Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Отчет по лабораторной работе №4

Электромагнитное экранирование

Работу выполнили студенты
430 группы радиофизического факультата
Сарафанов Ф.Г., Платонова М.В.

Нижний Новгород, 24 февраля 2019 г.

Содержание

Введение 2

1. Модель сферического слоя 3

1.1. План решения задачи о сферическом экране 3

1.2. Область сильного скин-эффекта 4

1.3. Область отсутствия скин-эффекта 5

2. Метод измерений $|\eta_m|$ 5

2.1. Учет в $|\eta_m|$ искажения L_{gen} экраном 5

3. Экспериментальные результаты 7

3.1. Измерение $|\eta_m|$ латунных и стальных экранов 7

3.2. Совмещение теории и эксперимента для латунных экранов 8

3.3. Оценка μ для стальных экранов по результатам измерений 9

4. Результаты 11

Введение

В данной работе исследуется **электромагнитное экранирование**[1] переменного магнитного поля стальными ($\sigma \simeq 0.7 \cdot 10^{17}\, c^{-1}, \mu \sim 10^2 \div 10^3$ при $H \sim 10$ эрстед) и латунными ($\sigma \simeq 1.5 \cdot 10^{17}\, c^{-1}, \mu \cong 1$) цилиндрическими экранами на частотах экранируемого поля $20 \div 10^4$ Гц.

Внутренние размеры всех экранов одинаковы (высота и радиус основания $h = R = 5$ см), а толщина стенок различна ($d = 0.2$ см, 0.5 см, 1 см).

Строгий аналитический расчет экранирования цилиндрическими замкнутыми экранами невозможен. Простыми моделями, допускающими точное решение задачи в аналитических функциях являются, например, модель плоского, цилиндрического и сферического слоя.

Среди этих моделей замкнутый экран можно описать только сферическим слоем. Кроме того, характерные размеры используемого экрана малы по сравнению с длиной волны экранируемого поля ($\lambda_0 \sim 10$ км $\Rightarrow h, D \ll \lambda_0$). Поэтому адекватным выбором для качественных оценок является именно сферическая модель. Для того, чтобы получить близкие и количественные результаты, логично взять для сферической модели же объем внутренней полости, что и у используемого экрана, и ту же толщину стенки.

Если замкнутая однородная сферическая оболочка помещена в квазистатическое внешнее поле с комплексным вектором напряженности $\vec{H}_0 e^{i\omega t}$, которое в ее отсутствие является однородным, то поле в ограничиваемой ею области $\vec{H}_1 e^{i\omega t}$ также однородно. Эффективность экранирования удобно характеризовать величиной отношения комплексных амплитуд этих полей:

$$\eta_m = \frac{H_0}{H_1}$$

Безразмерная величина $|\eta_m|$ показывает, в какое число раз ослабляется поле в экранированной области, и может быть названа **коэффициентом ослабления**.

По результатам эксперимента вычисляется коэффициент ослабления для всех экранов на всех частотах указанного диапазона, и сравнивается с теоретическим результатом для модели сферического слоя.

[1] Под **электромагнитным экранированием** понимается изоляция некоторой области пространства от проникновения электромагнитных полей, существующих в соседних областях. Если $\lambda_0 \gg l$, где λ_0 – длина волны экранируемого поля, l – характерный размер экранируемой области, то такая изоляция осуществляется обычно с помощью замкнутых металлических оболочек – экранов.

1. Модель сферического слоя

Полное решение задачи о сферическом экране в переменном магнитном поле рассмотрено в методическом пособии [1]. Рассмотрим только логическое построение решения, опуская выкладки, и ключевые результаты.

1.1. План решения задачи о сферическом экране

Постановка задачи. Рассмотрим однородный сферический слой внешним радиусом a, толщиной d. Считаем, что $a \ll \lambda_0$. Выкладки производятся в сферической системе координат (r, θ, ϕ), где полярная ось выбрана параллельно внешнему полю $\vec{H}_0$.

