Intro. Данный документ создан на базе лекций, прочитанных Коржимановым А.В. 430-й группе радиофака ННГУ в 2018-2019 году. Лекции записала Разова А.А., отсканировал Виноградов Илья, перевел в pdf-формат и добавил содержание Сарафанов Ф.Г., 430 группа радиофака, 2019 год.

Содержание кликабельно, при нажатии на раздел произойдет переход к нужной странице. Курсивом набраны разделы, названия которых в лекциях не записаны, но структурно они отражают тему данного раздела.

Содержание

нужны релятив. формулы. Ур-ние Шредингера не подходит. Надо его обобщить.

Релятив. обобщ. ур-ние Шредингера - ур-ние Дирака.
(для водорода оно решается. Решение можно в виде ряда представить)
в ур-нии Шр-ра так:

$$E_n = -\frac{R}{n^2}$$

В ур-нии Дирака в 0 приближении также, но в других появляется поправка

$$E_{nj} = -\frac{R}{n^2} - \alpha^2\frac{R}{n^3}\left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n}\right) + O(\alpha^4)$$

α - постоянная тонк. структура $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$

В этом результате лежат все релятивистские поправки (т.е. на массу, расстояние, время, спин, взаимодействия спин-орбит.)

$n=1$, $l=0$, $j = 1\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$ => $j=\frac{1}{2}$ этот уровень не расщепляется но смещается

$\exists$ $E_{1, 1/2} = -R\left(1 + \underbrace{\frac{\alpha^2}{4}}_{\sim 10^{-5}}\right)$

Чем больше n и j тем меньше поправка.
Тем не менее спектроскопия помогает видеть это расщепление.

Эта ф-ла справедлива только для атома водорода
Это расщепление наз-ся тонкая структура энергетических уровней

<u>Многоэлектронные атомы.</u>

Много электронов - у каждого спиновый момент $\vec{S}$
нужно ещё и связь просчитать.
Можно составить полный момент

$$\vec{J} = \sum_i (\vec{L}_i + \vec{S}_i)$$

Можно $\exists$ и подсуммы и смотреть на них.
Есть приближение, в показывают, что есть подсуммы, в имеют физ. объяснение

Приближение L-S-связи (нормальное, Рассел-Саундерс)

Приближение j-j связи.

L-S связь.

Работает когда эл/ст. вз-вие более сильное чем спин-орб-ное вз-вие. (лёгкие атомы)

Можем считать что эти электростатичен, их орбитали не синхронизированы. Но можем говорить, что ор-ное движение ур-вешивается эл/стат. вз-вие. А спин-ор-ное мало.

Электроны двигаются как единое целое

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L_i}, \quad \vec{S} = \sum_i \vec{S_i}$$

Тогда описание сводится к 3 числам.

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ это S, L, J.

Здесь эти числа пишутся заглавными буквами

$$\vec{J} = \hbar^2 J(J+1)$$
$$\vec{L} = \hbar^2 L(L+1)$$
$$\vec{S} = \hbar S(S+1)$$

Орбитал. момент импульса. Они могут быть только целыми => число L-тоже целое

Это сумма моментов импульса спинов, S-не целое и целое. И сумма будет целой или нецелой зависит от S.

S-целое - если чётное кол-во электронов

S-полуцелое - если нечётное кол-во электронов

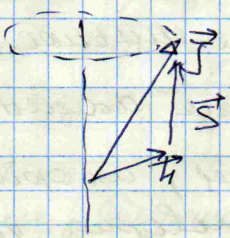
J-сумма S и L, целое/полуцелое число

J совпадает с целостью или полуцелостью S

$J = |L-S|, \ldots, L+S$

внеш. оболочки. Электроны находятся в центрально-симметр. поле. => в такой системе сохраняется момент импульса. θ и φ - обобщ. коор-ты

=> $\vec{J}$ - сохраняется. Вообще говоря она равномерно размазана по конусу, но её проекция сохраняется



Но $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

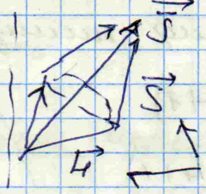
и з/н сох-ния для L и S никто не обещал. Они могут изменяться.

