

Отчет по лабораторной работе №204  
**Эффект Холла**

Выполнили студенты 420 группы  
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2017

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>1 Анализ теории</b> . . . . .	<b>2</b>
1.1 Описание эффекта Холла . . . . .	2
1.1.1 Разделение зарядов . . . . .	2
1.1.2 Равновесное состояние . . . . .	3
1.1.3 Коэффициент Холла . . . . .	4
1.1.4 Холловская подвижность . . . . .	4
1.1.5 Угол Холла . . . . .	4
1.1.6 Холловская разность потенциалов . . . . .	5
1.2 Побочные факторы . . . . .	5
1.2.1 Нехолловская составляющая измеряемой разности потенциалов . . . . .	5
<b>2 Экспериментальные данные</b> . . . . .	<b>6</b>
2.1 Вольт-амперная характеристика участка $R_{56}$ . . . . .	6
2.2 Определение знака холловской разности потенциалов . . . . .	7
2.3 Определение коэффициента Холла . . . . .	7
2.3.1 Определение зависимости $U_{34}^B(B) _{J=const}$ . . . . .	7
2.3.2 Определение зависимости $U_H(J) _{B=const}$ . . . . .	9
2.3.3 Определение сопротивления участка $R_{34}$ . . . . .	11
2.4 Определение холловской подвижности и угла Холла . . . . .	11
2.5 Определение концентрации носителей . . . . .	12
<b>3 Заключение</b> . . . . .	<b>13</b>

## Введение

В данной работе исследуется эффект Холла.

Эффект Холла представляет собой в появлении поперечной э.д.с. при прохождении электрического тока через проводник, помещенный в магнитное поле, перпендикулярное к направлению тока.

Измерение холловской разности потенциалов обычно позволяет определить концентрацию и знак основных носителей заряда в веществе.

Целью данной работы является изучение возникновения эффекта Холла в слабом магнитном поле, определение коэффициента Холла, холловской подвижности, определение концентрации основных носителей в образце.

## 1. Анализ теории

### 1.1. Описание эффекта Холла без учёта механизма рассеяния носителей заряда

#### 1.1.1 Разделение зарядов

Рассмотрим образец, через который протекает ток  $\mathbf{j}$ .

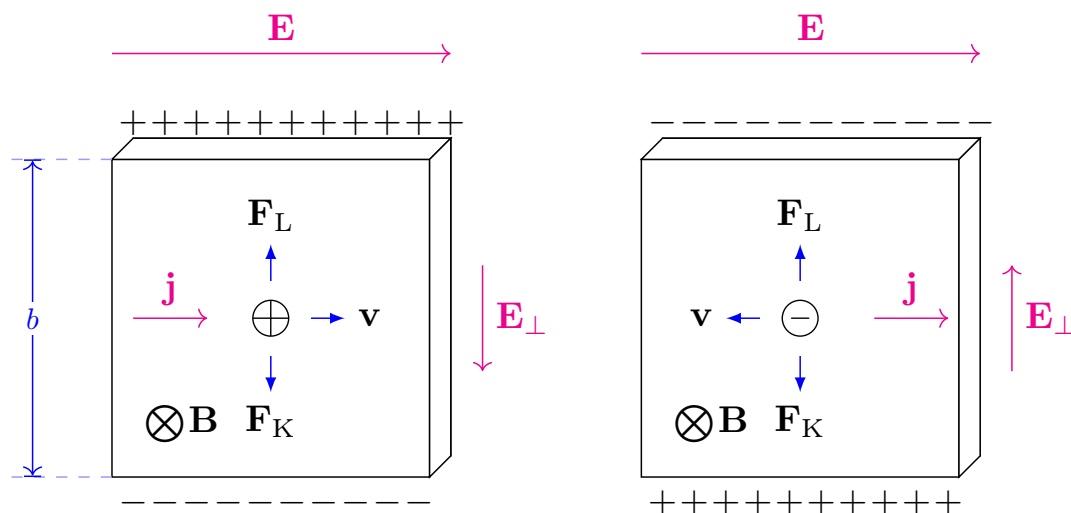


Рис. 1: Механизм разделения зарядов при проявлении эффекта Холла

Электрическое поле создает в полупроводнике электрический ток плотностью

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (1)$$

где  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  – удельная электрическая проводимость,  $\rho$  – удельное сопротивление проводника.

Со стороны магнитного поля  $\mathbf{B}$  на движущиеся заряды действует магнитная составляющая силы Лоренца

$$\mathbf{F}_L = q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  – дрейфовая скорость носителей заряда.

Под действием этой силы происходит разделение зарядов на противоположных боковых (параллельных току и магнитному полю) гранях образца.