Задача разбивается на три области:

$$\begin{cases} \varepsilon = \mu = 1, k = k_0 & \text{при} \quad r < a - d \\ k = k_0\sqrt{\varepsilon\mu} & \text{при} \quad a - d \geq r \leq a \\ \varepsilon = \mu = 1, k = k_0 & \text{при} \quad r > a \end{cases}$$

Определение вида $\vec{A}(\vec{H}_0)$. Значения полей $\vec{A}, \vec{B}, \vec{H}$ (где $\vec{B} = \mu\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A}$) всюду должны полностью определяться вектором $\vec{H}_0$. Так как поля $\vec{B}, \vec{H}, \vec{H}_0$ - псевдовектора, а вектор $\vec{A}$ – истинный вектор, то зависимость $\vec{A}(\vec{H}_0)$ можно получить только векторным произведением (векторное произведение псевдовектора на истинный дает истинный вектор):

$$\vec{A} = \vec{F} \times \vec{H}_0$$

В силу отсутствия выделенных направлений, кроме $\vec{H}_0$, можно предположить радиальность $\vec{F}$, т.е.

$$\vec{F} = \vec{r}_0 F(r) = \nabla f(r)$$

Подставляя вектор $\vec{A}$, выраженный через $f(r)$ в уравнение Гельмгольца $\Delta\vec{A} + k^2\vec{A} = 0$, получим

$$\Delta f + k^2 f = 0$$

Общее решение такого уравнения известно:

$$f(r) = C_1\frac{e^{ikr}}{r} + C_2\frac{e^{-ikr}}{r}$$

Здесь $\pm$ в экспоненте определяет расходящуюся и сходящуюся сферические волны.

Выражение A_ϕ, B_r, B_ϕ из $\vec{A}(\vec{H}_0)$. Подставляя найденную в предыдущем пункте зависимость $\vec{A}(\vec{H}_0)$ в выражения для полей и проецируя на оси, получим выражения для A_ϕ, B_r, B_ϕ (через константы C_1 и C_2). Эти формулы получены из общих соображений и должны давать значение поля в сферическом слое.

Решение уравнения Гельмгольца в зонах квазистатики. Рассмотрим решение задачи в первой (во внутренности сферического слоя) и третей (вне слоя) областях. В силу наложенного условия $a \ll \lambda_0 \Rightarrow k_0 a \ll 1$, в этих областях поле имеет квазистатический характер, и уравнение Гельмгольца упрощается до $\Delta\vec{A} = 0$, откуда следует $\Delta f = \mathrm{const}$.

Общее решение такого уравнения $f(r) = A_1 r^2 + A_2 r^{-1}$. Подставив его в выведенные ранее формулы для $\vec{A}(f)$ и вычисляя ротор $\vec{A}$, получаются выражения в квазистатическом пределе для A_ϕ, B_r, B_ϕ через константы A_1, A_2. Эти формулы верны только в первой и третей областях, причем лишь не очень далеко от слоя (выполнение условия квазистатики $k_0 r \ll 1$)

Предельные и граничные условия. Нужно наложить условия конечности поля в точке $r = 0$, а также стремление к внешнему полю $\vec{H}_0$ при удалении от экрана, на формулы в зонах квазистатики. Эти два предельных условия позволяют избавиться от двух констант в этих зонах. Важным результатом будет также то, что константа A_1 определяет отношение амплитуд полей ($\eta_m = H_0/H_1 = -\frac{1}{4}A_1$)

Далее, необходимо соблюсти граничные условия из условий непрерывности нормальной компоненты B_r на границах областей $r = a$ и $r = a - d$, откуда получается система четырех линейных алгебраических уравнений относительно A_1, A_2, C_1, C_2. Из этой системы можно выразить A_1, а значит, и η_m:

$$\eta_m = \left(6i\mu k^3 a^3\right)^{-1} \left(F_+ e^{ikd} - F_- e^{-ikd}\right) \tag{1}$$

где

$$F_\pm = 2\mu^2(1 \mp ika)(1 \pm ikb) + \mu\left[(1 \pm ika)\left(1 \pm ikb - k^2b^2\right) - 2(1 \pm ikb)\left(1 \mp ika - k^2a^2\right)\right] - \\ - \left(1 \mp ika - k^2a^2\right)\left(1 \pm ikb - k^2b^2\right)$$

По определению, **толщина скин-слоя** δ

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\mu\omega}}$$

Для металлов вплоть до частот оптического диапазона

$$k = \frac{1-i}{\delta}$$

В двух предельных случаях ($\delta \ll d$ и $\delta \gg d$) выражение для η_m(в общем случае довольно громоздкое) существенно упрощается, принимая также во внимание дополнительное условие $d \ll a$.

