}{\left(\frac{b}{T_1} + \Delta\lambda\right)} \approx$$

$$\approx 1747\ К.$$

⑥ Оценить число фотонов равновесного э/м излучения в единице объёма при $T_1=300K$, $T_2=3K$.

стр 3

$$\varphi(\omega,T)=\frac{c}{4}\varepsilon(\omega,T)$$

$$\varphi(\omega,T)=\frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\left[\exp\left\{\frac{\hbar\omega}{kT}\right\}-1\right]^{-1}$$

$$\varepsilon(\omega,T)=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}\left[\exp\left\{\frac{\hbar\omega}{kT}\right\}-1\right]^{-1},\quad \varepsilon(T)=\int_0^\infty\varepsilon(\omega,T)d\omega$$

$$n=\int_0^\infty\frac{\varepsilon(\omega,T)}{\hbar\omega}d\omega=\frac{1}{\pi^2c^3}\int_0^\infty\frac{\omega^2\,d\omega}{e^{(\hbar\omega/kT)}-1}$$

$$\int_0^\infty\frac{\omega^2d\omega}{e^{a\omega}-1}=\frac{1}{a^3}\int_0^\infty\frac{x^2dx}{e^x-1}=\frac{1}{a^3}\int_0^\infty\frac{x^2e^{-x}dx}{1-e^{-x}}=\frac{\pi^2}{3a^3}$$

$$n=\frac{k^3T^3\cancel{\pi^2}}{3\cancel{\pi^2}c^3\hbar^3}$$

При $T=300K$: $N\approx7{,}5\cdot10^{14}$

При $T=3K$: $N\approx7{,}5\cdot10^{8}$

⑦ Уединенный медный шарик облучается ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda=200$ нм. До какого максимального потенциала зарядится шарик, если работа выхода электрона из меди $A_{вых}=4{,}47$ эВ? Какое количество электронов покинет шарик?

Дано:

$A_{вых}=4{,}47$ эВ

$\lambda=200$ нм

$\varphi_{max}=?$

$N=?$

$$\frac{mv_{max}^2}{2}=h\nu-A_{вых}.$$

$$\varphi=\frac{A}{e},\quad A=h\nu-A_{вых}$$

$$\varphi=\frac{h\nu-A_{вых}}{e}=$$

$$=\frac{\dfrac{6{,}626\cdot10^{-34}\,Дж\cdot c\cdot3\cdot10^{8}\,м/c}{200\cdot10^{-9}\,м}-4{,}47\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\,Дж}{1{,}6\cdot10^{-19}\,Кл}\approx$$

$$\approx1{,}739\ В$$

$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, $q = 4\pi\varepsilon_0 \varphi r$, $q = Ne$ $\Rightarrow N = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varphi r}{e} =$

$= \frac{4\pi\varepsilon_0 \cdot 1{,}739\ В \cdot 0{,}01 м}{1{,}602 \cdot 10^{-19} Кл} \approx 1{,}2 \cdot 10^7$

(8) Уединенный медный шарик облучается ультрафиолетовым светом. При каких длинах волн излучения шарик останется электрически нейтральным? $A_{вых} = 4{,}47$ эВ.

Дано:
$A_{вых} = 4{,}47$ эВ

Найти:
λ, при которых шарик останется электрически нейтральным.

$\frac{m v^2}{2} = h\nu - A_{вых}$

шарик останется электрически нейтральным, если:

$h\nu - A_{вых} \leq 0$.

$\frac{1}{\lambda} \leq \frac{A_{вых}}{hc}$

$\lambda \geq \frac{hc}{A_{вых}}$

$\lambda \geq \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34} Дж \cdot с \cdot 3 \cdot 10^8 м/с}{4{,}47 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} Дж} \approx$

≈ 278 нм.

(9) Вакуумный фотоэлемент с катодом из молибдена освещается монохроматическим светом с $\lambda = 250$ нм. При наложении V_3 фототок уменьшается и обращается в нуль, когда $V_3 = 1{,}8$ В. Определить внешнюю контактную разность потенциалов между молибденом и материалом анода, если работа выхода из молибдена $A_{вых} = 4{,}27$ эВ?

$\frac{1}{2} m_e v_{max}^2 = e(V - V_c)$, $\frac{1}{2} m_e v_{max}^2 = h\nu - A_{вых} =$

$= h\frac{c}{\lambda} - A_{вых} = e(V - V_c) \Longrightarrow V_c = \frac{A_{вых} - h\frac{c}{\lambda}}{e} + V =$

$= \frac{4{,}27 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} Дж - 6{,}626 \cdot 10^{-34} Дж \cdot с (3 \cdot 10^8 м/с / 250 \cdot 10^{-9} м)}{1{,}6 \cdot 10^{-19} Кл} +$

$+ 1{,}8\ В \approx 1{,}1\ В$

(10) При поочередном освещении пов-ти некоторого металла светом с длинами волн $\lambda_1 = 350$ нм и $\lambda_2 = 540$ нм. обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются в $n=2$ раза. Найти работу выхода с пов-ти этого металла.

Дано:
$\lambda_1 = 350$ нм
$\lambda_2 = 540$ нм
$\frac{v_{max2}}{v_{max1}} = 2.$

$A_{вых} = ?$

$$\frac{m v_{1max}^2}{2} = h\nu_1 - A_{вых}$$

$$\frac{m v_{2max}^2}{2} = h\nu_2 - A_{вых}.$$

$$4 = \frac{h\frac{c}{\lambda_2} - A_{вых}}{h\frac{c}{\lambda_1} - A_{вых}}$$

$$h\frac{c}{\lambda_2} - A_{вых} = 4h\frac{c}{\lambda_1} - 4A_{вых}$$

$$3A_{вых} = 4hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{4\lambda_2}\right)$$

$$A_{вых} = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}\text{ Дж}\cdot c \cdot 3\cdot10^8\text{ м/с}}{3}.$$

$$\left(\frac{4}{350\cdot10^{-9}\text{ м}} - \frac{1}{540\cdot10^{-9}\text{ м}}\right) = 6{,}345\cdot10^{-19}\text{ Дж} =$$

$$= 3{,}96.\ \text{эВ}$$

(11) Свет с длиной волны $\lambda = 300$ нм падает на фотоэлемент в режиме насыщения. Соответствующая спектральная чувствительность фотоэлемента $J = 4{,}8$ мА/Вт, Найти выход фотоэлектронов.

Дано:

$\lambda = 300$ нм

$Y = 4{,}8$ мА/Вт $= 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ А/Вт

$N = ?$

$$Y = \frac{I}{P}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(n_e e)}{dt}$$ – фототок насыщения.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(n_\varphi h\nu)}{dt}$$

$$PY = I, \quad \frac{d(n_\varphi h\nu)}{dt} Y = \frac{d(n_e e)}{dt}$$

$$n_\varphi h\nu Y = n_e e$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{n_e}{n_\varphi} = \frac{h\nu Y}{e} = \frac{hcY}{e\lambda}$$

$$N = \frac{hcY}{e\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Дж}\cdot\text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\,\text{м/с} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{А/Вт}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{Кл} \cdot 300 \cdot 10^{-9}\,\text{м}} =$$

$$= 0{,}019$$

(12) Какие спектральные линии появятся в спектре атомарного водорода при облучении его ультрафиолетовым светом со средней длиной волны 100 нм и относительной шириной спектра 8 %? (считаем, что облучается не один атом, а конечный объем газа!)

Дано:

96 нм $\le \lambda \le 104$ нм.

спектр. линии при излучении

$$\hbar\omega = E_n - E_1 = -\frac{chz^2R}{n^2} + chz^2R$$

$$z = 1, \quad R = 1{,}097 \cdot 10^7\ \text{м}^{-1}$$

$$\frac{h}{2\pi}\frac{2\pi c}{\lambda} = chR\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{\lambda R} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}}$$

$$n_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 R}{\lambda_1 R - 1}} = \sqrt{\frac{96 \cdot 10^{-9}\,\text{м} \cdot 1{,}097 \cdot 10^7\,\text{м}^{-1}}{96 \cdot 10^{-9}\,\text{м} \cdot 1{,}097 \cdot 10^7\,\text{м}^{-1} - 1}} \approx 4{,}4.$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{\lambda_2 R}{\lambda_2 R - 1}} \approx 2{,}8. \Rightarrow 2{,}8 \le n \le 4{,}4, \quad n \in Z^+$$

$$\Rightarrow n = 3;\ 4.$$

$\bar{e}$ в невозбужденном атоме водорода перейдет либо на 3 либо на 4 уровень.

