

Отчет по лабораторной работе №7  
**Определение коэффициента направленного действия  
рупорной антенны**

Выполнили студенты 430 группы  
Виноградов И.Д., Шиков А.П.

Нижний Новгород, 2019

**Цель работы:** Нахождение коэффициента направленного действия пирамидальной рупорной антенны с помощью зеркального метода (метод Парселла), сравнение с теоретическими значениями.

## 1. Теоритическая часть

Антенна — устройство, предназначенное для излучения или приема волн (в нашем случае — электромагнитных). Одна из важнейших функций антенны состоит в формировании излучения с определенными направленными свойствами. Основными характеристиками направленности антенны являются диаграмма направленности (ДН) по амплитуде или по мощности, коэффициент направленного действия (КНД) и коэффициент усиления (КУ).

*Диаграмма направленности по мощности* есть угловое распределение мощности излучения в единицу телесного угла

$$P(\theta, \varphi) = r^2 S_r(r, \theta, \varphi),$$

где  $S_r$  — радиальная компонента вектора Пойнтинга на большом расстоянии  $r$  от антенны. Диаграмма направленности антенны, характерный размер  $l$  излучающей апертуры которой порядка или больше длины излучаемой волны  $\lambda$ , окончательно формируется в зоне Фраунгофера, определяемой соотношением

$$r \gg \frac{l^2}{\lambda} \quad (1)$$

*Коэффициент направленного действия*  $D$  характеризует выигрыш по мощности в направлении максимального излучения вследствие направленности антенны. Он равен отношению мощности, излучаемой в единицу телесного угла в направлении максимума диаграммы направленности  $P(\theta_m, \varphi_m)$ , к средней мощности  $P_{cp} = P_{изл}/(4\pi)$ , излучаемой антенной по всем направлениям:

$$D = \frac{4\pi P(\theta_m, \varphi_m)}{\int_0^\pi d\varphi \int P(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta} \quad (2)$$

*Коэффициент усиления*  $G$  определяется как произведение КНД на коэффициент полезного действия (КПД) антенны  $\eta$  (или, точнее, всего антенного тракта):

