

Отчет по лабораторной работе №218  
**Измерение емкости конденсатора**

Выполнил студент 420 группы  
Сарафанов Ф.Г.

Нижний Новгород, 2017

## Содержание

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Вывод формул</b>	<b>3</b>
1.1 Напряжение на диагонали моста . . . . .	3
1.2 Отклонение стрелки в баллистическом режиме . . . . .	4
<b>2 Результаты эксперимента</b>	<b>5</b>
2.1 Зависимость времени заряда от $R_1C_1$ . . . . .	5
2.1.1 Измерение при сигнале типа «меандр» . . . . .	6
2.1.2 Измерение при постоянном напряжении $U = 15$ В . . . . .	7
2.1.3 Измерение при постоянном напряжении $U = 45$ В . . . . .	8
<b>3 Выводы</b>	<b>8</b>

## Введение

*Существует лишь то, что можно измерить.*

---

Цитата приписывается Максиму Планку

Для измерения сопротивлений, емкостей и индуктивностей часто применяют компенсационный метод, заключающийся в компенсации измеряемой величины некой эталонной величиной.

В схеме типа «мост» элементы цепи соединяют «четырёхугольником», в одну диагональ которого включают источник напряжения, а в другую – измерительный прибор. При определенном соотношении между параметрами элементов измерительный прибор показывает отсутствие напряжения в диагонали (баланс моста).

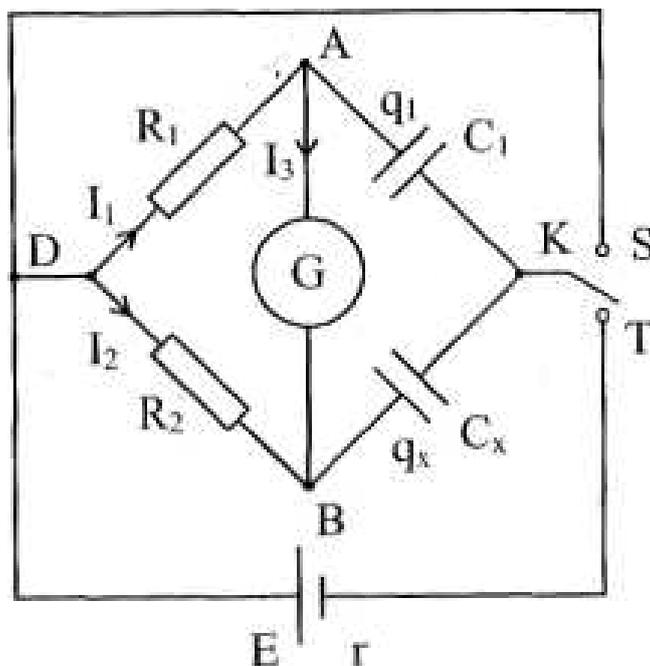


Рис. 1: Принципиальная схема установки

# 1 Вывод формул

## 1.1 Напряжение на диагонали моста

Применяя к контуру DATD второе правило Кирхгофа, получаем

$$i_1 R_1 + \frac{q_1}{C_1} = \varepsilon \quad (1)$$

где  $i_1$  – ток, текущий через сопротивление  $R_1$ , а  $q_1$  – заряд конденсатора  $C_1$ . Поскольку ток через измерительный прибор пренебрежимо мал ( $R_G$  велико), то  $i_1 = \frac{dq_1}{dt}$  и уравнение (1) принимает вид:

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{R_1 C_1} = \frac{\varepsilon}{R_1} \quad (2)$$

Разделяя переменные и интегрируя:

$$\int_0^{q_1} \frac{dq_1}{q_1 - \varepsilon C_1} = - \int_0^t \frac{dt}{R_1 C_1} \quad (3)$$

$$q(t)_1 = C_1 \varepsilon \cdot \left( 1 - \exp \left[ - \frac{t}{R_1 C_1} \right] \right) \quad (4)$$

Отсюда следует, что

$$U_1(t) = \varepsilon \cdot \left( 1 - \exp \left[ - \frac{t}{R_1 C_1} \right] \right) \quad (5)$$

Аналогично рассматривая контур DBTD:

$$i_2 R_2 + \frac{q_2}{C_x} = \varepsilon \quad (6)$$

$$i_2 = \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{R_2 C_x} = \frac{\varepsilon}{R_2} \quad (7)$$

$$\int_0^{q_2} \frac{dq_2}{q_2 - \varepsilon C_x} = - \int_0^t \frac{dt}{R_2 C_x} \quad (8)$$

$$q_x(t) = C_x \varepsilon \cdot \left( 1 - \exp \left[ - \frac{t}{R_2 C_x} \right] \right) \quad (9)$$

$$U_x(t) = \varepsilon \cdot \left( 1 - \exp \left[ - \frac{t}{R_2 C_x} \right] \right) \quad (10)$$

Напряжение  $U_G$  на измерительном приборе можно получить из соотношений  $\phi_1 - \phi_2 = U_1$ ;  $-(\phi_2 - \phi_3) = U_x$ .