Так как облучался конечный объём газа, то в спектре появятся:

$$\lambda_1 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)} = \frac{4}{3R} \approx 121,6 \text{ нм}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{9}{8R} \approx 102,6 \text{ нм}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right)} = \frac{16}{15R} \approx 97,3 \text{ нм}$$

линии из серии Лаймана

$$\lambda_4 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{36}{5R} \approx 656,3 \text{ нм}$$

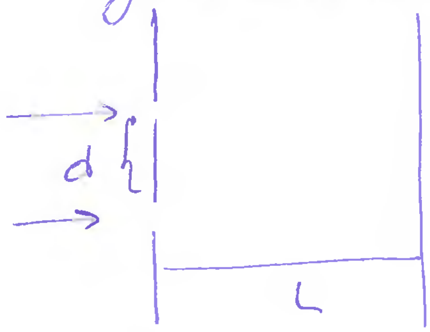
$$\lambda_5 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)} = \frac{16}{3R} \approx 486,2 \text{ нм}$$

линии из серии Бальмера

$$\lambda_6 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)} = \frac{144}{7R} \approx 1875,2 \text{ нм}$$

линия из серии Пашена.

(18) Параллельный пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов $V = 10$ кВ, падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми $d = 20$ мкм. Определить расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м. от щелей. Зависит ли результат от заряда и массы частиц? К чему приведёт нарушение условия моноэнергетичности?



$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

$$\frac{mv^2}{2} = eV \Rightarrow \frac{p^2}{2m} = eV \Rightarrow p^2 = 2meV$$

$$p = \sqrt{2meV}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meV}}, \quad \Delta x = \frac{2\pi\hbar L}{\sqrt{2meV}\, d} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 1{,}0546 \cdot 10^{-34}\,\text{Дж}\cdot\text{с} \cdot 1\,\text{м}}{\sqrt{2 \cdot 0{,}911 \cdot 10^{-30}\,\text{кг} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{Кл} \cdot 10 \cdot 10^{3}\,\text{В}} \cdot 20 \cdot 10^{-6}\,\text{м}} =$$

$$= 6{,}13 \cdot 10^{-7}\,\text{м}$$

Результат зависит от заряда и массы частиц. Нарушение условия моноэнергетичности приведёт к размытию дифр. картины!

(19) При каком значении E_k дебройлевская длина волны $\bar{e}$ равна его комптоновской длине волны?

$$\lambda_g = \frac{2\pi\hbar}{p}, \quad \lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$$

$$pc = \sqrt{E_k(E_k + 2mc^2)}, \quad \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mc}, \quad p = mc,$$

$$pc = mc^2, \quad E_k^2 + E_k 2mc^2 - m^2c^4 = 0$$

$$E_k = \frac{-2mc^2 + \sqrt{8m^2c^4}}{2} = (\sqrt{2} - 1)mc^2$$

(13) В спектрах некоторых звезд наблюдается $m \sim 40$ линий водородной серии Бальмера. При каком наименьшем числе N штрихов дифракционной решетки можно разрешить эти линии в спектре первого порядка?

Дано:
$m \sim 40$
$R_{розр}, k=1$

Найти:
N

$$\frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$R_H = 1{,}097 \cdot 10^7 м^{-1}$$

$$\lambda_{39} = \frac{6084}{1517} / R_H \approx 365{,}5922 \text{ нм.}$$

$$\lambda_{40} = \frac{1600}{399} / R_H \approx 365{,}5446 \text{ нм.}$$

$$\Delta = \lambda_{39} - \lambda_{40} \approx 4{,}8 \cdot 10^{-11} м$$

$$R_{разр.} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = KN, \quad K = 1 \text{ (по условию)}$$

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_{39}}{\Delta\lambda} = \frac{365{,}5922 \cdot 10^{-9} м}{4{,}8 \cdot 10^{-11} м} \approx 7616$$

(14) Найти коротковолновую границу излучения при захвате неподвижного электрона „голым" ядром Be. С чем связана возможность излучения меньших частот при таких процессах?

При захвате неподвижного $\bar{e}$ „голым" ядром Be атом переходит из состояния с $n=\infty$ в состояние с $n=1$ и в спектре излучения, в зависимости от сделанных $\bar{e}$-ом переходов, могут наблюдаться самые разные линии, в том числе и меньших частот. Коротковолновую границу определим так: $\frac{1}{\lambda_{гр}} = 16R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, где $n = \infty \Rightarrow \lambda_{гр} = \frac{1}{16R} \approx 5{,}6$ нм

(15) Оценить напряженность магнитного поля в водородоподобном атоме.

Задача сводится к отысканию H в центре витка с током.

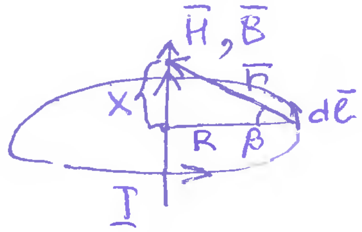
$$I = \frac{e}{T} = e\nu = \frac{e v}{2\pi R}$$

$$\frac{2\pi R}{T} = 2\pi R \nu = v$$

$$\frac{m v^2}{R} = \frac{z e^2}{4\pi \varepsilon_0 R^2}, \quad z = 1$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi \varepsilon_0 m R}}$$

$$I = \frac{e^2}{2\pi R \sqrt{4\pi \varepsilon_0 m R}}$$



$$dB = dB\cos\beta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,dl}{r^2} \cos\beta$$

$$\cos\beta = \frac{R}{r}, \quad r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

При $x = 0$: $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I}{R} = \frac{\mu_0 I}{2R}$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{I}{2R} = \frac{e^2}{4\pi R^2 \sqrt{4\pi \varepsilon_0 R m}} =$$

$$= \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл})^2}{4 \cdot \pi \cdot (0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{м})^2 \sqrt{4\pi \cdot 0{,}885 \cdot 10^{-11}\ \text{Ф/м} \cdot 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{м} \cdot 0{,}911 \cdot 10^{-30}\ \text{кг}}} \simeq 9{,}94 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{А}}{\text{м}}$$

(16) Ион Li^{2+} излучает квант при переходе $n=3 \to m=2$. Что произойдет с атомом водорода при поглощении этого кванта?

$$\hbar\omega = E_3 - E_2 = -\frac{chz_1^2R}{3^2} + \frac{chz_1^2R}{2^2} =$$

$$= -\frac{ch9R}{9} + \frac{ch9R}{4} = \frac{5}{4}chR, \quad z_1 = 3.$$

$$\frac{5}{4}chR = -\frac{chz_2^2R}{n^2} + chz_2^2R, \quad z_2 = 1.$$

$$\frac{5}{4} = -\frac{1}{n^2} + 1 \Rightarrow$$ $\bar{e}$ атома водорода станет свободным и приобретёт $E_K = \frac{1}{4}chR = 3{,}4$ эВ. $H \to H^+$

(17) Определить на каком энергетическом уровне n находился электрон в атоме водорода, если известно, что при переходе в основное состояние ($m=1$) атом излучил:

а) фотон с длиной волны $\lambda = 97{,}25$ нм

б) два фотона, с $\lambda_1 = 656{,}3$ нм и $\lambda_2 = 121{,}6$ нм

а) $$\hbar\omega = E_n - E_1 = -\frac{hcR}{n^2} + hcR$$

$$\frac{1}{\lambda} = -\frac{R}{n^2} + R \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}} = 4.$$

б) Для того чтобы определить на каком энергетическом уровне был $\bar{e}$ сначала нужно взять $\lambda_2 = 121{,}6$ нм, т.к. $\frac{hc}{\lambda_2} > \frac{hc}{\lambda_1}$.

$$\frac{hc}{\lambda_2} = -\frac{hcR}{n^2} + hcR, \quad n = \sqrt{\frac{\lambda_2 R}{\lambda_2 R - 1}} = 2.$$

Затем:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = -\frac{hcR}{m^2} + \frac{hcR}{n^2} = -\frac{hcR}{m^2} + \frac{hcR}{4} \Rightarrow m = \sqrt{\frac{R\lambda_1 4}{R\lambda_1 - 4}} = 3$$

$\Rightarrow \bar{e}$ был на 3 уровне.

