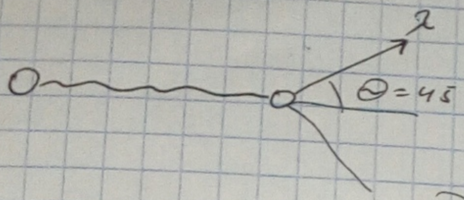
№8



$$\lambda' - \lambda = \frac{(1-\cos\theta)\,h}{m_e c} = \lambda_к$$

$$\lambda' - \lambda = (1 - \cos\theta)\,\lambda_к$$

$$\lambda' - \lambda = (1-\cos\theta)\,\lambda_к$$

$$\lambda' - 20\cdot10^{-12}\,м = \left(1 - \frac{\sqrt2}{2}\right)\cdot 2{,}426\cdot10^{-12}\,м$$

$$\lambda' = \left(1 - \frac{\sqrt2}{2}\right)\cdot 2{,}426\cdot10^{-12}\,м + 20\cdot10^{-12}\,м$$

$$\lambda' = 7{,}1\cdot10^{-13}\,м + 20\cdot10^{-12}\,м = 2{,}07\cdot10^{-11}\,м$$

$$\varepsilon_ф + m_e c^2 = \varepsilon'_ф + (m_e c^2 + \varepsilon_{кин})$$

$$\varepsilon_ф = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \qquad \varepsilon'_ф = h\frac{c}{\lambda'}$$

$$\varepsilon_{кин} = \varepsilon_ф - \varepsilon_ф' = h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda'} =$$

$$= 6{,}626\cdot10^{-34}\,Дж\cdot с\cdot\frac{2{,}99\cdot10^{8}\,м/с}{20\cdot10^{-12}\,м} - 6{,}626\cdot10^{-34}\cdot$$

$$\cdot\frac{2{,}99\cdot10^{8}\,м/с}{2{,}07\cdot10^{-11}\,м} = 9{,}905\cdot10^{-15}\,Дж - 9{,}570\cdot10^{-15}\,Дж =$$

$$= 3{,}35\cdot10^{-16}\,Дж = 2091\ эВ$$

Задача 24

$n_1 = 1$

$\Delta\lambda = ?$

Решение

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad R = 109786{,}34\ см^{-1}$$

13

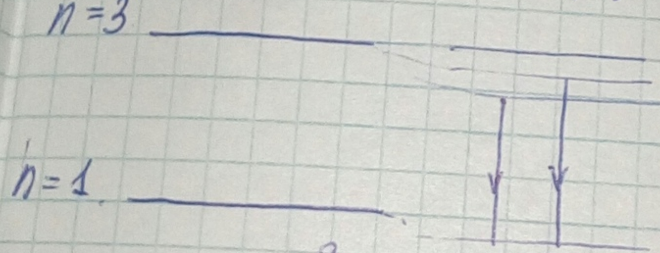
L - третья спектр линия Лаймана 60.

$n_1 = 1$ - серия Лаймана

$n_2 = 3$

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = 109678\left(1 - \frac{1}{9}\right) = 97491\ см$$ длина волны этой линии

Найдем тонкую структуру

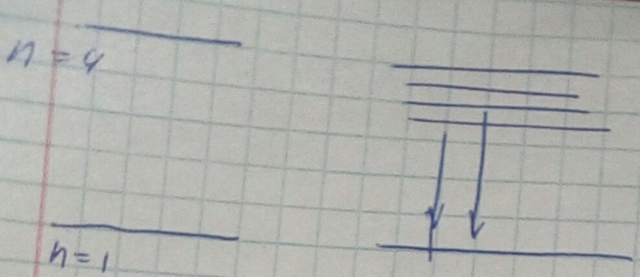


$$\left|\Delta\lambda\right| = \frac{\Delta\nu}{\nu}$$

$$\varepsilon_{n,j} = -\frac{R_n}{n^2}\left(1 + \frac{\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{137} \qquad \alpha^2 = 5{,}3251 \cdot 10^{-5}$$

n	j	$\frac{1}{n^3}\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)$	$\Delta\varepsilon$, $см^{-1}$
1	1/2	$\left(1 - \frac{3}{4}\right) = 1/4$	−1,46
3	1/2	$\frac{1}{9 \cdot 3}\left(1 - \frac{3}{12}\right) = 1/36$	−0,162
3	3/2	$\frac{1}{9 \cdot 3}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{108}$	−0,054