Получаем, что

$$\phi_1 - \phi_3 = U_G(t) = U_1(t) - U_x(t) = \varepsilon \cdot \left( \exp \left[ - \frac{t}{R_2 C_x} \right] - \exp \left[ - \frac{t}{R_1 C_1} \right] \right) \quad (11)$$

## 1.2 Отклонение стрелки в баллистическом режиме

Пусть мы знаем количество витков на рамке  $N$

Рамка помещена в постоянное магнитном поле и может поворачиваться вокруг своей оси. На неё подаётся ток  $I \equiv I_G$

Сила Ампера, действующая на один виток равна  $F_A = IBL$ , где  $L$  – ширина рамки

Момент, создаваемый этой силой равен  $\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}_A]$

Сила Ампера, действующая на всю рамку в целом тогда будет равна  $F_{AO} = NIBL$

Таким образом, равнодействующий момент по модулю будет равен  $M_o = HNF_A = HNIBL = IBSN$ , где  $S$  – площадь рамки

В гальванометре положение рамки фиксируется пружинами специальной формы, по которым к ней подводится измеряемый ток. На рамку действует момент сил Ампера и момент упругих сил пружинок, пропорциональный углу отклонения этой рамки от положения равновесия.

$$J \frac{d\omega_z}{dt} = I_G N S B - D \cdot \alpha \quad (12)$$

$J$  – момент инерции рамки,  $\omega_z = \frac{d\alpha}{dt}$  – её угловая скорость вращения.

Если ток протекает кратковременно, рамка практически не успевает отклониться. В этом случае уравнение легко проинтегрируется:

$$J d\omega_z = I_G N S B dt, \quad (13)$$

$$\omega_{z0} = \frac{NSB}{J} \cdot \int I_G dt = \frac{NSB}{J} Q, \quad (14)$$

где  $\omega_{z0}$  – угловая скорость, полученная рамкой,  $Q$  – заряд, прошедший через гальванометр. После прекращения действия сил Ампера рамка, продолжая вращаться, отклоняется на некоторый угол, который можно найти, используя закон сохранения энергии:

$$\frac{J\omega_{z0}^2}{2} = \frac{D\alpha_{max}^2}{2} \quad (15)$$

Откуда

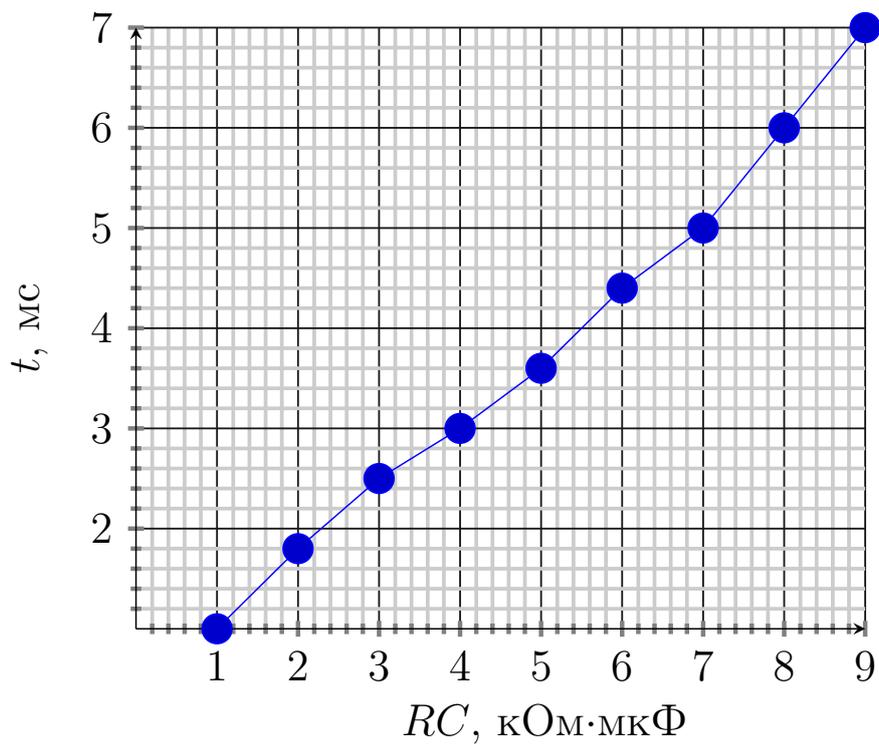
$$\alpha_{max} = \frac{NSB}{\sqrt{JD}} \cdot Q \quad (16)$$

Принципиально важно, что отклонение пропорционально заряду, протекшему через гальванометр.