стр 12

20 На катод фотоэлемента в режиме насыщения падает световой поток мощностью $P_0 = 100$ мВт с длиной волны $\lambda_0 = 300$ нм. При этом фототок оказался равным $I_0 = 0{,}5$ мА. Каким будет фототок, если тот же фотоэлемент осветить светом $P_1 = 200$ мВт, $\lambda_1 = 400$ нм?

$$\gamma = \frac{I}{P}, \quad I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(n_e e)}{dt} \text{ – фототок насыщения}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(n_\phi h\nu)}{dt}$$

$$P\gamma = I, \quad \frac{d(n_\phi h\nu)}{dt}\gamma = \frac{d(n_e e)}{dt}$$

$$n_\phi h\nu\gamma = n_e e$$

$$\frac{n_e}{n_\phi} = \frac{h\nu\gamma}{e} = \frac{hc\gamma}{e\lambda} = \text{const.} \Rightarrow$$

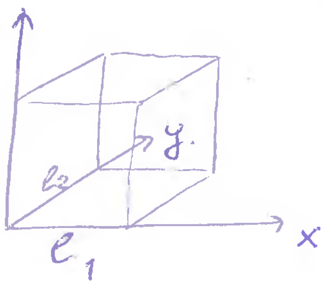
$$\frac{hc\gamma_1}{e\lambda_1} = \frac{hc\gamma_0}{e\lambda_0} \rightarrow \gamma_1 = \frac{\lambda_1\gamma_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda_1 I_0}{\lambda_0 P_0}$$

$$I_1 = \frac{\lambda_1 I_0 P_1}{\lambda_0 P_0} = \frac{400\cdot10^{-9}\,\text{м}\cdot 0{,}5\cdot10^{-3}\,\text{А}\cdot 0{,}2\,\text{Вт}}{300\cdot10^{-9}\,\text{м}\cdot 0{,}1\,\text{Вт}} =$$

$$= 1{,}3\cdot10^{-3}\,\text{А} = 1{,}3\,\text{мА}$$

Зачёт № 2.

№ 1 Частица массы m находится в двумерной потенциальной яме со сторонами ℓ_1 и ℓ_2 бесконечной глубины. Найти собственные ф-ции и энергетический спектр.



$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0.$$

Пусть на дне ямы $U=0 \Rightarrow$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$$

г.у. $\begin{cases} \psi(0,y) = \psi(\ell_1,y) = 0, \\ \psi(x,0) = \psi(x,\ell_2) = 0. \end{cases}$

$\psi(x,y) = X(x)Y(y) \rightarrow$ в у.ш. $\Longrightarrow$

$$X''Y + Y''X + \frac{2m}{\hbar^2}EXY = 0 \quad \Big|\times\frac{1}{XY}$$

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{2m}{\hbar^2}E = 0$$

$$\frac{X''}{X} = -\lambda^2, \quad \frac{Y''}{Y} = -\mu^2, \quad \lambda^2 + \mu^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E$$

$$\begin{cases} X'' + \lambda^2 X = 0, \\ X(0) = X(\ell_1) = 0. \end{cases}$$

$$X(x) = a\sin(\lambda x) + b\cos(\lambda x)$$

$X(0) = b = 0 \Rightarrow$

$X(\ell_1) = a\sin(\lambda\ell_1) = 0 \Rightarrow \lambda\ell_1 = \pi n, \ n\in\mathbb{N}$

$$\tilde{X}_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell_1}}\sin\frac{n\pi}{\ell_1}x$$

$$\begin{cases} Y'' + \mu^2 Y = 0, \\ Y(0) = Y(\ell_2) = 0 \end{cases}$$

$$\tilde{Y}_m(y) = \sqrt{\frac{2}{\ell_2}}\sin\frac{m\pi}{\ell_2}y, \quad m\in\mathbb{N}$$

$$\tilde{\psi}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{\ell_1\ell_2}}\sin\frac{n\pi}{\ell_1}x\,\sin\frac{m\pi}{\ell_2}y$$

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n^2}{\ell_1^2} + \frac{m^2}{\ell_2^2}\right)$$

Автор текста (слов):
Чиграков С.
Композитор (музыка):
Чиграков С.

№2 Электрон находится в двумерной квадратной прямоугольной потенциальной яме бесконечной глубины со сторонами $L = 1$ нм. Найти значение энергии на пятом энергетическом уровне

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2}(n^2+m^2), \quad (m, n \in N) \text{ из } №1$$

$$E_5 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m\ell^2}(3^2+2^2) = \frac{13}{2}\frac{\pi^2\hbar}{m\ell^2} \approx 4{,}89 \text{ эВ}.$$

т.к. для E_1: $n=1$, $m=1$

— " — E_2: $n=2$, $m=1$

— " — E_3: $n=2$, $m=2$

— " — E_4: $n=3$, $m=1$

№3 Найти волновую ф-ю квантового осциллятора, имеющего энергию $E = \frac{9}{2}h\nu$

Ур-е Шредингера для осциллятора:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{1}{2}Kx^2\Psi = \mathcal{E}\Psi$$

Введем безразмерные величины $\lambda = \frac{2\mathcal{E}}{\hbar\omega}$, $\xi = x\sqrt{\frac{K}{\hbar\omega}}$

$\Longrightarrow$ $-\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} + \xi^2\Psi = \lambda\Psi$ при определенном значении λ ур-е имеет решение $\Psi = e^{\alpha\xi^2}$

Подставив в ур-е Ψ получим: $(1-4\alpha^2)\xi^2 - 2\alpha = \lambda$

это соотношение должно выполняться тождественно по $\xi \Longrightarrow 1-4\alpha^2=0$, $\lambda = -2\alpha$,

т.е $\alpha = -\frac{1}{2}$ (знак „+" отбросим т.к. $\Psi(\pm\infty)^2 = \infty$)

$\Psi = e^{-\xi^2/2}$, $\lambda = 1$ – это решение описывает основное состояние г.о. В стационарном состоянии с $\mathcal{E}_n$ Ψ должна иметь n узлов.

$\Rightarrow \Psi = P_n(\xi)\, e^{-\xi^2/2} \longrightarrow$ в У.Ш. $\Rightarrow$

$$-P_n''(\xi) + 2\xi P_n'(\xi) + P_n(\xi) = \lambda P_n(\xi)$$

Чтобы определить λ, достаточно сравнить коэффициенты при старших членах.

Если коэффициент при ξ^n в $P_n(\xi)$ равен a_n, то в полиноме $2\xi P_n'(\xi)$ соответствующий коэффициент равен $2na_n \Rightarrow 2n+1=\lambda \Rightarrow$

$$-P_n''(\xi) + 2\xi P_n'(\xi) = 2n P_n(\xi)$$

$\mathcal{E}_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$, $(n \in \mathbb{Z}^+)$

В нашем случае $\mathcal{E}_n = \frac{9}{2} h\nu \Rightarrow \left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2} \Rightarrow n = 4$.

$$\Psi = P_4(\xi)\, e^{-\xi^2/2} = (a_4\xi^4 + a_3\xi^3 + a_2\xi^2 + a_1\xi + a_0)\, e^{-\xi^2/2}$$

Найдем коэффициенты

$$-12a_4\xi^2 - 6a_3\xi - 2a_2 + 8a_4\xi^4 + 6a_3\xi^3 + 4a_2\xi^2 + 2a_1\xi =$$
$$= 8a_4\xi^4 + 8a_3\xi^3 + 8a_2\xi^2 + 8a_1\xi + 8a_0$$

при ξ^0: $-2a_2 = 8a_0$, $a_0 = -\frac{1}{4}a_2$

при ξ^1: $-6a_3 + 2a_1 = 8a_1$, $a_3 = -a_1$

при ξ^2: $-12a_4 + 4a_2 = 8a_2$, $a_2 = -3a_4$

при ξ^3: $6a_3 = 8a_3 \Rightarrow a_3 = 0 \Rightarrow a_1 = 0$.

при ξ^4: $8a_4 = 8a_4 \Rightarrow \forall a_4$

$$a_0 = \frac{3}{4}a_4,\quad a_2 = -3a_4,\quad \forall a_4 \Longrightarrow$$

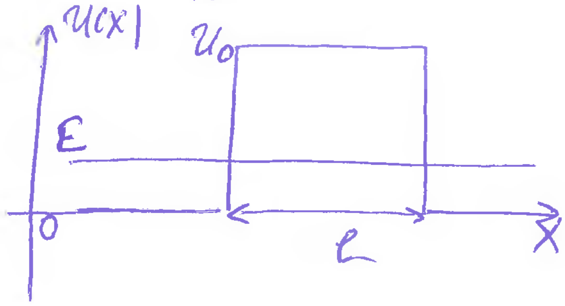
$$\Psi = a_4\left(\xi^4 - 3\xi^2 + \frac{3}{4}\right) e^{-\frac{\xi^2}{2}}$$

№4 В каком случае вероятность туннельного прохождения частиц через прямоугольный потенциальный барьер будет наименьшей:

1. если при той же ширине его высоту увеличить вдвое;
2. если не меняя высоту, его ширину увеличить вдвое;
3. если не меняя параметров барьера, вдвое уменьшить энергию частиц?