1.2. Область сильного скин-эффекта

В пределе $\delta \ll d \ll a$, формула (1) упрощается до вида

$$\eta_m = \frac{1}{6}\left[(1-i)\frac{\mu\delta}{a} + 3 + (1+i)\frac{a}{\mu\delta}\right] \exp\left[(1+i)\frac{d}{\delta}\right] \tag{2}$$

При $\mu = 1$

$$\eta_m = \frac{1}{6}(1+i)\frac{a}{\delta}\exp\left[(1+i)\frac{d}{\delta}\right] \tag{3}$$

1.3. Область отсутствия скин-эффекта

В пределе $\delta \gg d \ll a$, формула (1) упрощается до вида

$$\eta_m = 1 + \frac{2}{3}\frac{d}{a}\frac{(\mu-1)^2}{\mu} + i\frac{2}{3}\frac{ad}{\mu\delta^2} \tag{4}$$

При $\mu = 1$

$$\eta_m = 1 + i\frac{2ad}{3\delta^2} \tag{5}$$

Для приближенных оценок величины η_m (с точностью $\sim 10\%$) выражения (2)—(5) можно использовать и в промежуточном случае ($\delta \simeq d$), разграничивая области применимости формул (2), (3), с одной стороны, и (4), (5), с другой стороны, точкой $\delta = d$.

2. Метод измерений $|\eta_m|$

Лабораторная установка предусматривает проведение измерений коэффициентов ослабления для трех латунных и трех стальных экранов цилиндрической формы.

Схема измерения $|\eta_m|$ заключалась в следующем: переменное магнитное поле создается внутри соленоида, подключенного к выходу генератора.

В качестве индикатора поля используется второй соленоид меньших размеров (индикаторный), с выхода которого переменное напряжение подается на усилитель вольтметра.

Надевая генераторный соленоид сначала на неэкранированный индикаторный, а затем на индикаторный соленоид, закрываемый экраном, и измеряя, как изменяются при этом показания вольтметра, можно по ним вычислить коэффициент ослабления $|\eta_m|$. Кроме этого, необходимо также измерять амплитуду напряжения на осциллографе, подключенного к сопротивлению, которое стоит последовательно генераторному соленоиду.

2.1. Учет в $|\eta_m|$ искажения L_{gen} экраном

Поле в соленоиде пропорционально току, который в нем течет: $H \sim I$ (это нетрудно вывести на примере бесконечного соленоида с непрерывной обмоткой). Прикладывая к генераторному соленоиду напряжение постоянной амплитуды u_0, мы получаем

$$u_0 = Z \cdot I = i\omega L \cdot I \quad \Rightarrow \quad H_{ext} \sim \frac{u_0}{\omega L}$$

Когда мы измеряем напряжение на индикаторном соленоиде, находящемся в поле H_{in}, оно равно

$$V = i\omega L_{ind} \cdot I_{ind} \sim \omega L_{ind} H_{in}$$

Индуктивность индикаторного соленоида не зависит от наличия экрана, поэтому

$$\frac{H_{in}^{(0)}}{H_{in}^{(e)}} = \frac{V_0}{V_e},$$

где $H_{in}^{(0)}$ – поле в индикаторном соленоиде без надетого экрана, $H_{in}^{(e)}$ – поле в индикаторном соленоиде с надетым экраном.

Очевидно, поле $H_{in}^{(0)} = H_{ext}^{(0)}$. Но поле $H_{in}^{(e)}$ – это не ослабленное поле $H_{ext}^{(0)}$, потому что при внесении экрана в генераторный соленоид $H_{ext} = H_{ext}^{(e)} = H_{ext}^{(0)} \cdot \frac{L_0}{L_e}$, где L_0 – индуктивность генераторного соленоида без экрана, L_e – с экраном.