При разделении зарядов грани заряжаются, и возникает поперечное поле  $\mathbf{E}_\perp$  – поле Холла. На заряд начинает действовать сила Кулона

$$\mathbf{F}_K = q\mathbf{E}_\perp \quad (3)$$

### 1.1.2 Равновесное состояние

Поле Холла препятствует движению зарядов, вызванным действием магнитного поля, и на некотором этапе разделения зарядов наступает равновесие сил  $\mathbf{F}_K$  и  $\mathbf{F}_L$ :

$$q\mathbf{E}_\perp + \mathbf{F}_L = 0 \quad (4)$$

Отсюда

$$\mathbf{E}_\perp = -[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \quad (5)$$

Обозначим плотность тока:

$$j = \frac{I}{S} \quad (6)$$

Распишем ток:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{qnvS dt}{dt} = qnvS, \quad (7)$$

где  $n$  – концентрация заряда по объему.

Отсюда

$$v = \frac{I}{qnS} = \frac{j}{qn} = \frac{\sigma E}{qn} \quad (8)$$

То есть

$$v \sim E \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v} = \mu \mathbf{E}, \quad \mu = \frac{\sigma}{qn} \quad (9)$$

Из (5), (9) следует

$$\mathbf{E}_\perp = -\mu[\mathbf{E} \times \mathbf{B}] \quad (10)$$

Или с учетом  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$

$$\mathbf{E}_\perp = -R[\mathbf{j} \times \mathbf{B}] \quad (11)$$

Где  $R$  – коэффициент Холла.

### 1.1.3 Коэффициент Холла

В нашем выводе

$$R\sigma = \mu \Rightarrow R = \frac{1}{qn} \quad (12)$$

При более строгом выводе, учитывающем механизм рассеяния свободных носителей заряда, можно получить

$$R = \frac{\gamma}{qn} \quad (13)$$

Где  $\gamma$  – холл-фактор, безразмерный коэффициент, зависящий от величины магнитного поля и механизма рассеяния свободных носителей заряда при их взаимодействии с ионами примесей и кристаллической решеткой.

Для используемого в данной лабораторной работе чистого слабо легированного германия при комнатной температуре в слабом магнитном поле  $\gamma \approx 1.18$ .

### 1.1.4 Холловская подвижность

Произведение  $R\sigma$  имеет размерность подвижности и называется холловской подвижностью:

$$\mu_H = R\sigma \quad (14)$$

### 1.1.5 Угол Холла

Действие магнитного поля  $\mathbf{B}$  приводит к тому, что суммарное электрическое поле

$$\mathbf{E}_\Sigma = \mathbf{E} + \mathbf{E}_\perp \quad (15)$$

оказывается повернутым на некоторый угол  $\vartheta$  (угол Холла) относительно вектора плотности тока. Из полученных ранее выражений можно показать, что

$$\tan \vartheta = -\mu_H B \quad (16)$$

При слабом магнитном поле

$$-\mu_H B \ll 1 \quad (17)$$

угол Холла приближенно можно вычислить по формуле

$$\vartheta = -\mu_H B \quad (18)$$

### 1.1.6 Холловская разность потенциалов

Эквипотенциальные поверхности в средней части ограниченного вытянутого образца поворачиваются при включении магнитного поля  $B$  на угол  $\vartheta$  относительно их первоначального положения.

Из-за этого в точках, изначально лежащих на эквипотенциали, появляется разность потенциалов  $U_H$ , называемая холловской разностью потенциалов.

Для образца прямоугольной формы в приближении однородного поля Холла эта разность потенциалов будет равна

$$U_H = bE_{\perp} \quad (19)$$

Для прямоугольного образца

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{bc} \quad (20)$$

Из (9), (10) следует

$$E_{\perp} = \frac{j}{qn} B \quad (21)$$

Откуда

$$\frac{U_H}{b} = \frac{I}{qn \cdot bc} B \quad (22)$$

И окончательно

$$U_H = \frac{R}{c} IB \quad (23)$$

## 1.2. Побочные факторы

### 1.2.1 Нехолловская составляющая измеряемой разности потенциалов

При изготовлении образца не удается разместить оба холловских контакта таким образом, чтобы они в отсутствие магнитного поля лежали на одной эквипотенциальной поверхности.

В реальном образце между плоскостями расположения контактов всегда есть небольшое смещение  $\Delta x$ .

При  $B = 0$  и  $I \neq 0$  между этими плоскостями устанавливается разность потенциалов, равная

$$U_{34} = R_{34}I, \text{ где } R_{34} = \rho \frac{\Delta x}{bc} \quad (24)$$

Другие побочные факторы дают вклад в разность потенциалов между контактами 3 и 4 существенно меньший холловской разности потенциалов.