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2\ell}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}\right]$$

1. $D_1 = D_0 \exp\left[-\frac{2\ell}{\hbar}\sqrt{2m(2U_0-\mathcal{E})}\right]$
2. $D_2 = D_0 \exp\left[-\frac{4\ell}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\mathcal{E})}\right]$
3. $D_3 = D_0 \exp\left[-\frac{2\ell}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-\frac{\mathcal{E}}{2})}\right]$



$D_3 \overset{!}{>} D_1, \quad D_3 \overset{?}{\gtrless} D_2, \quad D_1 \overset{?}{\gtrless} D_2$

$2U_0-\mathcal{E} < 4U_0-4\mathcal{E}, \quad U_0 > \frac{3}{2}\mathcal{E}$

$U_0-\frac{\mathcal{E}}{2} < 4U_0-4\mathcal{E}, \quad U_0 > \frac{7}{6}\mathcal{E} \Longrightarrow$

при $U_0 > \frac{3}{2}\mathcal{E}$ $\quad D_2 < D_1 < D_3$.

при $\frac{7}{6}\mathcal{E} < U_0 < \frac{3}{2}\mathcal{E}$ $\quad D_1 < D_2 < D_3$

при $\mathcal{E} < U_0 < \frac{7}{6}\mathcal{E}$ $\quad D_1 < D_3 < D_2$

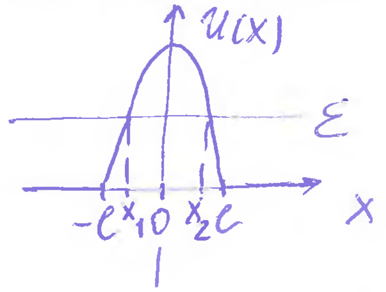
$\Downarrow$

при $\mathcal{E} < U_0 < \frac{3}{2}\mathcal{E}$ D_1 будет наименьшей

при $U_0 > \frac{3}{2}\mathcal{E}$ D_2 будет наименьший

Если в условии задачи подразумевается $U_0 \gg \mathcal{E}$ тогда сравнения можно не проводить (D_2 будет наим.)

Ⓝ5 Найти вероятность прохождения частицы m с $\mathcal{E}$ сквозь потенциальный барьер с основанием 2ℓ, $U(x) = U_0(1 - x^2/\ell^2)$



$$\mathcal{E} = U_0\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right), \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{U_0 - \mathcal{E}}{U_0}}\,\ell$$

$$D = D_0 \exp\left\{-\int_{x_1}^{x_2} \frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U(x) - \mathcal{E})}\,dx\right\}$$

$$D = D_0 \exp\left\{-\int_{x_1}^{x_2} \frac{2}{\hbar}\sqrt{2m\left(U_0\left(1 - x^2/\ell^2\right) - \mathcal{E}\right)}\,dx\right\}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{U_0\left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right) - \mathcal{E}}\,dx = \frac{\sqrt{U_0}}{\ell}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{\frac{(U_0 - \mathcal{E})\ell^2}{U_0} - x^2}\,dx =$$

$$= \underbrace{\frac{\sqrt{U_0}\,x}{\ell\, 2}\sqrt{\frac{(U_0-\mathcal{E})\ell^2}{U_0} - x^2}\,\Bigg|_{-\sqrt{\frac{U_0-\mathcal{E}}{U_0}}\ell}^{+\sqrt{\frac{U_0-\mathcal{E}}{U_0}}\ell}}_{=\,0} + \frac{\sqrt{U_0}}{\ell}\frac{(U_0-\mathcal{E})\ell^2}{2U_0}\arcsin\frac{x}{\sqrt{\frac{U_0-\mathcal{E}}{U_0}}\,\ell}\,\Bigg|_{-\sqrt{\frac{U_0-\mathcal{E}}{U_0}}\ell}^{+\sqrt{\frac{U_0-\mathcal{E}}{U_0}}\ell}$$

$$\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}$$

$$= \frac{\pi(U_0 - \mathcal{E})\ell}{2\sqrt{U_0}}$$

$$D = D_0 \exp\left\{-\frac{\pi\ell}{\hbar}\sqrt{\frac{2m}{U_0}}\,(U_0 - \mathcal{E})\right\}.$$

Ⓝ6 Каков будет результат измерения проекции суммарного момента импульса системы из 2 частиц, если в данном состоянии измерение квадрата момента импульса одной из них даёт значение $|L|^2 = 6\hbar^2$, а другой $|L|^2 = 20\hbar^2$.

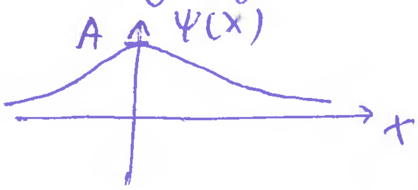
$L_1^2 = 6\hbar^2 = \ell_1(\ell_1 + 1)\hbar^2 \Rightarrow \ell_1 = 2$, $L_{1z} = m_1\hbar$,
$(m_1 = \pm 2, \pm 1, 0)$, $L_{1z} = (\pm 2, \pm 1, 0)\hbar$

$$L_2^2 = 20\hbar^2 = \ell_2(\ell_2+1)\hbar^2 \Rightarrow \ell_2 = 4,\ L_{2z} = m_2\hbar,$$

$$(m_2 = \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0),\ L_{2z} = (\pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)\hbar$$

$$L_z = L_{1z} + L_{2z} = (\pm 6, \pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0)\hbar$$

№7 Волновая ф-я к.о. ($U = \frac{1}{2}kx^2$) в некотором состоянии имеет вид $\psi(x) = A\exp\left\{-\frac{kx^2}{2\hbar\omega}\right\}$. Найти среднее значение потенциальной энергии о. в этом состоянии. Дать качественную характеристику этого состояния (чистое или смешанное, основное или возбужденное)



$$\psi(x) = A\exp\left\{-\frac{kx^2}{2\hbar\omega}\right\}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*\psi\, dx = 0.$$

$$2A^2\int_0^{+\infty} \exp\left\{\frac{-kx^2}{\hbar\omega}\right\}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\frac{k}{\hbar\omega}}}\,2A^2$$

$$A^2 = \sqrt{\frac{k}{\hbar\omega\pi}},\quad \psi(x) = \sqrt[4]{\frac{k}{\hbar\omega\pi}}\exp\left\{\frac{-kx^2}{2\hbar\omega}\right\}$$

$$\langle U\rangle = \sqrt{\frac{k}{\hbar\omega\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{kx^2}{2}\exp\left\{\frac{-kx^2}{\hbar\omega}\right\}dx = \left[\begin{array}{l} z = x\sqrt{\frac{k}{\hbar\omega}} \\ x = z\sqrt{\frac{\hbar\omega}{k}}\end{array}\right] =$$

$$= \sqrt{\frac{k}{\pi\hbar\omega}}\,\frac{k}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} z^2\,\frac{\hbar\omega}{k}\,e^{-z^2}\sqrt{\frac{\hbar\omega}{k}}\,dz =$$

$$= \frac{\hbar\omega}{2\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} z^2 e^{-z^2}dz = \frac{\hbar\omega}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty} z^2 e^{-z^2}dz = \frac{\hbar\omega}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{4} = \frac{\hbar\omega}{4}$$

Чистое основное состояние.

№8 Определить спектр значений проекции момента импульса системы, находящейся в состоянии $\Psi(\varphi) = A\sin^2\varphi$

$$\Psi(\varphi) = A\sin^2\varphi = A\left(\frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}\right)^2 = A\left(\frac{e^{2i\varphi} + e^{-2i\varphi} - 2}{-4}\right) =$$

$$= -\frac{A}{4}e^{2i\varphi} - \frac{A}{4}e^{-2i\varphi} + \frac{A}{2}$$

$$\frac{A^2}{16} + \frac{A^2}{16} + \frac{A^2}{4} = 1 \Rightarrow A^2 = \frac{8}{3}$$

Т.к. решением ур-я $\hat{L}_z\Psi = L_z\Psi$ в общем случае является $\Psi = C(r,\vartheta)\exp\left(i\frac{L_z}{\hbar}\varphi\right) \Rightarrow$ в нашем случае $L_z = (\pm 2, 0)\hbar$, $\langle L_z\rangle = \frac{1}{6}\cdot(2) + \frac{1}{6}(-2) + \frac{2}{3}(0) = 0$!