## 2 Результаты эксперимента

### 2.1 Зависимость времени заряда от $R_1C_1$

$R_1$ , кОм	$t/k$ , мс	Множитель $k$	$\Delta t$ , мс	$\nu$ , Гц	$t$ , мс
1	1	1	0.1	100	1
2	1.8	1	0.1	90	1.8
3	2.5	1	0.1	80	2.5
4	3	1	0.1	70	3
5	1.8	2	0.2	60	3.6
6	2.2	2	0.2	50	4.4
7	2.5	2	0.2	40	5
8	1.2	5	0.5	30	6
9	1.4	5	0.5	20	7



Расчетная формула (условие баланса)

$$C_2 = C_1 \frac{R_1}{R_2} \quad (17)$$

Откуда

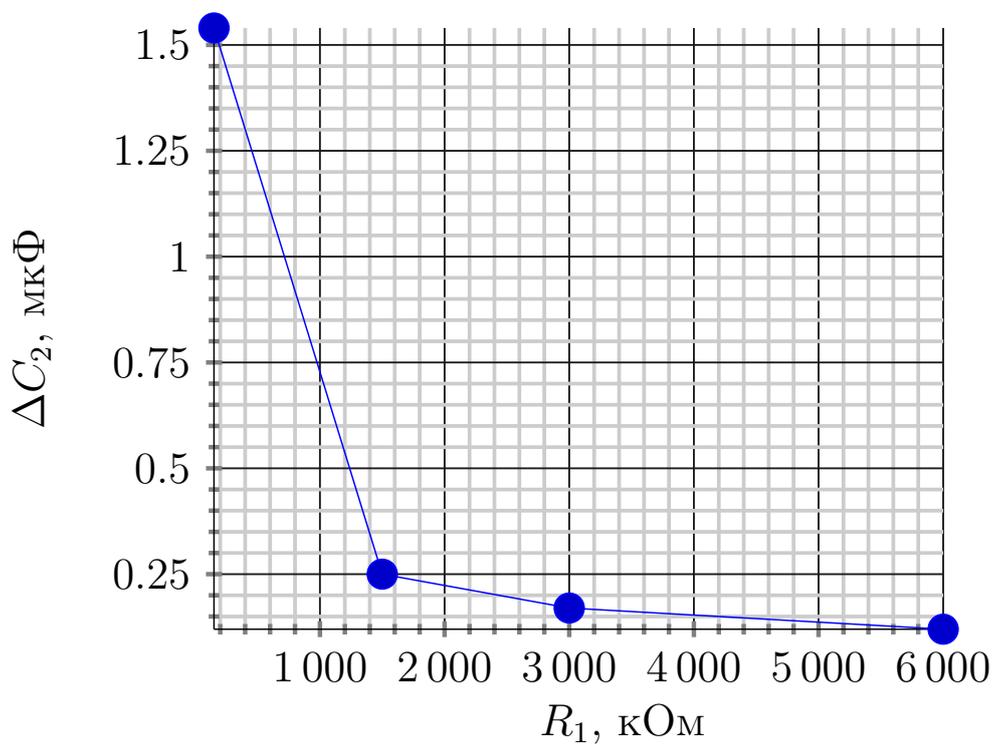
$$\Delta C_2 = \frac{R_1}{R_2} \Delta C_1 + \frac{C_1}{R_2} \Delta R_1 + \frac{C_1 R_1}{R_2^2} \Delta R_2 \quad (18)$$

### 2.1.1 Измерение при сигнале типа «меандр»

$R_1$ , Ом	$R'_1$ , Ом	$R''_1$ , Ом	$\Delta R_2$ , Ом	$\langle R_2 \rangle$ , Ом	$C_2$ , мкФ	$\Delta C_2$ , мкФ
150	22.3	21.4	0.45	21.85	6.86	0.14
1 500	222.4	218.2	2.9	221.1	6.78	0.08
3 000	450	435	7.5	442.5	6.78	0.11
6 000	855	918	31.5	886.5	6.77	0.24