И их изменение и есть спин-орб. вз-вие.

С-о. вз-вие не сильно расщепляет уровни и иногда достаточно фонового воздействия чтобы изменить L и S (т.е. с одного уровня переходит на другой.

L и S не сохраняют проекцию на ось.

L и S совершают прецессию вокруг J в силу неопределённости.



сами по конусу крутятся.

мультиплетность

$^{(2S+1)}L_J$

$L = 0$ S

$L = 1$ P

$L = 2$ D

$L = 3$ F

$^2P_{3/2}$

$J = 3/2$ соот-ет $S = 1/2$

Муль-ть должна совпадать с числом подуровней. Но это не всегда так.

Когда $S \le L$ - число подуровней $2S+1$

Когда $L \le S$ - число подуровней $2L+1$.

<u>Пример.</u> Пусть есть атом с двумя валентными электронами (т.е. на внеш. оболочке)

=> $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ или $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$\Downarrow$

$J = L$ $\qquad$ $J = |L-1|,\ L,\ L+1$

$2S+1=1$ $2S+1=3$

такие уровни наз-ся синглетными исключение когда $L=0$.

$^1S_0,\ ^1L_1,\ ^1D_2,\ ^1F_3$ $^3S_0,\ ^3S_1$

двуплетный (не расщеплённый)

Когда $L=1$, то $^3P_0,\ ^3P_1,\ ^3P_2$

Когда $L=2$, то $^3D_1,\ ^3D_2,\ ^3D_3$

Или на языке химии $3s^2 3p^6\ 3d^2$

j-j-связь.

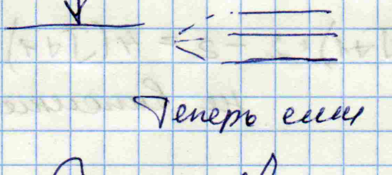
Когда спин-ор-ное вз-вие много больше чем эл/ст. вз-вие (тяжелые электроны)

Электроны экранируют поле друг. друга. На внешние малое воздействие. Электрон как сам по себе. У электрона есть свой момент полный

$\vec{J_i}=\vec{S_i}+\vec{L_i}$

А состояние хар-ются состоянием $\{J_i\}$

Сами энергетич. уровни не видны. Их наб-ют с помощью излучения электронов. Для определения спектра знать структуру энерг. ~~спектров~~ уровней не достаточно. Нужны правила отбора. (они запрещают переход между невозможными ур-нями)



Добавляем спин-ор-ное вз-вие => расщепление

=> возможные 15 линий

Теперь если была одна линия, то мы видим гребенку

Правила отбора берется из з-на сохр. момента

В каждом акте должен сох-ся момент импульса.

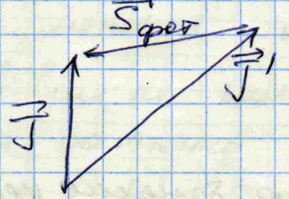
Есть момент импульса у фотона (а именно спин — он связан с поляризацией

$S_{фотона} = 1$ — модуль спина электрона

$\vec{J} = \vec{J}' + \vec{S}_{фотона}$

=> переходы $J = 0$ и $J' = 0$ — запрещены

Нужно понять, если есть $\vec{J}$, то какие J' могут быть при условии наличия $\vec{S}_{фотона}$ и з/н сохр. мом. импульса



Предположим, что $|\vec{J}'| \geq \vec{J}$
не уменьшается

=> $|\vec{J}'| \leq |\vec{J}| + |\vec{S}_{фот}|$

правило треугольника

Но уровни определяются квантов. числами

$$\sqrt{\hbar^2 J'(J'+1)} \leq \sqrt{\hbar^2 J(J+1)} + \sqrt{\hbar^2 S_{фот}(S_{фот}+1)}$$

$S_{фот} = 1$

$$\Rightarrow \sqrt{J'(J'+1)} \leq \sqrt{J(J+1)} + \sqrt{2}$$

Введём $\Delta J = J' - J \geq 0$ — по нашему условию,

т.к. J' и J — состояние одного электрона => они либо оба целых, либо оба полуцелых => ΔJ — целое

$$\Delta J^2 + (2J+1)\Delta J - 2 \leq 2\sqrt{2J(J+1)}$$

Левая часть с ростом ΔJ растёт.