$\Delta j = 0, \pm 1$ правило отбор.

$$\mathcal{E}_{nj} = -\frac{Ru}{n^2}\left(1 + \frac{\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)\right)$$

1) переход $\Delta j = 0$, $j = \frac{1}{2}$.

$$\mathcal{E}_{1,1/2} = -\frac{Ru}{1}\left(1 + \alpha^2\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)\right)$$

$$\mathcal{E}_{4,1/2} = -\frac{Ru}{16}\left(1 + \frac{\alpha^2}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{16}\right)\right)$$

$$\Delta\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_{1,1/2} - \mathcal{E}_{4,1/2}$$

$$\Delta\mathcal{E} = |\Delta\mathcal{E}_1 - \Delta\mathcal{E}_2|$$

$$\Delta\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{1,1/2} - \mathcal{E}_{4,3/2}$$

$$\mathcal{E}_{4,3/2} = -\frac{Ru}{16}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{16}\right)\right)$$

$$\Delta\mathcal{E} = |\mathcal{E}_{4,3/2} - \mathcal{E}_{4,1/2}|$$

билет 11

$\Delta\mathcal{E} = \alpha^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} \cdot 109678{,}76\,см^{-1} = \frac{R_H}{32}\alpha^2$

$\alpha^2 \approx 5{,}3251 \cdot 10^{-5}$

$\Delta\mathcal{E} = \frac{109678{,}76\,см^{-1}}{32} \cdot 5{,}325 \cdot 10^{-5} = 3427{,}46\,см^{-1}\alpha$

$\mathcal{E} = \frac{hc}{\lambda}$, $\Delta\mathcal{E} = \frac{hc\,\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$

$\mathcal{E} = h\nu = \nu$

тогда $\nu \approx R_H\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16}\right) = \frac{15}{16}R_H$

$\Delta\lambda = \frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}^2} = \frac{\Delta\nu}{\nu^2} = \frac{8\alpha^2}{225 R_H} = \cancel{1{,}72 \cdot 10^{-4}\,см}$

$= \frac{8 \cdot 5{,}3251 \cdot 10^{-5}}{225 \cdot 109678{,}76\,см^{-1}} = \cancel{2{,}69 \cdot 10^{-13}\,см} =$

$= \cancel{2{,}69 \cdot 10^{-1}\,м} = \cancel{2{,}69 \cdot 10^{-6}\,мм}$

$\cancel{1{,}72 \cdot 10^{-4}\,мм}$

$0{,}43 \cdot 10^{-4}\,мм$

Задача:

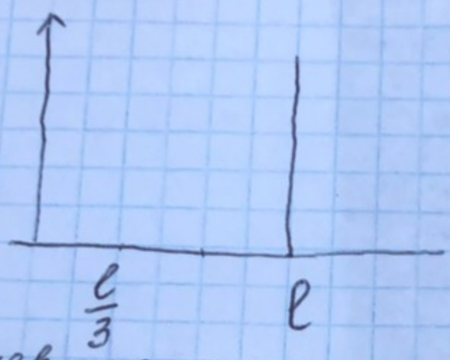
m

l

$0<x<l/3$

Вероятность.