Значит, если бы при внесенном экране генераторный соленоид создавал поле $H_{ext}^{(0)}$, то внутри экрана бы было поле $H_{in}^{(e)} \cdot \frac{L_e}{L_0}$ (в линейном приближении).

Отсюда следует, что

$$|\eta_m| = \frac{H_{ext}^{(0)}}{H_{in}^{(e)} \cdot \frac{L_e}{L_0}} = \frac{V_0}{V_e} \cdot \frac{L_0}{L_e}$$

Так как мы измеряем напряжение U на резисторе в цепи генераторного соленоида (допустим, что резистор не искажает импеданс: $R \ll \omega L$)

$$U_e = I_e R, \quad \Rightarrow \quad L_e \sim \frac{u_0}{\omega I_e} = \frac{u_0 R}{\omega U_e}$$

С другой стороны,

$$L_0 \sim \frac{u_0}{\omega I_0} = \frac{u_0 R}{\omega U_0}$$

Тогда окончательно

$$|\eta_m| = \frac{V_0 U_e}{V_e U_0} \tag{6}$$

где V и U - соответственно показания вольтметра и осциллографа, индексы 0 и e относятся соответственно к величинам измеренным без экрана и с экраном.

3. Экспериментальные результаты

3.1. Измерение $|\eta_m|$ латунных и стальных экранов

При измерении каждого экрана производилась подстройка напряжения на генераторном соленоиде, чтобы оно было одно и тоже при отсутствии экрана и его внесении, чтобы можно было применять формулу (6).

Таблица 1. Измерение экранирования латунными экранами

	Без экрана		Латунь 2			Латунь 5			Латунь 10		
f, Гц	V_0	U_0	V_e	U_e	$\|\eta_m\|$	V_e	U_e	$\|\eta_m\|$	V_e	U_e	$\|\eta_m\|$
20	1 000	16.70	930	16.30	1.05	910.0	16.30	1.07	870.00	16.30	1.12
50	1 000	5.59	870	5.59	1.15	820.0	5.59	1.22	620.00	5.19	1.50
100	1 000	4.40	770	4.40	1.30	650.0	4.40	1.54	490.00	4.40	2.04
200	1 000	1.90	680	2.09	1.62	540.0	2.24	2.18	380.00	2.40	3.32
500	1 000	1.14	500	1.30	2.28	300.0	1.46	4.27	180.00	1.60	7.80
1 000	1 000	0.73	390	0.92	3.23	170.0	1.00	8.06	90.00	1.27	19.33
2 000	1 000	0.65	240	0.92	5.90	80.0	1.00	19.23	34.00	1.30	58.82
5 000	1 000	0.58	100	0.78	13.45	28.0	0.88	54.18	3.80	1.28	580.73
10 000	700	0.31	39	0.32	18.53	5.2	0.33	143.30	0.45	0.62	3 111.07

У стальных экранов некоторые измерения не были произведены полностью, ввиду сильного падения V_e и появления шумов, искажающих результаты (шум больше точности измерения).

Таблица 2. Измерение экранирования стальными экранами

	Без экрана		Сталь 2			Сталь 5			Сталь 10		
f, Гц	V_0	U_0	V_e	U_e	$\|\eta_m\|$	V_e	U_e	$\|\eta_m\|$	V_e	U_e	$\|\eta_m\|$
20	1 000	16.70	52.00	16.00	18	20.000	15.60	47	18.000	15.10	50
50	1 000	5.59	68.00	4.50	12	9.000	4.20	83	1.500	4.00	477
100	1 000	4.40	54.00	3.20	13	7.500	2.79	85	0.350	1.60	1 039
200	1 000	1.90	40.00	1.05	14	2.200	0.97	232	0.040	0.83	10 921
500	1 000	1.14	22.00	0.68	27	0.250	0.60	2 105	0.010	0.58	50 877
1 000	1 000	0.73	9.00	0.52	79	0.035	0.50	19 568	0.005	0.48	131 506
2 000	1 000	0.65	3.20	0.54	260	0.030	0.48	24 614	–	–	–
5 000	1 000	0.58	0.18	0.54	5 172	–	–	–	–	–	–
10 000	700	0.31	0.07	0.38	12 258	–	–	–	–	–	–

Для полученных результатов по всем частотам и всем экранам рассчитан $|\eta_m|$ и построены графики в логарифмическом масштабе по обеим осям.