Таким образом, в рамках нашей модели справедливо выражение

$$U_H = U_{34}|_{B \neq 0} - U_{34}|_{B=0} = \frac{RIB}{c} \quad (25)$$

Отсюда видно, что коэффициент Холла может быть определен по тангенсу угла наклона линейных участков экспериментально снятых зависимостей  $U_{34}(B)|_{I=\text{const}}$  и  $U_H(I)|_{B=\text{const}}$ .

## 2. Экспериментальные данные

### 2.1. Вольт-амперная характеристика участка $R_{56}$

Была снята зависимость разности потенциалов контактов 5 и 6 от величины тока в отсутствие магнитного поля  $B$ . Измерения проведены для двух направлений тока при изменении его величины от 0 до 10 мА.

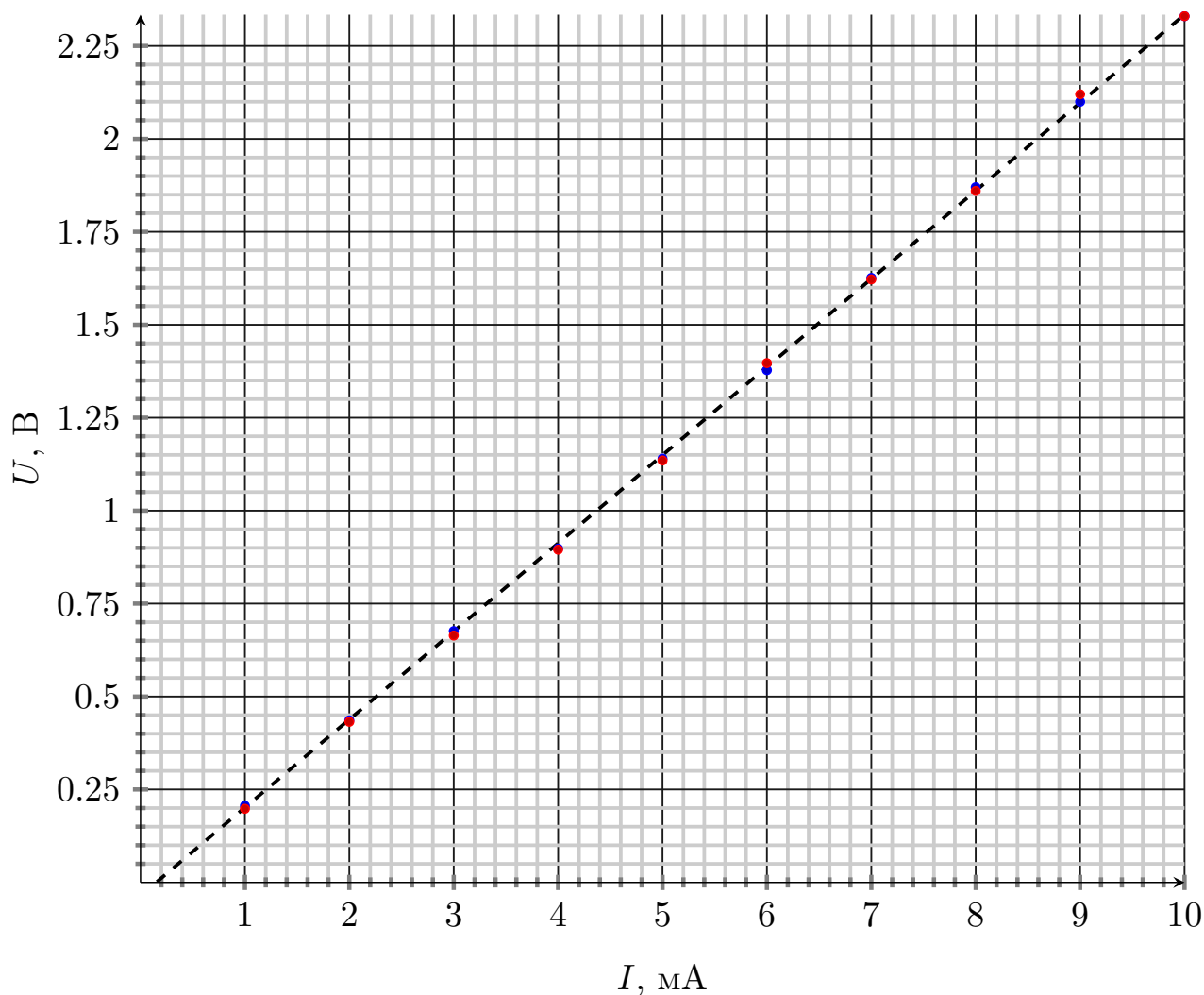


Рис. 2: ВАХ элемента

Из графика определено сопротивление участка  $R_{56}$ :

$$R_{56} = (237 \pm 2) \text{ Ом} \quad (26)$$

Используя данные о поперечных размерах образца, расстоянии между контактами и значении  $R_{56}$ , можно вычислить удельную электрическую проводимость полупроводника в единицах  $\text{Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$ .