$$G = D\eta \quad (3)$$

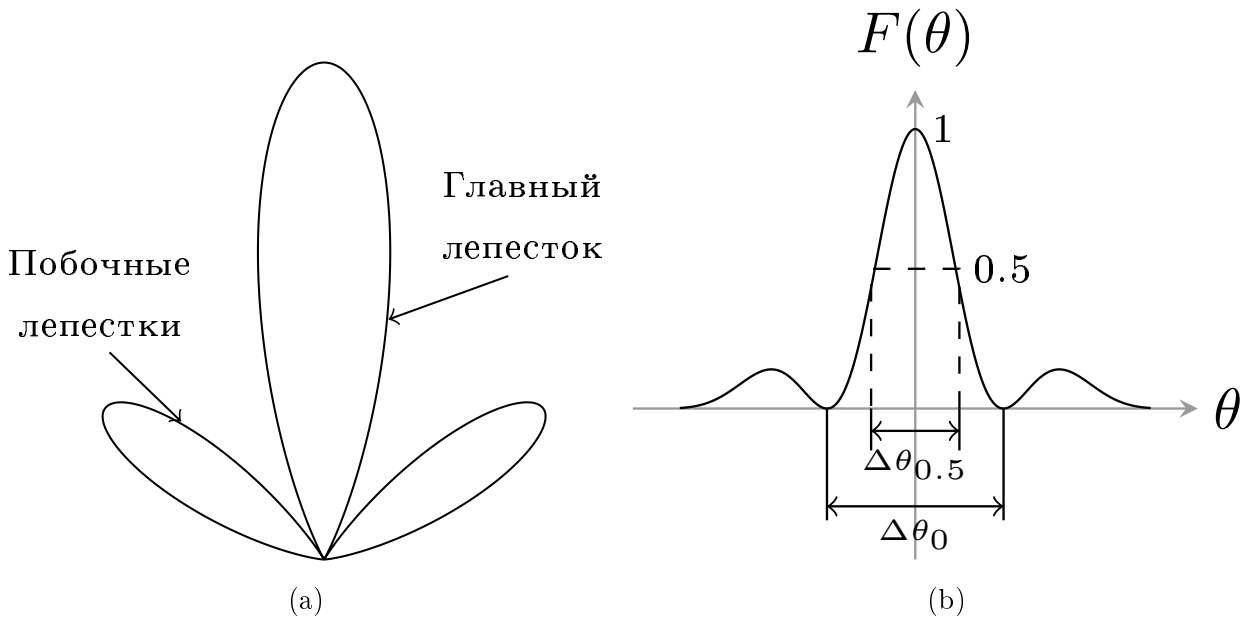


Рис. 1: Диаграмма направленности

Этот последний коэффициент в свою очередь есть отношение полной мощности  $P_{\text{изл}}$ , излучаемой антенной, к полной мощности  $P_{\text{подв}}$ , подводимой к антенне, т.е.

$$\eta = \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{подв}}} = \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi P(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta}{P_{\text{подв}}} \quad (4)$$

В силу принципа взаимности ДН и КНД антенны при ее работе в режиме передачи и в режиме приема совпадают.

Для адекватного описания *приемной антенны* вводятся некоторые дополнительные характеристики. Одна из основных таких характеристик — эффективная площадь приема антенны  $A$ .

*Эффективная площадь* приема  $A$  определяется как отношение полной принимаемой антенной мощности  $P_{\text{пр}}$  к плотности потока падающего излучения  $S_n$  в месте расположения антенны:

$$A = \frac{P_{\text{пр}}}{S_n} \quad (5)$$

Величины  $A$  и  $D$  связаны соотношением

$$A = \frac{\lambda^2}{4\pi} D. \quad (6)$$

Цель настоящей работы заключается в экспериментальном определении КНД пирамидальной рупорной антенны с помощью так называемого зеркального метода (метода Парселла) и сравнении измеренного значения с рассчитанным теоретически. Зеркальный

метод опирается на использование идеально (зеркально) отражающей плоской поверхности, расположенной в зоне Фраунгофера и ориентированной параллельно излучающей апертуре.

Согласно методу изображений отыскание отраженного поля, поступающего в антенну, сводится к нахождению поля, принимаемого от аналогичной зеркальной относительно отражающей плоскости излучающей антенны. В результате последовательного пересчета имеем: мощность, излучаемая гипотетической зеркальной антенной в единицу телесного угла в направлении на реальную антенну, равна  $P_n = DP_{\text{изл}}/4\pi$ , откуда плотность потока энергии в месте приема  $S_n = P_n/4X^2 = DP_{\text{изл}}/(16\pi X^2)$ , где  $X$  — расстояние между антенной и отражающей плоскостью; наконец, мощность, принимаемая антенной, равна  $P_{np} = AS_n = ADP_{\text{изл}}/(16\pi X^2)$ . С учетом 6 окончательно получаем

$$\frac{P_{np}}{P_{\text{изл}}} = \frac{D^2 \lambda^2}{64\pi^2 X^2} \quad (7)$$

отсюда интересующая нас величина  $D$  представляется в виде

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \sqrt{\frac{P_{np}}{P_{\text{изл}}}} \quad (8)$$

Таким образом, экспериментальное определение КНД требует нахождения отношения принимаемой зеркально отраженной мощности к мощности, излучаемой пирамидальной рупорной антенной.