На рисунке 1 (см. стр. 8) приведены шесть графиков для каждого экрана.

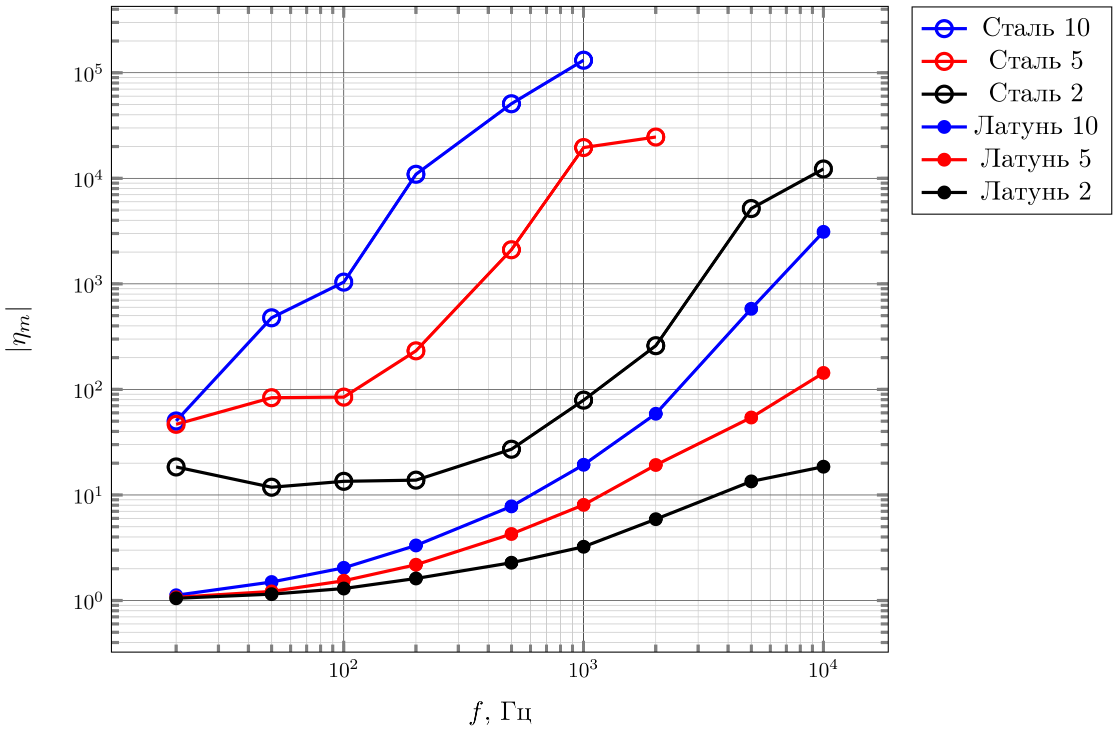

Рис. 1. Результаты эксперимента для трех латунных и трех стальных экранов

3.2. Совмещение теории и эксперимента для латунных экранов

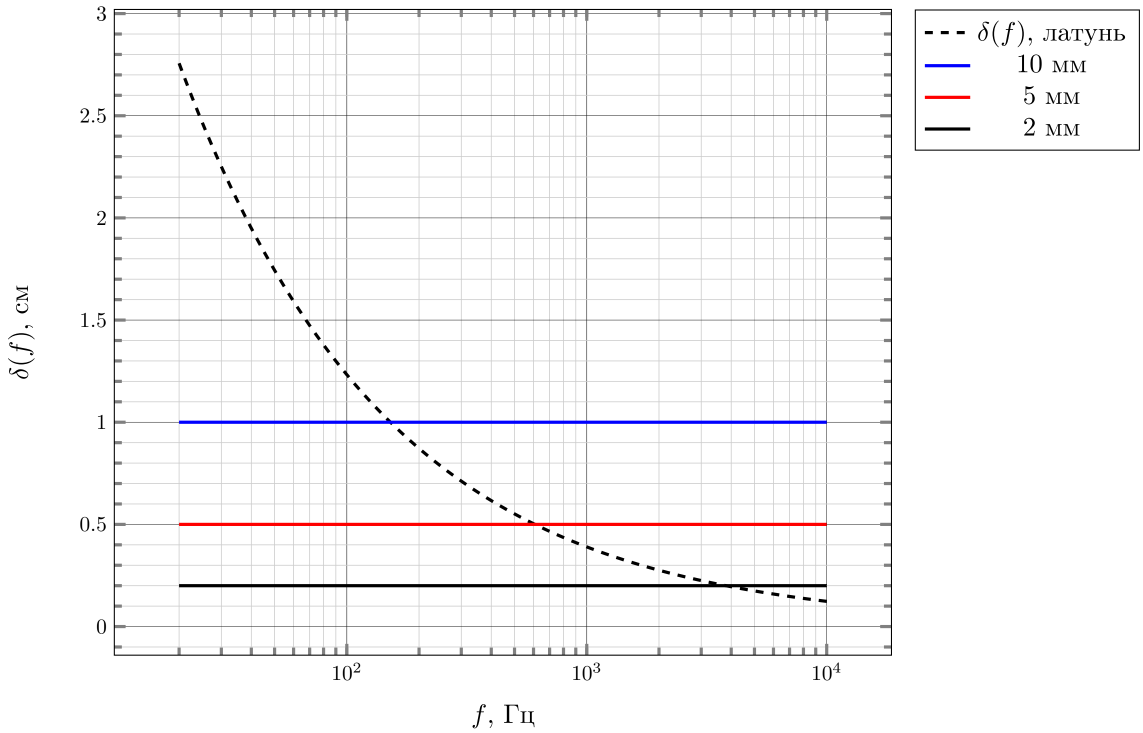

Рис. 2. Разграничение применимости формул толщиной скин-слоя $\delta(f)$

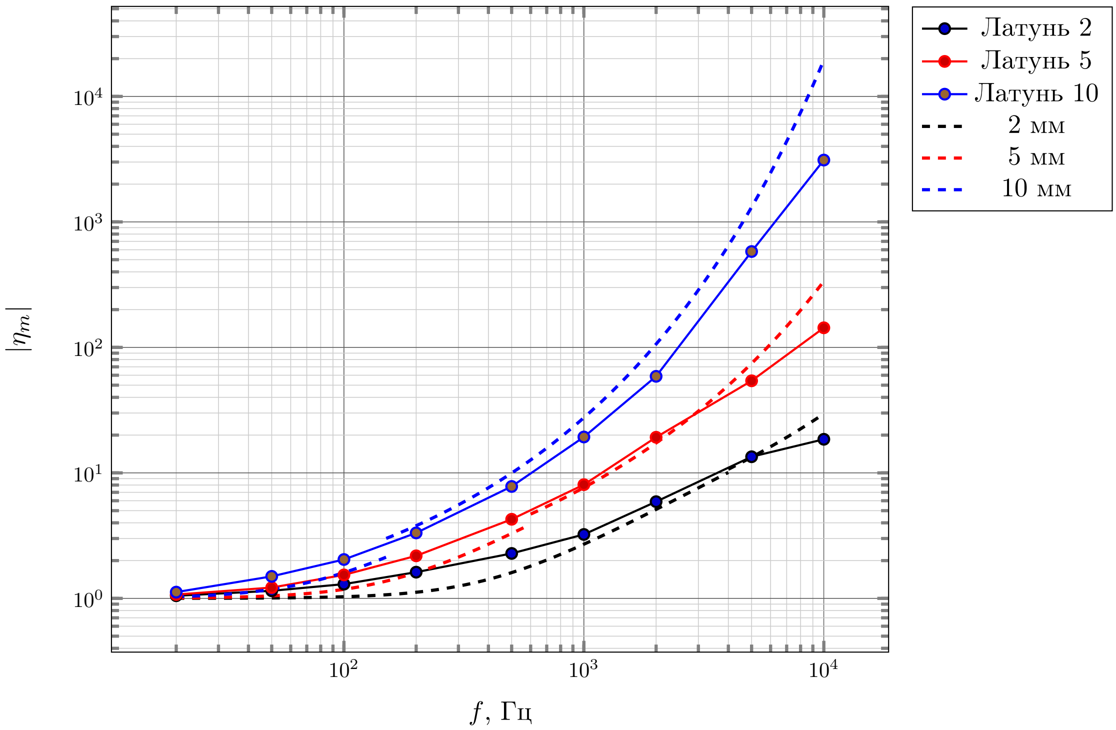

Рис. 3. Наложение теоретических графиков (пунктиром) на экспериментальные для латунных экранов

Принимая в качестве модели цилиндрического экрана сферический слой той же толщины d и с тем же объемом внутренней полости $V = (4\pi/3)(a-d)^3 = \pi R^2 h$ (отсюда, ввиду $a \gg d$, имеем $a \cong (3R^2h/4)^{1/3}$), построили для исследуемых экранов графики теоретической зависимости $|\eta_m(f)|$.

Для разграничения области применения формул различных приближений по δ/d, построен график $\delta(f)$ для латуни и на нем построены константы $d = 0.2, 0.5, 1.0$ см.

Хорошее качественное совпадение наблюдается в области частот до 6 кГц. Для более высоких частот теоретические кривые нарастают быстрее с ростом частоты.