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l_{56}}{R_{56} \cdot S} = \frac{d}{R_{56} \cdot bc} = \frac{0.96}{237 \cdot 0.48 \cdot 0.102} = 0.0827 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1} \quad (27)$$

## 2.2. Определение знака холловской разности потенциалов

При установленном токе в образце  $J^+ = 5 \text{ мА}$  измерена разность потенциалов между контактами 3-4 при выключенном магнитном поле и при поле  $B^+ = 2000 \text{ Гс}$ :

$$\Delta\varphi|_{B=0} = 0.0297 \text{ В} \quad (28)$$

$$\Delta\varphi|_{B=2000+\text{Гс}} = 0.0063 \text{ В} \quad (29)$$

По результатам измерений определен знак и величина холловской разности потенциалов:

$$U_H = \Delta\varphi|_{B=2000+\text{Гс}} - \Delta\varphi|_{B=0} = 0.0063 - 0.0297 = -0.0234 \text{ В} \quad (30)$$

а также знак основных носителей заряда в образце - положительный, значит носителями заряда являются дырки.

## 2.3. Определение коэффициента Холла

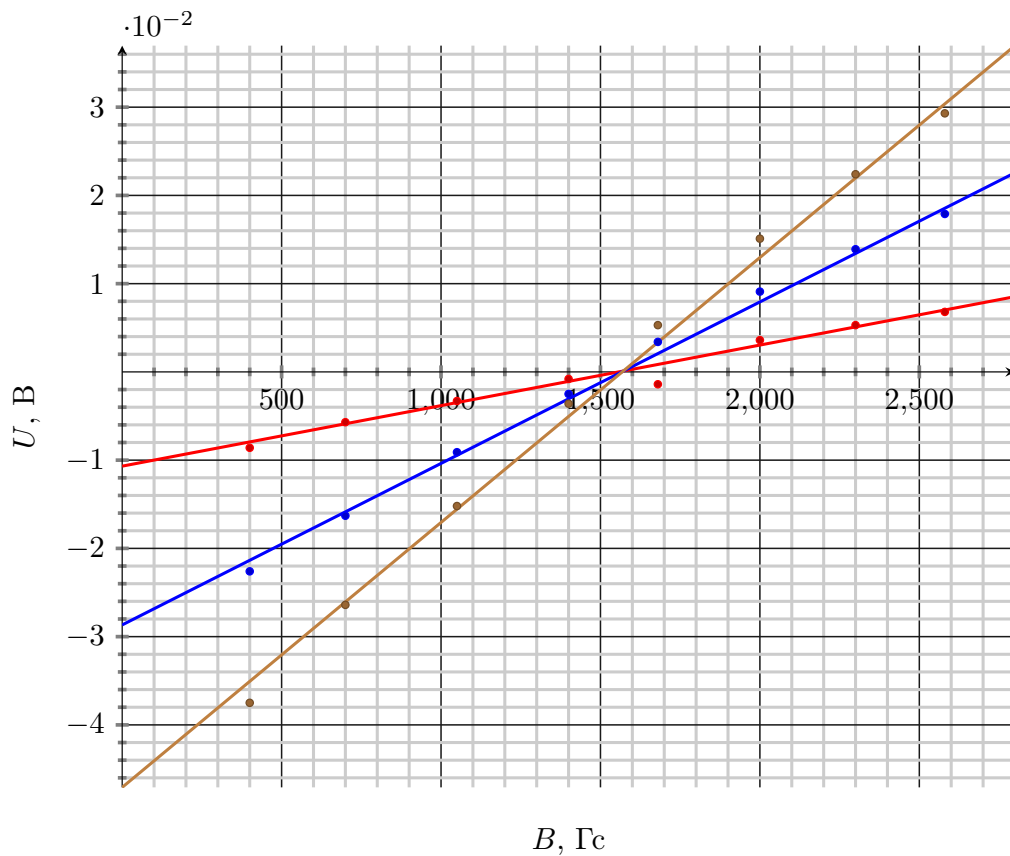
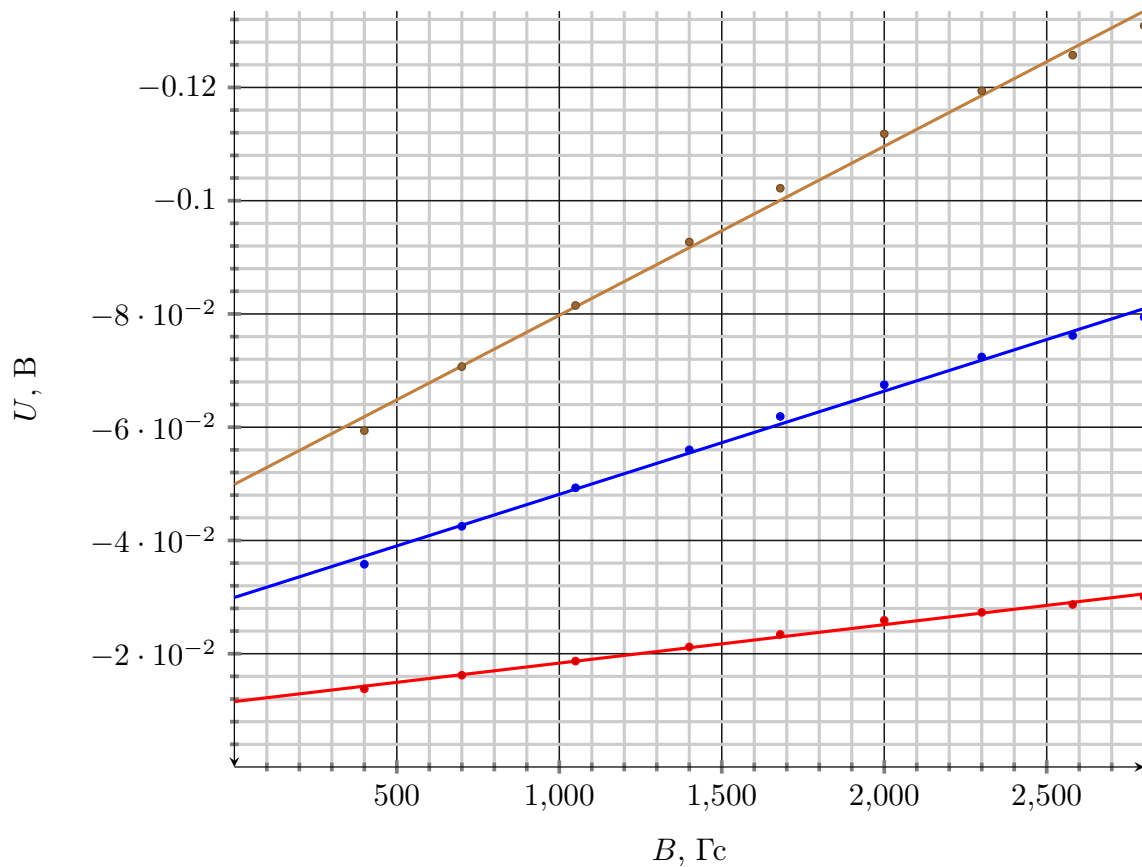
### 2.3.1 Определение зависимости $U_{34}^B(B)|_{J=\text{const}}$