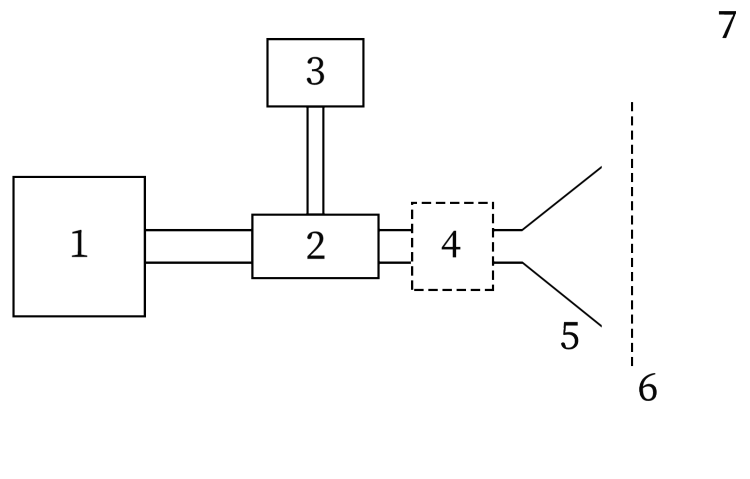


Рис. 2: Блок-схема установки: Схема установки: 1 – генератор, 2 – измерительная линия, 3 – амперметр, 4 – согласующее устройство, 5 – рупорная антенна, 6 - поглощающий щит, 7 – отражающий щит

Измерительная установка включает генератор СВЧ диапазона (длина излучаемой волны  $\lambda \approx 3$  см) с отдельным блоком питания, волноводный тракт с измерительной линией

и амперметром к ней, пирамидальный рупор, отражающий щит, щит с поглощающим покрытием. Блок-схема установки на рис. 2. Установка позволяет контролируемо менять расстояние  $X + \Delta X$  между антенной и отражательным щитом в пределах  $\Delta X \approx 100$  см.

Работа будет производиться в несогласованном режиме, когда специальной процедуры согласования не проводится. Учитывая отражения от конца подводящего тракта поле на оси волновода, отнормированное на амплитуду падающей волны, для некоторого фиксированного положения рупора запишется в виде

$$E = 1e^{-ihx} + \Gamma_{\kappa} e^{i\varphi_{\kappa}} e^{ihx} + \Gamma e^{e\varphi} e^{ihx} \quad (9)$$

Смещение антенны на величину  $\Delta X$  приведет к появлению в последнем члене дополнительного множителя  $e^{ik_0 2\Delta X}$ , связанного с дополнительным набегом фазы в свободном пространстве. Поскольку  $\Gamma_{\kappa}$  и  $\Gamma$  достаточно малы, то квадратичными величинами в первом приближении можно пренебречь. В результате для  $|E|^2$  будем иметь

$$|E|^2 \approx 1 + 2\Gamma_{\kappa} \cos(2hx + \varphi_{\kappa}) + 2\Gamma \cos(2hx + \varphi + k_0 2\Delta X) \quad (10)$$

Из уравнения выше и экспериментальных данных можно найти коэффициент  $\Gamma$ , тогда мы сможем определить интересующую нас величину  $D$ :

$$D = \frac{8\pi X}{\lambda} \Gamma. \quad (11)$$

### Теоретический расчет КНД:

В работе использовался рупор с размером апертуры  $l_1 \times l_2 = 9.2 \times 13.7$  см, подсоединенный к волноводу размером  $2.9 \times 1.02$  см.

Чтобы рассчитать КНД рупорной антенны в зоне Фраунгофера, будем пользоваться интегралом Кирхгофа-Гюйгенса. Значение компоненты поля в точке  $P$ , выражая через интеграл Кирхгофа :

$$\Psi(P) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left( \Psi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right) dS \quad (12)$$

где  $P$  - точка наблюдения,  $S$  - замкнутая поверхность, содержащая точку  $P$ ,  $n$  - внутренняя нормаль к  $S$ ,  $G$  - функция Грина свободного пространства

$$G = \frac{1}{r} e^{ikr}.$$

Поверхность  $S$  выбираем так, чтобы она проходила через апертуру антенны, а в остальном пространстве удаляется на бесконечность. Рассматривая малые отклонения от центральной оси (т.е. в положении максимума), интеграл приводится к виду

$$\Psi(P) = \frac{\Psi_0 \exp(ikz_0)}{z_0 \lambda i} \iint_{\Sigma} \exp\left(\frac{ik}{2z_0}(x^2 + y^2)\right) dx dy \quad (13)$$