3.3. Оценка μ для стальных экранов по результатам измерений

Для стальных экранов почти всюду выполняется $\delta \ll d$, поэтому оценка производится из формулы

$$\eta_m = \frac{1}{6}\left[(1-i)\frac{\mu\delta}{a} + 3 + (1+i)\frac{a}{\mu\delta}\right]\exp\left[(1+i)\frac{d}{\delta}\right]$$

Взяв модуль от этого выражения, получим:

$$|\eta_m| = \frac{\exp\left[\frac{d}{\delta}\right]}{6}\sqrt{\left(\frac{\mu\delta}{a} + 3 + \frac{a}{\mu\delta}\right)^2 + \left(\frac{a}{\mu\delta} - \frac{\mu\delta}{a}\right)^2}$$

Здесь можно получить итерационное уравнение для μ двумя способами: через логарифмирование и приведение к общему знаменателю. Для начала приведем формулу к общему знаменателю:

$$|\eta_m| = \frac{\exp\left[\frac{d}{\delta}\right]}{6\mu\delta a}\sqrt{\left((\mu\delta)^2 + 3a\mu\delta + a^2\right)^2 + \left(a^2 - (\mu\delta)^2\right)^2}$$
$$\mu = \frac{\exp\left[\frac{d}{\delta}\right]}{6|\eta_m|\delta a}\sqrt{\left((\mu\delta)^2 + 3a\mu\delta + a^2\right)^2 + \left(a^2 - (\mu\delta)^2\right)^2}$$

Эту формулу можно представить (зафиксировав ω и взяв из эксперимента $|\eta_m(\omega)|$) в виде

$$\mu = F(\mu)$$

Это уравнение в виде, пригодном для применения известного метода простых итераций, который заключается в задании начального приближения $\mu^{(0)}$ и итерационного процесса:

$$\mu^{(1)} = F(\mu^{(0)}), \quad \mu^{(2)} = F(\mu^{(1)}), \quad \mu^{(3)} = F(\mu^{(2)}), \quad \ldots$$

Начальное приближение можно выбрать из диапазона $\mu = 10^2 \div 10^3$.

Хотя функция, стоящая справа, на самом деле не удовлетворяет условиям устойчивости (сходимости) численного решения, но все равно можно найти этим методом решение, перебирая начальные значения μ до того значения, когда точка меняет направление расходимости.

Для 2 мм – стали полученное таким методом значение на частоте 500 Гц дает $\mu = 153$. На графике (см. рис 4, стр.11) хорошо видно, что действительно это значение дает численное решение этого уравнения, и теоретический график проходит через практическую точку.

Для 5 мм – стали (на частоте 500 Гц) $\mu = 140$, для 10 мм – стали (на частоте 200 Гц) $\mu = 130$.