Установив ток в образце  $J = 2 \text{ мА}$ , Сняли зависимость разности потенциалов  $U_{34}^B$  от величины поля  $B$ . Измерения проведены при изменении тока  $i$  в обмотках электромагнита 0 до 1 А с шагом 0.1 А. Эксперимент повторили для  $J = 5 \text{ мА}$ ,  $J = 8 \text{ мА}$ .

Таблица 1: Зависимость  $U_{34}^B(B)$

$i, \text{ А}$	$U _{J=+2\text{ мА}}, \text{ В}$	$U _{J=-2\text{ мА}}, \text{ В}$	$U _{J=+5\text{ мА}}, \text{ В}$	$U _{J=-5\text{ мА}}, \text{ В}$	$U _{J=+8\text{ мА}}, \text{ В}$	$U _{J=-8\text{ мА}}, \text{ В}$
0.1	-0.0086	-0.0138	-0.0226	-0.0358	-0.0375	-0.0594
0.2	-0.0057	-0.0162	-0.0163	-0.0425	-0.0264	-0.0707
0.3	-0.0033	-0.0187	-0.0091	-0.0493	-0.0152	-0.0815
0.4	-0.0008	-0.0212	-0.0025	-0.0560	-0.0036	-0.0927
0.5	-0.0014	-0.0234	0.0034	-0.0619	0.0053	-0.1022
0.6	0.0036	-0.0259	0.0091	-0.0675	0.0151	-0.1118
0.7	0.0053	-0.0273	0.0139	-0.0724	0.0224	-0.1194
0.8	0.0068	-0.0287	0.0179	-0.0762	0.0293	-0.1257
0.9	0.0080	-0.0300	0.0210	-0.0794	0.0345	-0.1309





Для трех токов нашли угловой коэффициент:

$$\left. \frac{U_H}{B} \right|_{J=2 \text{ мА}} = 0.68 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мВ}}{\text{Гс}}, \quad \left. \frac{U_H}{B} \right|_{J=5 \text{ мА}} = 1.83 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мВ}}{\text{Гс}}, \quad \left. \frac{U_H}{B} \right|_{J=8 \text{ мА}} = 3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мВ}}{\text{Гс}} \quad (31)$$