где  $\Sigma$  - площадь апертуры. Интегралы Френеля, появляющиеся при дальнейшем решении не считаются аналитически, при этом численный расчет показал, что интеграл дает значение, приблизительно равное площади апертуры (Интегралы Френеля в первом приближении дают значение площади апертуры). Таким образом, компонента поля в точке наблюдения:

$$\Psi(P) \simeq \frac{\Psi_0}{z_0 \lambda i} S e^{ikz_0} \quad (14)$$

Зная компоненту поля в максимуме, можно выразить плотность потока энергии:

$$S_{max} = \frac{c}{8\pi} \frac{\Psi_0^2 S^2}{r^2 \lambda^2} \quad (15)$$

Для расчета КНД, также необходима плотность потока энергии во всех направлениях. Для эквивалентного источника имеем:

$$S_r = \frac{c}{8\pi} \frac{\Psi_0^2 S}{r^2 \lambda^2} \frac{1}{4\pi} \quad (16)$$

Подставляя это в выражение для КНД, получаем:

$$D = \frac{S_{max}}{S_r} = \frac{S}{\lambda^2} 4\pi \simeq 156 \quad (17)$$

Однако, как мы увидим дальше, выражение (17) дает завышенный КНД, что связано с неоднородностью распределения поля на апертуре рупора.

## 2. Экспериментальная часть

Оборудование:

- Генератор
- Измерительные линейки
- Амперметр квадратичного детектора
- Рупорная антенна (апертура  $l_1 \times l_2 = 9.2 \times 13.7 \text{ cm}$ )
- Поглощающий щит
- Отражающий щит

Начальное расстояние от отражающего щита до раскрыва рупора  $X = 280 \text{ cm}$ .

### Подготовка

Для правильности проведения эксперимента, необходимо удостовериться, что экран находится в зоне Фраунгофера, т.е.:

$$X = 280 \text{ cm} \gg \frac{\max l_1, l_2}{\lambda} \simeq 63 \text{ cm} \quad (18)$$

### 2.1. Задание 1

Перед антенной помещается щит с поглощающим покрытием, позволяя не учитывать отраженную от металлического щита часть поля. Была снята зависимость интенсивности электрического поля  $|E|^2$  от координаты внутри волновода  $x$ . Полученная зависимость приведена на рис. 3.

При отсутствии отраженной компоненты, уравнение (10) упрощается к виду

$$|E|^2 \approx 1 + 2\Gamma_\kappa \cos(2hx + \varphi_\kappa) \quad (19)$$

Отсюда, по полученной зависимости  $|E|^2(x)$  можно определить коэффициент  $\Gamma_\kappa$ :