Решение:



Потенц. энергия частицы

$$U(x)=\begin{cases}\infty, & x<0\\ 0, & 0<x<l\\ \infty, & x>l\end{cases}$$

Область $0<x<l$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+k^2\psi=0 \qquad k^2=\frac{2m}{\hbar^2}E$$

$$\psi(x)=A\sin(kx+\alpha)$$

$$\psi(0)=0 \qquad \sin\alpha=0 \qquad \alpha=0$$

$$\psi(l)=0 \qquad \sin kl=0 \qquad kl=\pm\pi n$$

$$\psi(x)=A\sin\left(\frac{\pi n x}{l}\right)$$

$$k^2=\frac{2m}{\hbar^2}E=\frac{\pi^2}{l^2}n^2 \qquad E_k=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2$$

E_k – энергетический спектр частицы

Условие нормировки:

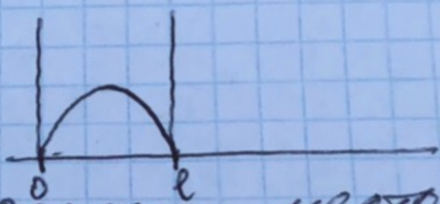
$$\int_0^l |\psi(x)|^2 dx = 1$$

$$\int_0^l A^2 \sin^2 \frac{\pi n x}{l} dx = 1$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n x}{l}$$

$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi x}{l}$$



Плотность вероятности местонахождения частицы

$$p_1(x) = |\psi_1(x)|^2 = \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} x\right)$$

вероятность нахождения в $0 < x < \frac{l}{3}$

$$P = \frac{2}{l} \int_0^{l/3} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} x\right) dx =$$

$$= \frac{2}{l} \int_0^{l/3} \frac{1}{2}\left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l}\right) dx =$$

$$\frac{1}{l} \int_0^{l/3} 1\, dx - \frac{1}{l} \int_0^{l/3} \cos \frac{\pi x}{2l} dx =$$

$$= \frac{1}{l} x \Big|_0^{l/3} - \frac{1}{l} \cdot \frac{2l}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2l} \Big|_0^{l/3} =$$

$$= \frac{1}{l} \cdot \frac{l}{3} - \frac{1}{l} \cdot \frac{2l}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2l} \cdot \frac{l}{3}\right) =$$

исла.

$$\frac{2}{\ell}\sin^2\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)$$

$$\frac{2}{\ell}\int_0^{\ell/3}\sin^2\left(\frac{\pi x}{\ell}\right)dx$$

$$\sin^2 = \frac{1}{2}(1-\cos)$$

$$\frac{2}{\ell}\int_0^{\ell/3}\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{2\pi x}{\ell}\right)dx =$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\ell}\left(\int_0^{\ell/3}1\,dx - \int_0^{\ell/3}\cos\frac{2\pi x}{\ell}\,dx\right) =$$

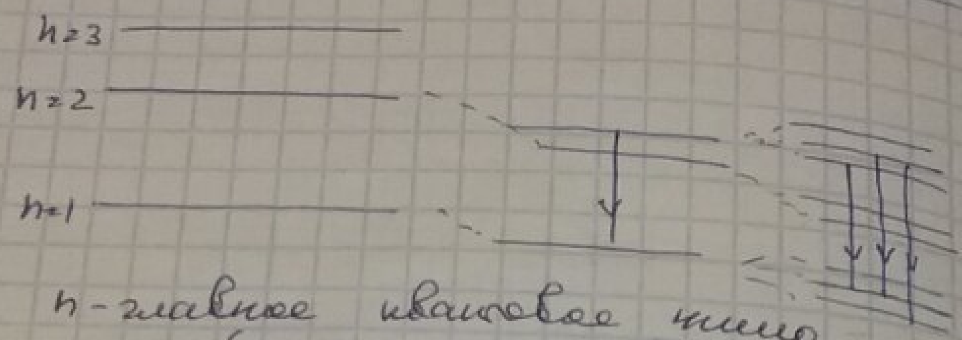
$$= \frac{1}{\ell}\left(x\Big|_0^{\ell/3} - \frac{\ell}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{\ell}\Big|_0^{\ell/3}\right) =$$

$$= \frac{1}{\ell}\left(\frac{\ell}{3} - \frac{\ell}{2\pi}\sin\frac{2\pi\ell}{3\ell}\right) =$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi}\sin\pi/3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 0{,}33 - \overset{0{,}1378}{\cancel{0{,}1955}} = 0{,}1955\ldots \sim 19{,}5\%$$

Спектр зеемановского расщепления



n – главное квантовое число
(только кулоновское взаимодействие)

L, J, m_J

L – орбитальный момент импульса

J – полный момент импульса

m_J – магнитный момент импульса на ось проецирования

Вырождение по L и J снимается спин-орбитальным взаимодействием

Вырождение снимается только при наличии маг. поля
(т.к. когда появляется эта ось)

Получаем сверхтонкую структуру.