Отсюда

$$R = \frac{U_H c}{B J} = 0.68 \cdot 10^{-2} \frac{\text{мВ}}{\text{Гс}} \cdot \frac{0.102 \text{ см}}{8 \text{ мА}} \cdot 10^8 = 0.68 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0.102}{2} \cdot 10^8 = 34680 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (32)$$

Аналогично

$$R = 1.83 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0.102}{5} \cdot 10^8 = 37332 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (33)$$

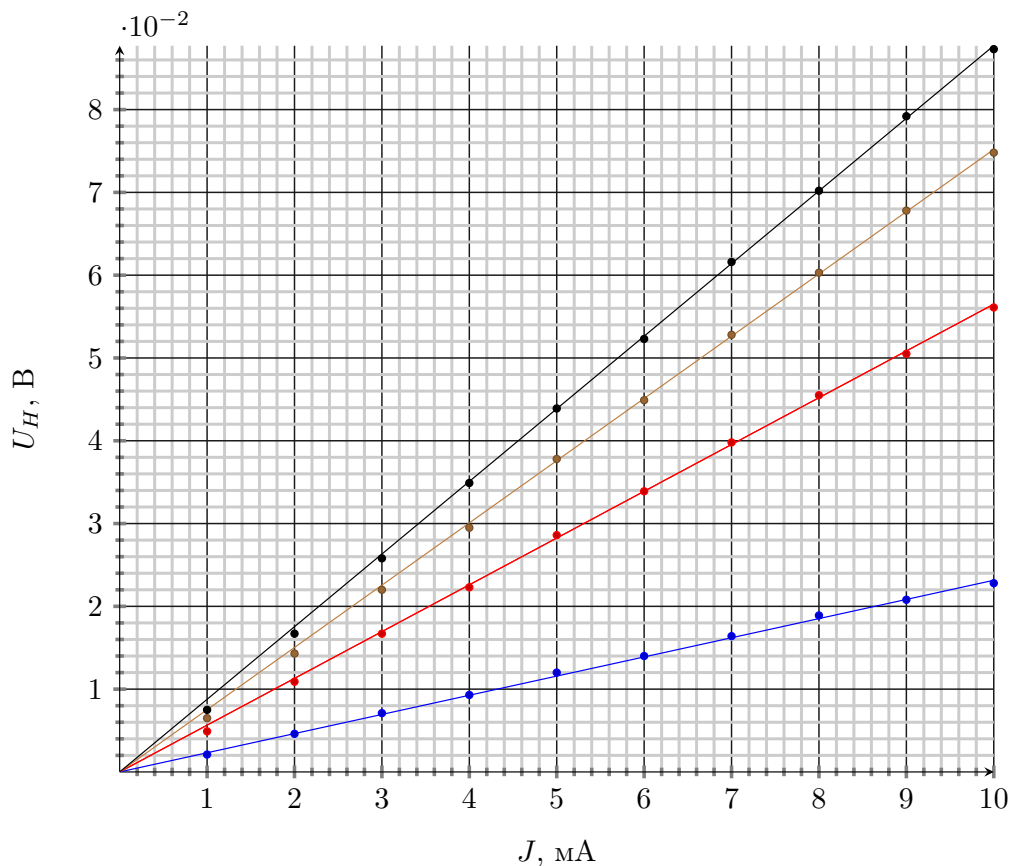
$$R = 3 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0.102}{8} \cdot 10^8 = 38250 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (34)$$