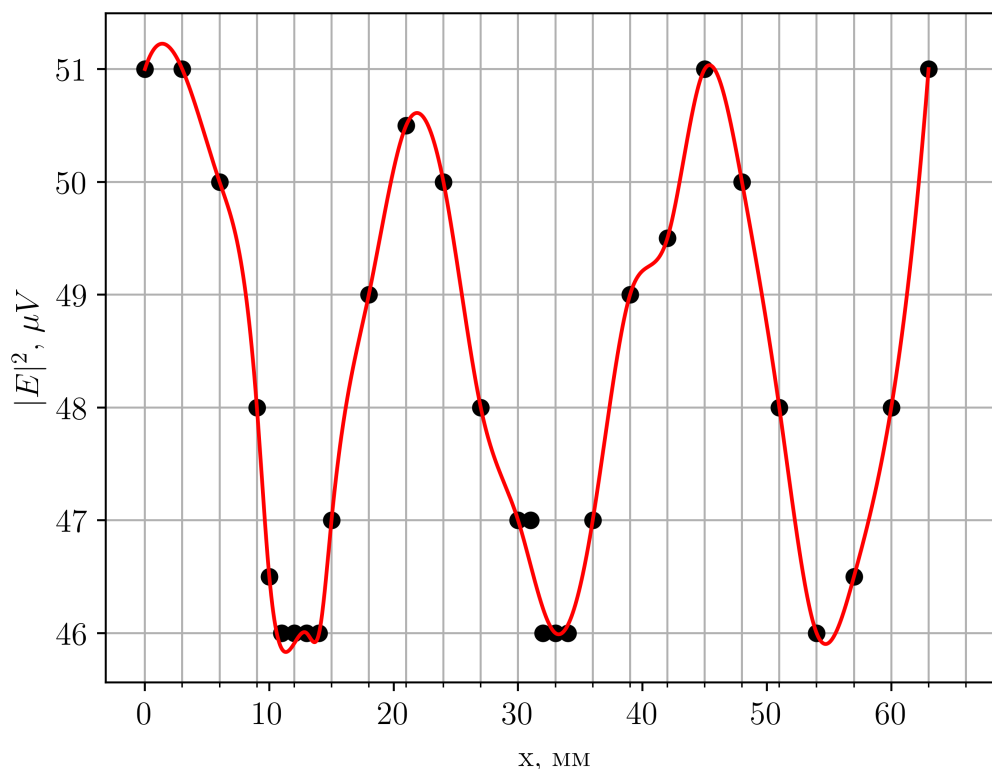
$$\Gamma_\kappa = \frac{|E_{\max}|^2 - |E_{\min}|^2}{2(|E_{\max}|^2 + |E_{\min}|^2)} \approx 0.026 \quad (20)$$

Длина волны в волноводе  $\lambda_b$  составила:

$$\lambda_b \simeq 4.5 \text{ cm} \quad (21)$$

Зная  $\lambda_b$ , можно найти  $\lambda$  в свободном пространстве:

$$h^2 + \varkappa^2 = k^2 \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_b^2 4a^2}{4a^2 + \lambda_b^2} \simeq 3.21 \text{ cm} \quad (22)$$

Рис. 3: Зависимость интенсивности  $|E|^2$  от координаты  $x$ 

где  $a = 2.29 \text{ см}$  - ширина волновода.

КПД системы можно оценить как

$$\eta \simeq 1 - 2\Gamma \simeq 94.8\% \quad (23)$$

## 2.2. Задание 2

Найдя такое положение, что  $\cos(2hx + \varphi_\kappa) = 0$  и зафиксировав его ( $x = 2.6 \text{ см}$ ), был убран отражающий щит и снималась зависимость  $|E|^2(\Delta X)$ , где  $\Delta X$  - смещение относительно металлического экрана. Полученная зависимость приведена на рис. 4.

Коэффициента отражения  $\Gamma$  вычисляется аналогично первому заданию

$$\Gamma = \frac{|E_{max}|^2 - |E_{min}|^2}{2(|E_{max}|^2 + |E_{min}|^2)} \approx 0.05 \quad (24)$$

Тогда КНД, исходя и формулы (11)