№9 Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет около $\Delta t \sim 10^{-8}$ с. Оценить естественную ширину $\Delta\lambda$ (не происходит уширения за счет других процессов) спектральной линии $\lambda = 500$ нм, излучаемой при переходе в основное состояние, и ее относительную ширину $\Delta\lambda/\lambda$

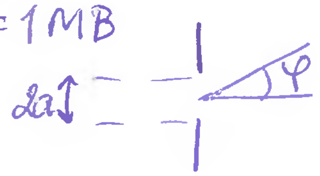
$$E_n - E_1 = h\nu, \quad E = \frac{hc}{\lambda}, \quad \Delta E = \frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda,$$

$$\Delta t\,\Delta E \gtrsim h, \quad \Delta\lambda \sim \frac{\lambda^2}{c\Delta t} \sim 10^{-4}\text{ нм},$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\lambda}{c\Delta t} \sim 10^{-7}$$

№10 С помощью соотношения неопределенностей дать аналитическую и численную оценки угловой ширины параллельного пучка электронов, ускоренных разностью потенциалов $V = 1$ МВ, после рассеяния на отверстии радиусом a порядка размера атома.

$V = 1\,МВ$



$$\Delta p_x = p\sin\varphi.$$

$$\Delta x = 2a.$$

$$\frac{p^2}{2m} = eU \Rightarrow p = \sqrt{2meU}$$

$$\Delta p_x \Delta x \gtrsim \hbar$$

$$\sin\varphi \sim \frac{\hbar}{2a\sqrt{2meU}}$$

$a \approx 0{,}529\cdot10^{-10}\,м$ – первый боровский радиус.

$$\sin\varphi \sim \varphi \sim \frac{1{,}0546\cdot10^{-34}\,Дж\cdot с}{2\cdot0{,}529\cdot10^{-10}\,м\sqrt{2\cdot0{,}911\cdot10^{-30}\,кг\cdot1{,}602\cdot10^{-19}\,Кл\cdot10^{6}\,В}} \approx 1{,}8\cdot10^{-3}.$$

(N 11) Оценить минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в области размером $\ell = 0{,}1\,нм$.

$$\Delta r = \frac{\ell}{2}, \quad \Delta p\,\Delta r \gtrsim \hbar, \quad E_K = \frac{p^2}{2m},$$

$$\Delta E_K = \frac{\Delta p^2}{2m}, \quad \Delta p = \sqrt{2m\Delta E_K},$$

$$2m\,\Delta E_K\cdot\Delta r^2 \gtrsim \hbar^2$$

$$E_{K\min} \sim \frac{\hbar^2}{2m\Delta r^2} = \frac{2\hbar^2}{m\ell^2} =$$

$$= \frac{2\cdot(1{,}0546\cdot10^{-34}\,Дж\cdot с)^2}{0{,}911\cdot10^{-30}\,кг\cdot(0{,}1\cdot10^{-9}\,м)^2} \approx 2{,}435\cdot10^{-18}\,Дж = 15{,}2\,эВ$$

№12. Электрон с кинетической энергией $K = 10$ эВ локализован в области размером $l = 1{,}0$ мкм. Оценить относительную неопределенность скорости электрона.

$$\Delta r = \frac{l}{2}, \quad \Delta p \Delta r \gtrsim \hbar, \quad \Delta v \sim \frac{\hbar}{m \Delta r}$$

$$E_k = \frac{p^2}{2m}, \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}.$$

$$\frac{\Delta v}{v} \sim \frac{\sqrt{2}\hbar}{l\sqrt{E_k m}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 1{,}0546 \cdot 10^{-34}\text{ Дж}\cdot\text{с}}{10^{-6}\text{м} \cdot \sqrt{0{,}911 \cdot 10^{-30}\text{кг} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-18}\text{Дж}}}$$

$$\approx 1{,}2 \cdot 10^{-4}.$$

№13 Атом испустил фотон с длиной волны $\lambda = 580$ нм за время $\Delta t \sim 10^{-8}$ с. Оценить неопределенность Δx, с которой можно установить координату фотона в направлении его движения, а также относительную неопределенность его длины волны.

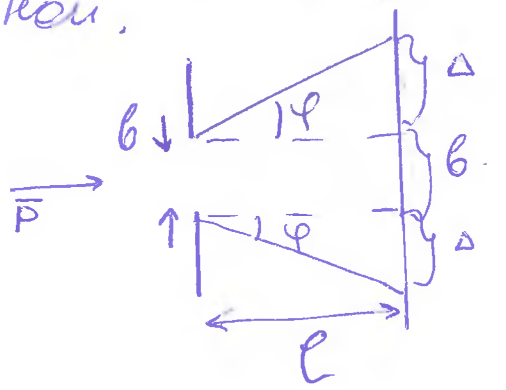
$$E = \hbar\omega = 2\pi\hbar\frac{c}{\lambda}, \quad \Delta E = 2\pi\hbar\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2},$$

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar, \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\lambda}{2\pi c \Delta t} = \frac{580 \cdot 10^{-9}\text{м}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{8}\text{м/с} \cdot 10^{-8}\text{с}} \approx$$

$$\approx 3 \cdot 10^{-8}$$

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}, \quad \Delta p = \frac{2\pi\hbar\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{2\pi \cdot 1{,}0546 \cdot 10^{-34}\text{Дж}\cdot\text{с} \cdot 3 \cdot 10^{-8}}{580 \cdot 10^{-9}\text{м}} \approx 3 \text{ м}.$$

(N 14) Параллельный пучок атомов водорода со скоростью $v = 1{,}2$ км/с падает нормально на диафрагму с узкой щелью, за которой на расстоянии $l = 100$ см расположен экран. Оценить ширину щели, при которой эффективная ширина изображения на экране будет минимальной.



$x = b + 2\Delta$

$\Delta = l\,tg\varphi$

$\Delta p_x = p\sin\varphi$

$tg\varphi \sim \sin\varphi = \frac{\Delta p_x}{p} = \frac{\Delta p_x}{mv}$

$\Delta x = b$, $\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar$, $\Delta p_x = \frac{\hbar}{b}$

$$x = b + \frac{2\Delta p_x l}{mv} = b + \frac{2\hbar l}{mvb}$$

$$x' = 1 - \frac{2\hbar l}{mvb^2}$$

$$\frac{2\hbar l}{mvb^2} = 1$$

$$b = \sqrt{\frac{2\hbar l}{mv}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}0546\ Дж\cdot с \cdot 1\,м}{1200\ м/с}} \approx 10\ мкм$$

(N 15) Частица массы $m = 1{,}6\cdot 10^{-27}$ кг находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Максимальное значение плотности вероятности местонахождения частицы равно $P_0 = 10^{9}\,м^{-1}$. Найти ширину l ямы и энергию E частицы в данном состоянии.

$$\Psi = A\sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

$$\int_0^l \psi^* \psi \, dx = 1 \implies A = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\frac{\pi x}{l}$$

$$P = \Psi^*\Psi, \quad P_{max} = P(l/2) = \Psi^*\left(\frac{l}{2}\right)\Psi\left(\frac{l}{2}\right) = P_0,$$

$$\frac{2}{l}\sin^2\left(\frac{\pi l}{2l}\right) = P_0 \implies l = \frac{2}{P_0} = \frac{2}{10^9 м^{-1}} = 2\cdot 10^{-9} м$$

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \approx 8{,}5\cdot 10^{-24}\ Дж = 5{,}3\cdot 10^{-5}\ эВ.$$

(N16) Чему равна энергия частицы массы $m = 1{,}6\cdot 10^{-27}$ кг. в состоянии, описываемом $\Psi(x,y) = A\exp\{i10^{10}(3x+4y)\}$?