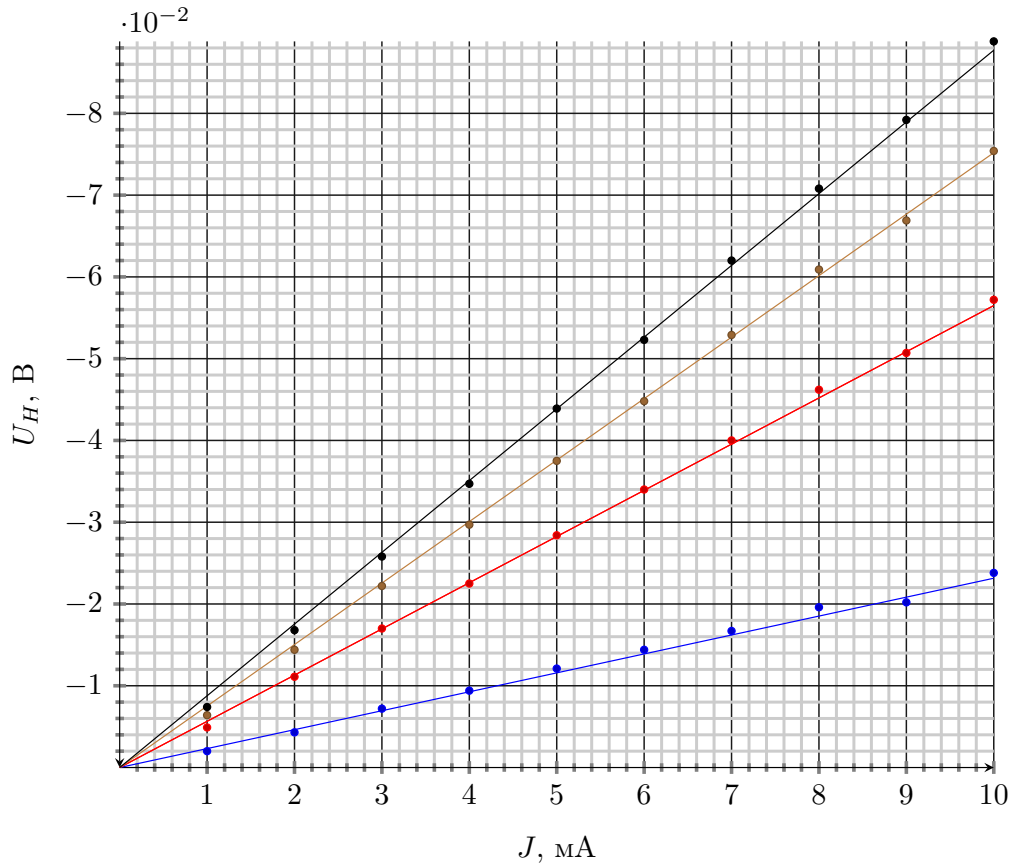
### 2.3.2 Определение зависимости $U_H(J)|_{B=const}$

Сняли зависимость  $U_H(J)|_{B=const}$ . Измерения провели при выключенном магнитном поле, а затем при четырех различных значениях  $B^+$ . Нашли угловой коэффициент:

$$\left. \frac{U_H}{J} \right|_{B=650 \text{ Гс}} = 2.315 \frac{\text{мВ}}{\text{мА}}, \quad \left. \frac{U_H}{J} \right|_{B=1500 \text{ Гс}} = 5.696 \frac{\text{мВ}}{\text{мА}}, \quad (35)$$

$$\left. \frac{U_H}{J} \right|_{B=2000 \text{ Гс}} = 7.622 \frac{\text{мВ}}{\text{мА}}, \quad \left. \frac{U_H}{J} \right|_{B=2400 \text{ Гс}} = 8.886 \frac{\text{мВ}}{\text{мА}} \quad (36)$$





Отсюда

$$R = \frac{U_H c}{J B} = 2.315 \frac{\text{мВ}}{\text{мА}} \cdot \frac{0.102 \text{ см}}{650 \text{ Гс}} \cdot 10^8 = 2.315 \cdot \frac{0.102}{650} \cdot 10^8 = 36327 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (37)$$

Аналогично

$$R = 5.696 \cdot \frac{0.102}{1500} \cdot 10^8 = 38732 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (38)$$

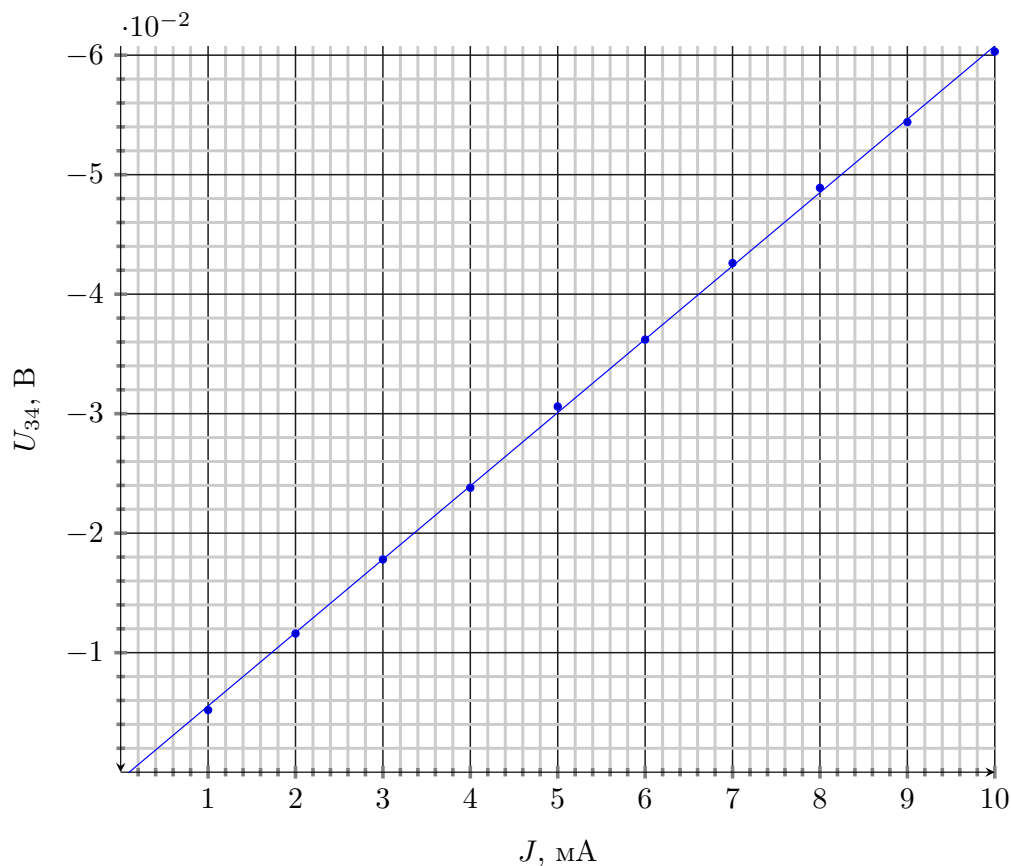
$$R = 7.622 \cdot \frac{0.102}{2000} \cdot 10^8 = 38872 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (39)$$