$m_J = -J, \ldots, J$ с шагом единица

$\Delta m_J = 0, \pm 1$ ← это следствие сохранения момента импульса

0: если вылетает фотон с линейной поляризацией → это π-поляризация

± 1: проекция момента импульса фотона равна ±1 → σ-поля…

энергия до расщепления

$$E = E_0 + m_J \cdot g\, \hbar\, \Omega$$

$$\Omega = \frac{eB}{2m_e c}$$

↑ Ларморовская частота ↑ если B в Гс.

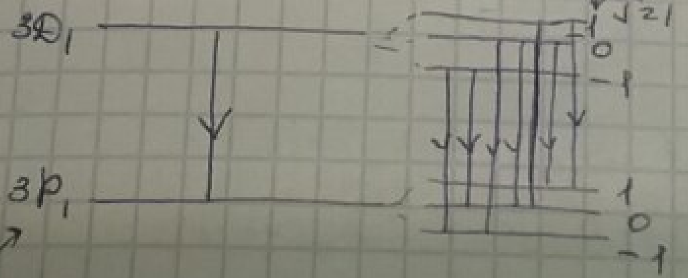
В [L-S] приближении

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Обозначение уровней $^{2S+1}L_J$

Задачи.

Есть переход $^3D_1 \to {}^3P_1$ $J=1$



пусть $B = 10^4$ Гс

$m_J = -1, 0, +1$

это уровни тонкой структуры

Получаем 7 спектр. линий.

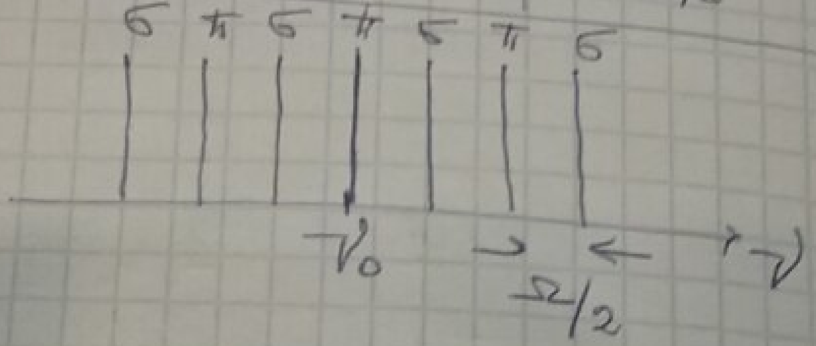
Хотим определить на сколько отличается частота

$$g(^3D_1) = \frac{3}{2} + \frac{1(1+1) - 2(2+1)}{2\cdot 1(1+1)} = \frac{3}{2} + \frac{2-6}{2\cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$g(^3P_1) = \frac{3}{2} + \frac{1(1+1) - 1(1+1)}{2\cdot 1(1+1)} = \frac{3}{2}$$

Верхний расщепляется слабее, чем нижний

	$m_J g(^3D_1)$	$m_J g(^3P_1)$		
$+1 \to +1$	$1/2$	$3/2$	-1	π
$+1 \to 0$	$1/2$	0	$1/2$	σ
$0 \to +1$	0	$3/2$	$-3/2$	σ
$0 \to 0$	0	0	0	π
$0 \to -1$	0	$-3/2$	$3/2$	σ
$-1 \to 0$	$-1/2$	0	$-1/2$	σ
$-1 \to -1$	$-1/2$	$-3/2$	1	π



Дома!

§ 41 №1 Сивухин

1979	1988	2004
6.144	6.153	5.199