$$\Psi(x,y) = A\exp\left\{i\left(\frac{p_x}{\hbar}x + \frac{p_y}{\hbar}y\right)\right\} \implies$$

$$P_x = 3\cdot 10^{10}\cdot \hbar \cdot 1 м^{-1}$$

$$P_y = 4\cdot 10^{10}\cdot \hbar \cdot 1 м^{-1}$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = 5\cdot 10^{10}\hbar\cdot 1 м^{-1}$$

$$\boxed{\begin{gathered}\hat{P}_x\Psi = P_x\Psi \\ -i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial x} = P_x\Psi \\ \Psi = e^{ikx},\ k = \frac{P_x}{\hbar}\end{gathered}}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(5\cdot 10^{10}\cdot 1{,}0546\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с\cdot 1 м^{-1})^2}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-27}\ кг} \approx$$

$$\approx 8{,}6\cdot 10^{-21}\ Дж = 5{,}4\cdot 10^{-2}\ эВ$$

(N17) Какое значение даст измерение скорости частицы массы $m = 1{,}6\cdot 10^{-27}$ кг в состоянии, описываемом $\Psi(x,y) = A\exp\{i10^{10}(3x+4y)\} + A\exp\{i10^{10}(2x+2\sqrt{3}z)\}$?

$$P_{xy} = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = 5\cdot 10^{10}\cdot\hbar, \quad v_{xy} = \frac{P_{xy}}{m} \approx 3{,}3\ км/с.$$

$$P_{xz} = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = 4\cdot 10^{10}\cdot\hbar, \quad v_{xz} = \frac{P_{xz}}{m} \approx 2{,}6\ км/с.$$

№ 19 Какова область локализации частицы, описываемой $\Psi(x,y)=A[\exp\{i(3ax+4by)\}+\exp\{i(3ax-4by)\}]$

$$\Psi(x,y)=Ae^{i3ax}(e^{i4by}+e^{-i4by})=$$

$$=2Ae^{i3ax}\cos(4by)$$

$$\Psi^*(x,y)=2Ae^{-i3ax}\cos(4by)$$

$$P=\Psi\Psi^*=4A^2\cos^2(4by)=4A^2\frac{1}{2}(1+\cos(8by))=$$
$$=2A^2(1+\cos(8by))$$

№ 18 Какое значение даст измерение проекции P_x импульса частицы массы $m=1{,}6\cdot10^{-27}$ кг в состоянии, описываемом $\Psi(x)=A\cos^2\{10^{10}x\}$

$$\Psi(x)=A\left(\frac{e^{i10^{10}x}+e^{-i10^{10}x}}{2}\right)^2=\frac{A}{4}e^{i2\cdot10^{10}x}+\frac{A}{4}e^{-i2\cdot10^{10}x}+$$
$$+\frac{A}{2}.$$

$$\frac{A^2}{16}+\frac{A^2}{16}+\frac{A^2}{4}=1.\ ,\ A=\sqrt{\frac{8}{3}}$$

$P_x=2\cdot10^{10}\hbar\cdot1\text{м}^{-1}=2{,}1\cdot10^{-24}$ кг·м/с с вер-ю $\frac{A^2}{16}=\frac{1}{6}$.

$P_x=-2\cdot10^{10}\hbar\cdot1\text{м}^{-1}=-2{,}1\cdot10^{-24}$ кг·м/с с вер-ю $\frac{1}{6}$.

$P_x=0$ с вер-ю $\frac{2}{3}$.

№ 20 В одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками $(0<x<l)$ находится частица в состоянии $\Psi(x)=A\sin^2\{\pi x/l\}$. Определить вероятность её пребывания в основном состоянии.

$$A^2\int_0^l\sin^4\left(\frac{\pi x}{l}\right)=1\Rightarrow A=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{l}\sqrt{3}}$$

$\Psi=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{l}\sqrt{3}}\sin^2\{\pi x/l\}$, $\Psi_1=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi x}{l}$, $a_1=\int_0^l\Psi\cdot\Psi_1dx$, $a_1^2=0{,}96$

Зачёт N 3.

① Определить энергию и момент импульса электрона в атоме водорода в состоянии 3p.

$$E = -\frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 \underbrace{(n'+\ell+1)^2}_{n}}, \quad |L| = \sqrt{\ell(\ell+1)}\,\hbar$$

$$E = -\frac{0{,}911\cdot 10^{-30}\,кг \cdot (1{,}602\cdot 10^{-19}\,Кл)^4}{2(1{,}171\cdot 10^{-44}\,\frac{Кл^2}{м}\,с)^2\cdot 9} = -2{,}43\cdot 10^{-19}\,Дж =$$

$$= -1{,}51\ эВ$$

$$|L| = \sqrt{2}\cdot 1{,}0546\cdot 10^{-27}\ эрг\cdot с = 1{,}49\cdot 10^{-27}\ эрг\cdot с$$

② Определить магнитный момент атома, у которого $L=2$, $J=3/2$, $S=1/2$

$$|\mu_J| = \mu_Б\sqrt{J(J+1)}\,g, \quad g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-\ell(\ell+1)}{2J(J+1)}$$

$$g = 1 + \frac{15/4 + 3/4 - 6}{\frac{15}{2}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}, \quad |\mu_J| = \mu_Б\,\frac{4}{5}\sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{2}{5}\sqrt{15}\,\mu_Б$$

③ Найти изотопический сдвиг в Å для α-линий серии Лаймана ($L_{y\alpha}$) изотопов водорода ^3H и ^2H.

$L_{y\alpha} \rightarrow$ переход со 2 ур-я на 1, $M_1 \approx 2m_p$, $M_2 \approx 3m_p$,

$m_p = 1{,}672\cdot 10^{-27}\,кг$, $R = \dfrac{R_\infty}{1+m/M}$ $\Rightarrow$

$$\lambda_1 = \frac{1}{R_1\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)} = \frac{1+\frac{m}{2m_p}}{R_\infty\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)} = \frac{1{,}000272428}{10973730{,}9\,м^{-1}\cdot\frac{3}{4}} =$$

$$= 1{,}21535381 5\cdot 10^{-7}\,м$$

$$\lambda_2 = \frac{1+\frac{m}{3m_p}}{R_\infty\cdot\frac{3}{4}} = \frac{1{,}000181619}{10973730{,}9\,м^{-1}\cdot\frac{3}{4}} = 1{,}215243479\cdot 10^{-7}\,м$$

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 1{,}1\cdot 10^{-11}\,м = 0{,}11\ Å$$

4) Найти изотопический сдвиг в Å для α-линии серии Лаймана ($L_{y\alpha}$) ионов изотопов лития $^6Li^{2+}$ и $^7Li^{2+}$.

$M_1 \approx 6m_p$, $M_2 \approx 7m_p$, $Z = 3$, $R = \dfrac{R_\infty}{1+\frac{m}{M}}$,

$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг.

$$\lambda_1 = \frac{1+\frac{m}{6m_p}}{9R_\infty \cdot \frac{3}{4}} = \frac{1{,}000090809}{\frac{27}{4} \cdot 10973730{,}9\ м^{-1}} =$$

$$= 1{,}350147937 \cdot 10^{-8}\ м$$

$$\lambda_2 = \frac{1+\frac{m}{7m_p}}{9R_\infty \frac{3}{4}} = \frac{1{,}000077837}{\frac{27}{4} \cdot 10973730{,}9\ м^{-1}} =$$

$$= 1{,}350130424 \cdot 10^{-8}\ м$$

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 1{,}75 \cdot 10^{-13}\ м = 0{,}00175\ Å$$

5) Длина волны резонансной линии калия $\lambda_{рез} = 7665$ Å, а длина волны границы главной серии $\lambda_\infty = 2858$ Å. Определить поправки Ридберга для s и p термов, ионизационный потенциал φ_i атома калия.

$$\lambda_\infty = \frac{1}{R\left(\frac{1}{(4+s)^2} - 0\right)} \Rightarrow \quad s = \sqrt{R\lambda_\infty} - 4 =$$

$$= \sqrt{2858 \cdot 10^{-10}\ м \cdot 1{,}097 \cdot 10^{7}\ м^{-1}} - 4 = -2{,}23.$$

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{(4-2{,}23)^2} - \frac{1}{(4+p)^2}\right)} \Rightarrow p = -1{,}8$$

$$\varphi_i = \frac{c}{e\lambda_\infty} h = 4{,}3\ В$$

⑥ Найти длины волн спектральных линий, возникающих при переходе возбужденных атомов натрия из состояния 4s в основное состояние 3s. Ридберговские поправки: s = −1,35; p = −0,87.