$$D = \Gamma \frac{8\pi X}{\lambda} \simeq 109.6 \quad (25)$$



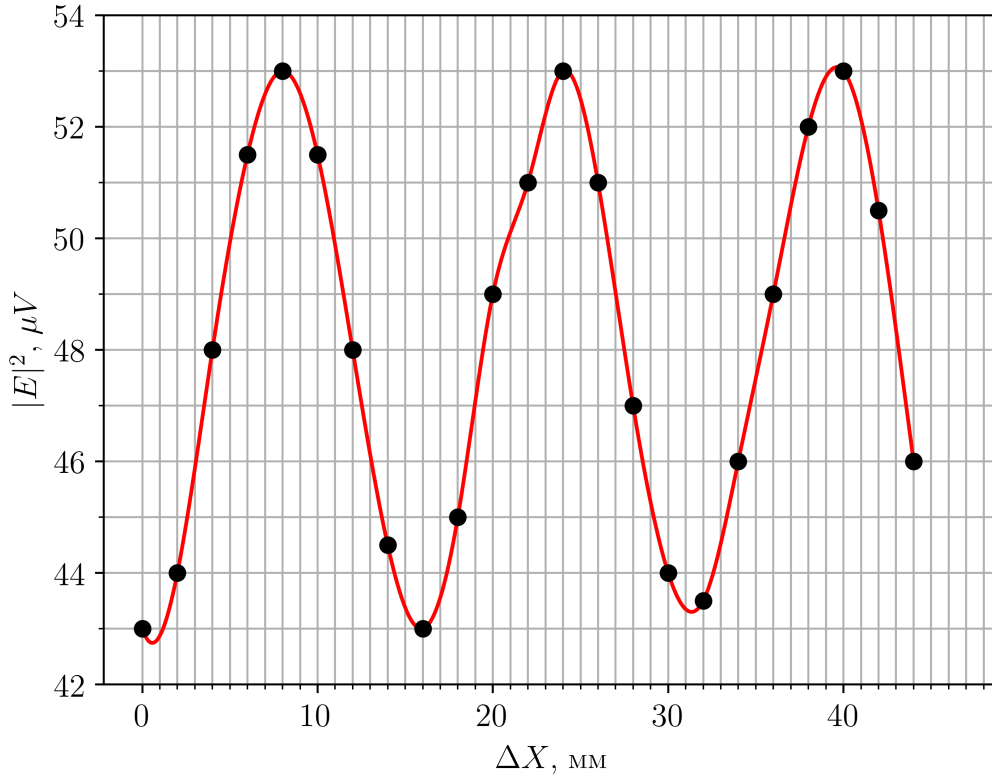


Рис. 4: Зависимость интенсивности  $|E|^2$  от координаты смещения  $\Delta X$

### 2.3. Задание 3

Меняя положение  $X + \Delta X$  относительно отражающего щита, были измерены  $|E_{max}|^2$  и  $|E_{min}|^2$  и вычислен КБВ в волноводе  $\kappa = E_{min}/E_{max}$ . Также был рассчитан коэффициент  $\tilde{\Gamma}$ :

$$\tilde{\Gamma}(\Delta X) = \frac{1 - \kappa(\Delta X)}{1 + \kappa(\Delta X)} = \frac{1 - \sqrt{K(\Delta X)}}{1 + \sqrt{K(\Delta X)}} \quad (26)$$

Полученная зависимость приведена на рис. 5.

Из полученного значения  $\tilde{\Gamma}_{max} \simeq 0.064$  можно получить значение  $\Gamma \simeq \tilde{\Gamma}_{max} - \Gamma_{\kappa} \simeq 0.04$ , откуда значение  $D$ :