Экспериментальные точки подбирались таким образом, чтобы рассчитанная из них μ давала теоретические графики, наиболее хорошим образом описывающие экспериментальные кривые, хотя бы в диапазоне не очень больших частот.

Расхождение теоретического графика (который уходит в значительно большие по сравнению с практическими $|\eta_m|$) и практического, который перестает расти, можно объяснить частотным насыщением магнитной проницаемости стали: доменная структура не успевает изменяться вслед за частотой поля, и μ начинает падать с ростом частоты.

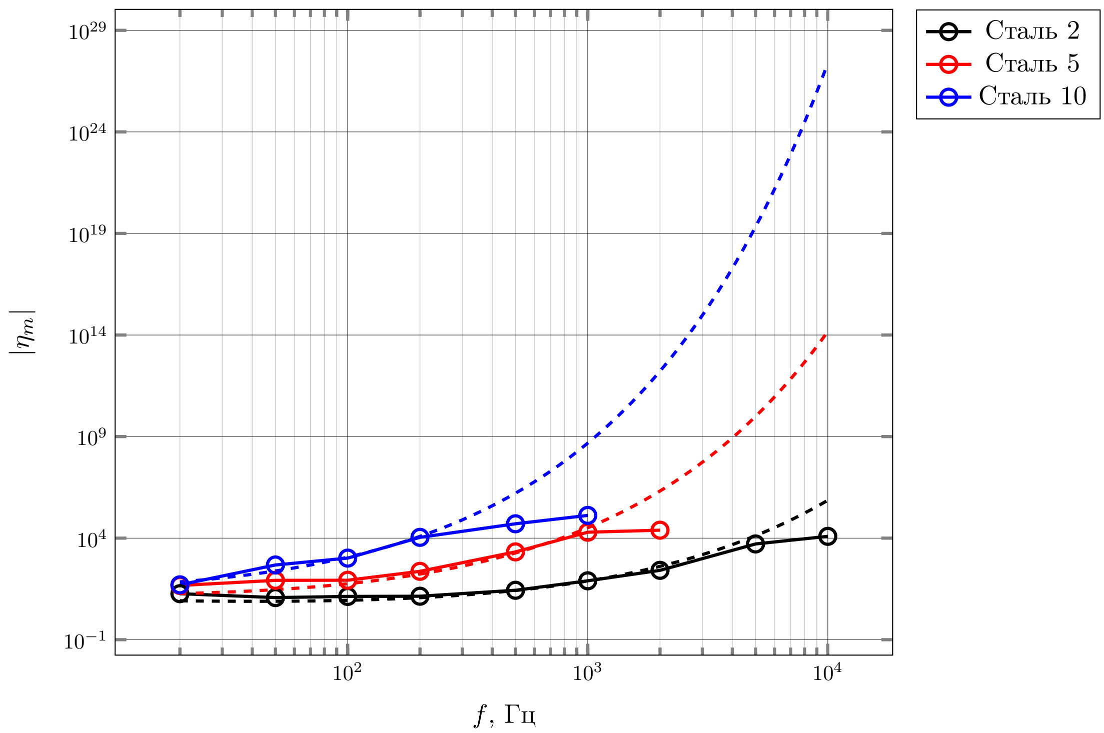

Рис. 4. Сопоставление теоретических графиков и практических для стальных экранов

4. Результаты

В работе было исследовано явление экранирования переменного магнитного поля стальными и латунными экранами.

Произведен расчет и сопоставление экранирующих свойств латунных экранов с экспериментальными с помощью модели сферического слоя. Выявлено хорошее совпадение теории с практикой до $f = 6$ кГц.

Численными методами найдены μ для стальных экранов, дающие наиболее адекватное соответствие теоретических графиков практическим: $\mu = 153, 140, 130$ для 2,5,10 мм экранов. В этом случае теория дает качественное соответствие вплоть на частотах $f \simeq 1$ кГц.

Список литературы

[1] Гильденбург В.Б., Павличенко И.А. Практикум: электромагнитное экранирование. — Н. Новгород: ННГУ, 2016. — 20 с.