4s → 3p:

$$\lambda_1 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{(3-0{,}87)^2} - \frac{1}{(4-1{,}35)^2}\right)} = \frac{1}{1{,}097\cdot 10^7 м^{-1}\cdot 0{,}077} \approx 1180 \text{ нм}.$$

3p → 3s:

$$\lambda_2 = \frac{1}{R\left(\frac{1}{(3-1{,}35)^2} - \frac{1}{(3-0{,}87)^2}\right)} = \frac{1}{1{,}097\cdot 10^7 м^{-1}\cdot 0{,}147} \approx 620 \text{ нм}$$

⑦ Какие из перечисленных переходов сопровождаются излучением света: 1) $^2D_{3/2} \to {}^2S_{1/2}$; 2) $^2D_{3/2} \to {}^2P_{3/2}$; 3) $^3P_1 \to {}^1S_0$; 4) $5\,^1S_0 \to 3\,^1S_0$

Правила отбора:

$\Delta L = \pm 1$,

$\Delta J = 0, \pm 1$ (за исключением комбинации $J=0 \to J'=0$),

$\Delta S = 0$, $\Delta n\ \forall$. Излучением света сопровождается только переход 2)

1) $\Delta S = 0$, $\Delta L = -2$, $\Delta J = -1$; 2) $\Delta S = 0$, $\Delta L = -1$, $\Delta J = 0$; 3) $\Delta S = -1$, $\Delta L = -1$, $\Delta J = -1$;

4) $\Delta n = -2$, $\Delta S = 0$, $\Delta J = 0$, $\Delta L = 0$ (но переход из сост $J=0 \to J'=0$, $L=0 \to L'=0$)

⑧ Определить градиент магнитного поля, в котором можно подвесить невозбужденный атом натрия (чтобы сила, действующая со стороны поля, уравновешивала силу тяжести)

$$m_a g = \mu_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$\mu_z = -\mu_Б g m_J$$

$$3\,^2S_{1/2} \to L = 0,\ S = \frac{1}{2},\ J = \frac{1}{2}.$$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 1 + \frac{3/4 + 3/4}{2\cdot 3/4} = 2,$$

$$m_J = \frac{1}{2} \implies \mu_z = -\mu_Б$$

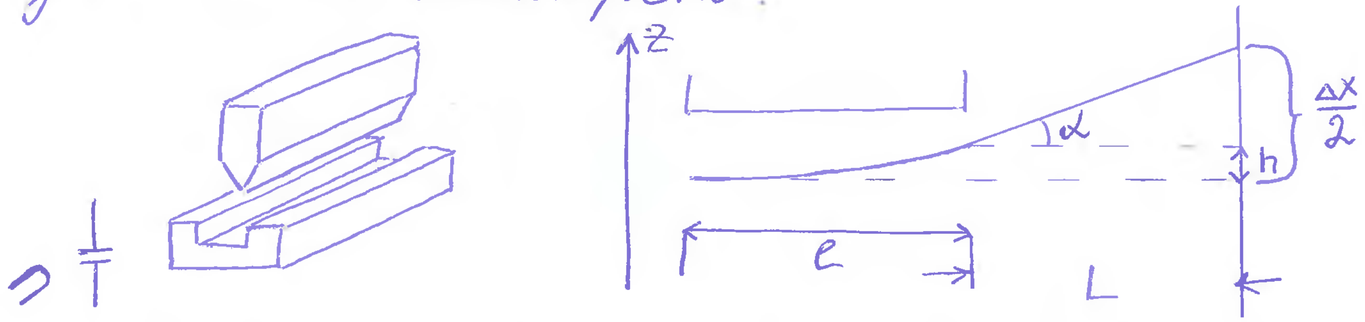
$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{m_a g}{\mu_Б} = \frac{23\cdot 1{,}672\cdot 10^{-24}\,г\cdot 980\,\frac{см}{с^2}}{0{,}9274\cdot 10^{-20}\,эрг/Гс} =$$

$$= -4\ Э/см$$

$$\left|\frac{\partial B_z}{\partial z}\right| = 4\ Э/см.$$

№9. В опыте Штерна и Герлаха узкий пучок атомов серебра (основное состояние ${}^2S_{1/2}$) пропускается через неоднородное магнитное поле градиент которого 10^5 Э/см. Длина магнита $l = 4$ см, расстояние от магнита до экрана $L = 10$ см. Величина расщепления пучка на экране $\Delta x = 2$ мм, температура печи, испускающей пучок атомов $T = 1100\,°K$.

Определить гиромагнитное отношение для спина электрона.



$$m_a a_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad v^2 = \frac{3KT}{m_a},$$

$$h = \frac{a_z t^2}{2} = \frac{a_z l^2}{2 v^2} = \frac{a_z l^2 m_a}{6KT},$$

$$tg\alpha = \frac{\frac{\Delta x}{2} - h}{L} = \frac{v_z}{v},$$

$$v_z = \frac{\mu_z}{m_a}\frac{\partial B_z}{\partial z}\frac{l}{v}, \quad \frac{v_z}{v} = \frac{\mu_z l}{3KT}\frac{\partial B_z}{\partial z},$$

$$\frac{\frac{\Delta x}{2} - \frac{\mu_z l^2}{6KT}\frac{\partial B_z}{\partial z}}{L} = \frac{\mu_z l}{3KT}\frac{\partial B_z}{\partial z},$$

$$\frac{3KT\Delta x - \mu_z l^2 \frac{\partial B_z}{\partial z}}{2\cancel{6}KTL} = \frac{\mu_z l}{\cancel{3KT}}\frac{\partial B_z}{\partial z},$$

$$\frac{3KT\Delta x}{2lL\frac{\partial B_z}{\partial z}} - \frac{\mu_z l}{2L} = \mu_z, \quad \mu_z = \frac{3KT\Delta x}{2lL\frac{\partial B_z}{\partial z}\left(1+\frac{l}{2L}\right)},$$

$$\mu_z = \frac{\gamma}{2}\mu_Б, \quad \mu_z = \frac{3\cdot 1{,}3807\cdot 10^{-23}\,Дж/К \cdot 1100\,К \cdot 0{,}002\,м}{2\cdot 0{,}04\,м\cdot 0{,}1\,м\cdot 1000\,\frac{Тл}{м}\cdot 1{,}2} \approx 9{,}49\cdot 10^{-24}\,\frac{Дж}{Тл}$$

$$\mu_Б = 9{,}274\cdot 10^{-24}\,\frac{Дж}{Тл} \Rightarrow \frac{\gamma}{2} \approx 1 \Rightarrow \gamma = 2\,!$$

10) Определить максимальные значения проекций магнитных моментов атомов ванадия (основной терм ^4F), если известно, что пучок этих атомов в сильнонеоднородном магнитном поле расщепляется на 4 компоненты

$$2J+1=4 \Rightarrow J=\frac{3}{2}$$
$$2S+1=4 \Rightarrow S=\frac{3}{2}.$$
$$L=3.$$

$$g=\frac{3\frac{3}{2}\frac{5}{2}+\frac{3}{2}\frac{5}{2}-3\cdot 4}{2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}=\frac{2}{5}$$

$$m_J=-J,\dots,+J \Rightarrow m_{J max}=\frac{3}{2}.$$

$$\mu_{z max}=g m_{J max}\mu_Б=\frac{3}{2}\frac{2}{5}\mu_Б=\frac{3}{5}\mu_Б$$

11) Определить максимальные значения проекций магнитных моментов атомов железа (основной терм ^5D), если известно, что пучок этих атомов в сильнонеоднородном магнитном поле расщепляется на 9 компонент

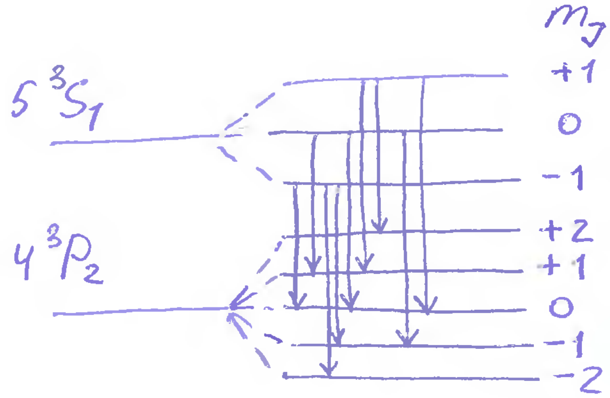
$$2J+1=9 \Rightarrow J=4$$
$$2S+1=5 \Rightarrow S=2$$
$$L=2$$

$$g=\frac{3\cdot 4\cdot 5+2\cdot 3-2\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5}=\frac{3}{2}$$

$$m_{J max}=4$$

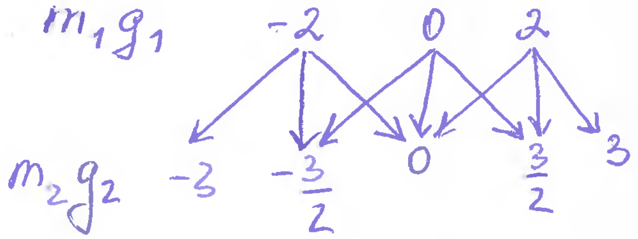
$$\mu_{z max}=\frac{3}{2}4\mu_Б=6\mu_Б$$