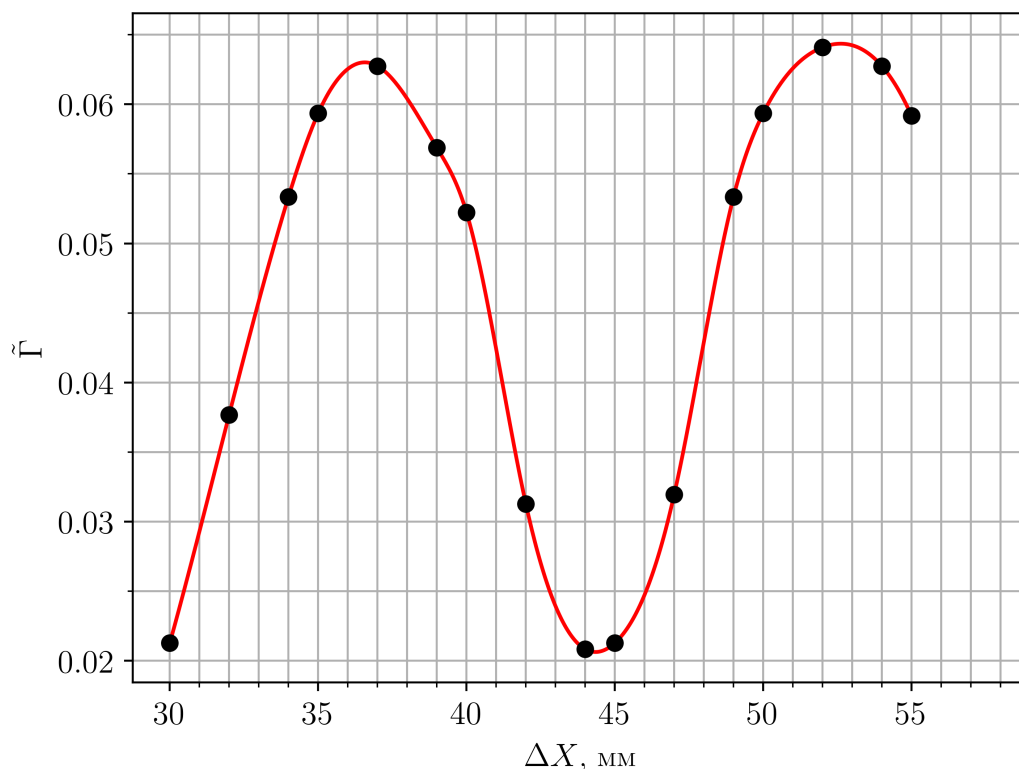
$$D \simeq 87.69$$

#### Проверка предположения малости

Ранее мы пренебрегли значениями  $\Gamma_{\kappa}^2$ ,  $\Gamma^2$ ,  $\Gamma_{\kappa}\Gamma$ . Теперь, зная их, мы можем убедиться в их малости:

$$\Gamma_{\kappa}^2 \simeq 0.026^2 \simeq 6.76 \cdot 10^{-4}$$

$$\Gamma^2 \simeq 0.05^2 \simeq 2.5 \cdot 10^{-3}$$

Рис. 5: Зависимость  $\tilde{\Gamma}(\Delta X)$ 

$$\Gamma_{\kappa}\Gamma \simeq 0.026 \cdot 0.05 \simeq 1.3 \cdot 10^{-3}$$

## 2.4. Вывод

В результате двух экспериментов были получены значения  $D_1 = 109.6$ ,  $D_2 = 87.7$ , а также рассчитано теоретическое значение  $D_t = 156$ . Расхождение экспериментальных значений связано с погрешностью измерений величин  $E_{min}$  и  $E_{max}$ . Расхождение же с теоретическим расчетом, связано с неоднородностью поля на апертуре рупора.

### 3. Дополнение

*Здесь приведены некоторые вопросы, которые разбирались на сдаче отчета*

Чтобы проверить, что в волноводе действительно необходимая мода волны, необходимо задействовать формулу (22) и тот факт, что во втором задании, показания графика носят периодичный характер - а именно, пространственный период совпадает с длиной волны в свободном пространстве. Если формулу (22) вывести для общего случая (должны остаться коэффициенты, соответствующие модам), а длину волны в свободном пространстве взять из 2го задания, то можно, зная длину волны в волноводе, найти коэффициенты мод, распространяющихся внутри волновода.

Зачем необходим рупор? Почему не излучать просто из волновода? Как было выведено из теоретических расчетов, КНД прямопропорционален площади апертуры, отсюда и необходимость увеличения площади. Почему, в таком случае, не взять просто достаточно большой волновод? Если речь идет о конкретной длине волны в волноводе, то суть в том, что мода волны, распространяющейся в волноводе большего размера, влияет на диаграмму направленности и КНД антенны. Чем выше мода, тем больше второстепенных лепестков, тем меньше КНД. Таким образом, рупор необходим для увеличения апертуры, и сохранения структуры поля малых мод, распространяющихся в волноводе.