$$R = 8.886 \cdot \frac{0.102}{2400} \cdot 10^8 = 37765 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (40)$$

Среднее значение  $R$  по всем экспериментам

$$R \equiv \langle R \rangle = 37400 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (41)$$

### 2.3.3 Определение сопротивления участка $R_{34}$



Из графика  $U_{34}(J)|_{B=0}$  нашли сопротивление  $R_{34}$  как угловой коэффициент:

$$R_{34} = 6.137 \frac{\text{мВ}}{\text{мА}} = 6.137 \text{ Ом} \quad (42)$$

Тогда можем найти смещение:

$$\Delta x = bc \cdot R_{34} \cdot \sigma = 0.48 \cdot 0.102 \cdot 6.137 \cdot 0.0827 = 0.025 \text{ см} \quad (43)$$

### 2.4. Определение холловской подвижности и угла Холла

Найдем холловскую подвижность:

$$\mu_H = R\sigma = 37400 \cdot 0.0827 = 3092 \frac{\text{см}^2}{\text{Кл} \cdot \text{Ом}} \quad (44)$$

$$\mu_H = 0.3 \frac{\text{м}^2}{\text{Кл} \cdot \text{Ом}} \quad (45)$$

Проверим условие слабого поля. В нашем случае поле порядка 3000 Гс (0.3 Тл):

$$\mu_H \cdot B = 0.3 \cdot 0.3 = 0.09 \ll 1 \quad (46)$$

Для поля 2000 Гс можем найти угол Холла:

$$\vartheta \approx -\mu_H \cdot B = -0.3 \cdot 0.2 = -0.06 \quad (47)$$

## 2.5. Определение концентрации носителей

Оценим концентрацию носителей по формуле

$$n = \frac{\gamma}{Rq} \quad (48)$$

Здесь  $\gamma$  – холл-фактор, учитывающий механизм рассеяния свободных носителей заряда, для используемого образца  $\gamma = 1.18$ :

$$n = \frac{1.18 \cdot 10^{19}}{37400 \cdot 1.6} = 1.97 \cdot 10^{14} \quad (49)$$

### 3. Заключение

В ходе данной работы была снята зависимость разности потенциалов контактов 5 и 6 от величины тока в отсутствие магнитного поля  $B$ . Определено сопротивление участка  $R_{56}$ :

$$R_{56} = (237 \pm 2) \text{ Ом} \quad (50)$$

Вычислена удельная электрическая проводимость полупроводника

$$\sigma = 0.0827 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1} \quad (51)$$

Определен знак и величина холловской разности потенциалов, а также знак основных носителей заряда в образце: положительный – значит, носителями заряда являются дырки.

Сняли зависимость разности потенциалов  $U_{34}^B$  от величины поля  $B$ . Так же сняли зависимость  $U_H(J)|_{B=const}$ .

Анализом графиков получили среднее значение коэффициента Холла  $R$

$$R \equiv \langle R \rangle = 37400 \frac{\text{см}^3}{\text{Кл}} \quad (52)$$

Из графика  $U_{34}(J)|_{B=0}$  нашли сопротивление  $R_{34}$  как угловой коэффициент:

$$R_{34} = 6.137 \text{ Ом} \quad (53)$$

Нашли смещение контактов:

$$\Delta x = 0.025 \text{ см} \quad (54)$$

Определили холловскую подвижность

$$\mu_H = 0.3 \frac{\text{м}^2}{\text{Кл} \cdot \text{Ом}} \quad (55)$$

Для поля 2000 Гс нашли угол Холла:

$$\vartheta = -0.06 \quad (56)$$

Оценили концентрацию свободных носителей

$$n = 1.97 \cdot 10^{14} \quad (57)$$