2.1.2 Измерение при постоянном напряжении  $U = 15 \text{ В}$ 

$R_1, \text{ Ом}$	$R'_1, \text{ Ом}$	$R''_1, \text{ Ом}$	$\Delta R_2, \text{ Ом}$	$\langle R_2 \rangle, \text{ Ом}$	$C_2, \text{ мкФ}$	$\Delta C_2, \text{ мкФ}$
150	27	17	5	22	6.81	1.54
1 500	210	226	8	218	6.88	0.25
3 000	428	449	11	434	6.91	0.17
6 000	860	891	15.5	875	6.85	0.12

Рис. 2: Погрешность определения емкости при  $U = 15 \text{ В}$

### 2.1.3 Измерение при постоянном напряжении $U = 45 \text{ В}$

$R_1, \text{ Ом}$	$R'_1, \text{ Ом}$	$R''_1, \text{ Ом}$	$\Delta R_2, \text{ Ом}$	$\langle R_2 \rangle, \text{ Ом}$	$C_2, \text{ мкФ}$	$\Delta C_2, \text{ мкФ}$
150	20	24	2	22	6.81	0.61
1 500	215	222.4	3.7	218.7	6.85	0.11
3 000	434	443	4.5	438.5	6.84	0.07
6 000	868	884	8	876	6.84	0.06

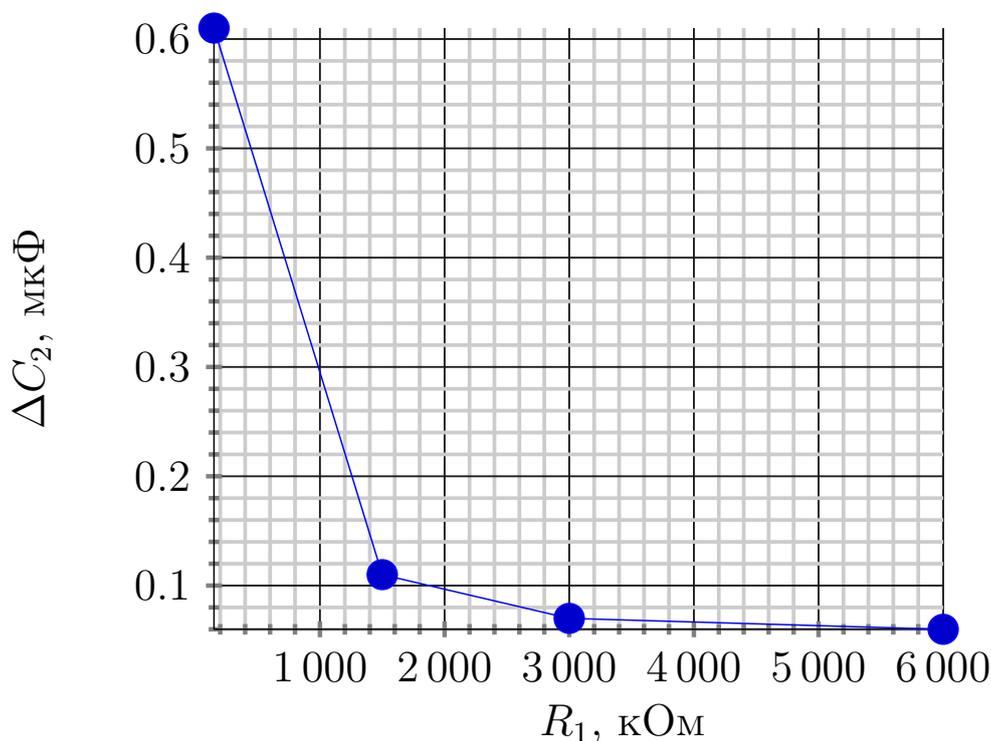


Рис. 3: Погрешность определения емкости при  $U = 45 \text{ В}$

## 3 Выводы

Мы измерили ёмкость неизвестного конденсатора  $C_2 = 6.84 \pm 0.06 \text{ мкФ}$  с помощью измерительного моста в двух режимах: инерционном и безинерционном.

Инерционный способ в нашем эксперименте давал меньшую погрешность, чем баллистический.

В инерционном способе использовался гальванометр, у которого соотношение  $R_G \gg R_2$  не выполнялось, и из-за того что напряжение на измерительном приборе было отличным от нуля (разбаланс моста), что вносило дополнительную погрешность определения  $R_2$ .