(12) В атоме цинка, находящемся в магнитном поле, напряженностью $H = 6\cdot 10^3$ Э, происходит квантовый переход $5\,^3S_1 \to 4\,^3P_2$. Начертить схему Зеемановского расщепления линии и определить сдвиг частот отдельных компонент относительно невозмущенного состояния.



$$g_1 = \frac{3\cdot 1\cdot 2 + 1\cdot 2}{2\cdot 1\cdot 2} = 2$$

$$g_2 = \frac{3\cdot 2\cdot 3 + 1\cdot 2 - 1\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 3} = 3/2$$



$$\Delta\nu = (m_1 g_1 - m_2 g_2)\frac{eH}{4\pi m_0 c^2} =$$

$$= \frac{(0, 1, 2, 3, 4)}{2}\; 0{,}28\ \text{см}^{-1}$$

$$\Delta\nu = 0;\ \pm 0{,}14;\ \pm 0{,}28;\ \pm 0{,}42;\ \pm 0{,}56\ \text{см}^{-1}$$

(13) Дать количественную оценку сильного и слабого магнитного поля для головной линии серии Лаймана водорода ($\lambda = 121{,}6$ нм, $\Delta\lambda_{m.c.} = 5{,}3\cdot 10^{-4}$ нм)

Дадим количественную оценку слабого поля

$$\frac{\Delta\lambda_{зеем}}{\lambda^2} = \frac{eB}{4\pi m_0 c^2},\quad \Delta\lambda_{зеем} \ll \Delta\lambda_{m.c.},\quad B \ll \frac{4\pi m_0 c^2 \Delta\lambda_{m.c.}}{e\lambda^2},$$

$$B \ll \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 0{,}911\cdot 10^{-27}\,\text{г}\,(3\cdot 10^{10}\,\text{см})^2\cdot 5{,}3\cdot 10^{-11}\,\text{см}}{4{,}803\cdot 10^{-10}\cdot(121{,}6\cdot 10^{-7}\,\text{см})^2} \approx 7700\ \text{Гс}.$$

(14) Рассчитать, при каких значениях магнитного поля для желтого дублета натрия ($\lambda = 589 / 589{,}6$ нм) наблюдается сложный эффект Зеемана

$$\Delta\lambda_{зеем} = \frac{eB\lambda_2^2}{4\pi m_0 c^2}, \quad \Delta\lambda_{зеем} << \Delta\lambda_{т.с.}, \quad \Delta\lambda_{т.с.} = \lambda_2 - \lambda_1 =$$

$$= 0{,}6 \text{ нм}, \qquad B << \frac{4\pi m_0 c^2 \Delta\lambda_{т.с.}}{e\lambda_2^2},$$

$$B << \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}911 \cdot 10^{-27}\,г \cdot (3 \cdot 10^{10}\,см)^2\, 0{,}6 \cdot 10^{-7}\,см}{4{,}803 \cdot 10^{-10} (589{,}6 \cdot 10^{-7}\,см)^2} \approx$$

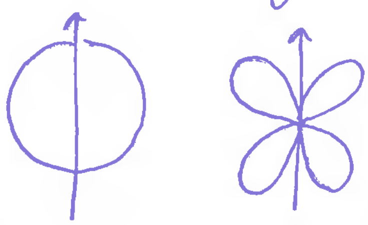
$$\approx 3{,}7 \cdot 10^6 \text{ Гс}.$$

(15) Рассчитать, при каких значениях магнитного поля для первой линии серии Бальмера водорода наблюдается эффект Пашена - Бака.
($\lambda = 656$ нм, $\Delta\lambda_{т.с.} = 2{,}27 \cdot 10^{-2}$ нм)

$$\Delta\lambda_{п.б} = \frac{eB\lambda^2}{4\pi m_0 c^2}, \quad \Delta\lambda_{п.б} >> \Delta\lambda_{т.с.},$$

$$B >> \frac{4\pi m_0 c^2 \Delta\lambda_{т.с}}{e\lambda^2} \approx 10^4 \text{ Гс}$$

(16) Возможны ли при излучении атома переходы между следующими конфигурациями полярной диаграммы вероятности?



$\ell = 0$ $\qquad$ $\ell = 2$

Т.к. $\Delta\ell = \pm 1 \longrightarrow$ нет.

Зачет N 4.

① Какие частицы и в каком количестве будут испущены 1,0 мкг изотопа $^{24}_{11}Na$ за 1 час?

Происходит β^- распад: $^{24}_{11}Na \rightarrow ^{24}_{12}Na + \bar{e} + \bar{\nu}$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$T_{1/2}$ для $^{24}_{11}Na$ = 15 ч (табличные данные)

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A = \frac{1 \cdot 10^{-6} г}{24 \text{ г/моль}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ атомов/моль} = 2{,}5 \cdot 10^{16} \text{ атомов}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = \frac{m}{M} N_A e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = 2{,}5 \cdot 10^{16} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{15}} \approx 2{,}38 \cdot 10^{16} \text{ атомов}$$

$$N_{\bar{e}} = N_0 - N \approx 1{,}1 \cdot 10^{15}$$

② Препарат ^{238}U массы 1,0 г излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α-частиц в секунду. Найти период полураспада и активность препарата.

$$A = \frac{\Delta N_{расп.}}{\Delta t} = 1{,}24 \cdot 10^4 \text{ Бк (Беккерель)}$$

$$A = \lambda N, \quad N_0 = \frac{m}{M} N_A \approx 2{,}5 \cdot 10^{21} \text{ атомов}, \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

$$T_{1/2} = \frac{N_0 \ln 2}{A} = \frac{m N_A \ln 2}{M A} \approx 1{,}4 \cdot 10^{17} с \approx 4{,}43 \cdot 10^9 \text{ лет}$$

③ Радиоизотоп X_1 испытывает превращения по цепочке $X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3$ (стабилен) с постоянными распада λ_1 и λ_2. Считая, что в начальный момент препарат содержал только ядра изотопа X_1 в количестве N_0 найти закон накопления стабильного изотопа X_3

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1, \quad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2, \quad \frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2.$$

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}, \quad \dot{N}_2 + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$о.о.: \; N_2 = C_1 e^{-\lambda_2 t}$$

ч.н: $N_2 = A e^{-\lambda_1 t}$

$$-\lambda_1 A e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 A e^{-\lambda_1 t} = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$A = \frac{\lambda_1 N_0}{(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

о.н: $N_2(t) = C_1 e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_0}{(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 t}.$

$$N_2(0) = C_1 + \frac{\lambda_1 N_0}{(\lambda_2 - \lambda_1)} = 0.$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_0}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right)$$

$$N_3 = \int_0^t \lambda_2 N_2(t)\, dt = \int_0^t \frac{\lambda_2 \lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) dt =$$

$$= \frac{\lambda_2 \lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_0 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1} - \frac{1 - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2} \right) =$$

$$= \frac{\lambda_2 \lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_0 \left[\frac{(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 \lambda_2} \right] =$$

$$= N_0 \left[1 + \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \right]$$

N4 Считая, что в одном акте деления ядра ^{235}U освобождается энергия 200 Мэв, определить энергию, выделяющуюся при „сгорании" 1 кг изотопа ^{235}U, и массу каменного угля с теплотворной способностью 30 кДж/г, эквивалентную в тепловом отношении 1 кг ^{235}U

$E_0 = 200 \cdot 10^6$ эВ $\cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $= 3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж.

$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{1000\text{ г}}{235\text{ г/моль}} \cdot 6 \cdot 10^{23}$ атомов/моль $= 2{,}55 \cdot 10^{24}$ атомов

$E = E_0 N = 8{,}2 \cdot 10^{10}$ кДж, $m_{угля} = \frac{8{,}2 \cdot 10^{10}\text{ кДж}}{30\text{ кДж/г}} = 2{,}7 \cdot 10^6$ кг.

(5) Проанализировать возможность следующих процессов:

1) $n \to p + e^- + \nu$; $0 = 0 + 1 + 1$ (невозможен по З.С.Л.З)

2) $\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}$; $-1 = -1 + 1 - 1$ (по З.С.С. возможен при Э/м вз-ии)

3) $K^- \to \mu^- + \tilde{\nu}$; $0 = 1 - 1$ (возможен при слабом вз-ии)