Это неравенство выполняется для $\Delta J = 0$ или $\Delta J = 1$.

$$-2 \leq 2\sqrt{2J(J+1)}$$

$$1 + (2J+1)\cdot 1 - 2 \leq 2\sqrt{2J(J+1)}$$

Если же $\Delta J = 2$, то $4 + (2J+1)\cdot 2 - 2 = 4(J+1) > 2\sqrt{2J(J+1)}$
не выполняется

=> $\Delta J = 0$, $\Delta J = 1$.

Если ж когда $|\vec{J}'| \leq \vec{J}$, то $\Delta J \leq 0$ =>

$\Delta J = 0, -1$

Тогда при переходе возможны переходы при излучении одного фотона при условии

$$\boxed{\Delta J = 0, \pm 1, \quad \text{но } J = 0,\ J' = 0 \text{ - запрещены,}}$$

$$\boxed{\Delta m_J = m_J' \quad m_J = 0, \pm 1}$$

$$(S_{\phi z} = -\hbar, 0, \hbar)$$

$$m_{S\phi} = -1, 0, 1$$

$$m_{J'} = m_J - m_{S\phi}$$

Эти правила строгие. Они вообще говоря выполняются всегда.

Нестрогие правила отбора.

Спин - релятив. эффект. Энергия фотона << энергии покоя электрона $E_\phi \ll m_0 c^2$ => слабо взаимодействует со спином. Приближенно всегда можно считать, что

$\Delta S = 0$ => ΔJ зависит от $\Delta L = 0, \pm 1$.

Переходы с другими ΔS не запрещены, но у них меньше интенсивность (сложно заметить)

Замечание.

1) Предполагаем, что у нас однофотонные процессы

2) Всюду э/м процессы

3) Запрещенные переходы не запрещены абсолютно, просто интенсивность маленькая. Может случиться если сбросить куда-то момент импульса.

Эффект Зеемана.

Расщепление линий во внешнем маг. поле.

Расщепление там где вырождение

Степень вырождения $2n^2$

Вырожден по числам j, l, m_j

Спин орб. вз-вие снимает вырождение только по двум числам j и l.

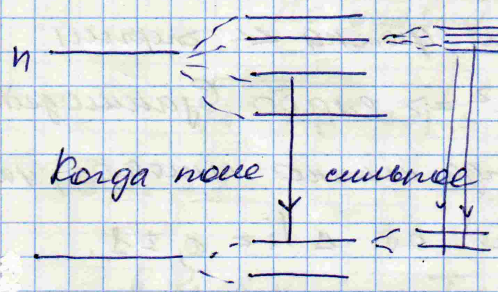
Остается вырождение по m_j

$m_j = -j, -j+1, \dots, j$

зависит от того сколько электронов (будет целым / полуцелым)

Нужно выделенное направление по в котором квантовать.

В m_j — этого нет. Нужно внешнее поле.



Когда поле сильнее, то эта структура уплотняется.

Наблюдал Зееман 1896г.

Эффект Зеемана

Простой (нормальный)

Сложный (аномальный)

Вместо одной линии появляется три — наз-ся Лоренцевский триплет.

может быть любое количество

Можно объяснить с класс. точки зрения

Здесь не играет роль спин (переход между уровнями где спин = 0)

Играет роль только орбитальное движение

Изменение энергии связано с вз-вием магнитного момента

Простой эффект Зеемана

$$E = E_0 - (\vec{\mu}\vec{B}) = E_0 - \mu_z B \qquad \vec{B} = B\vec{z}_0$$

Если нет спина — проекция квантуется и квант равен магнетону Бора

$$\mu_z = m_L \mu_B = \quad (m_L = m_j)$$

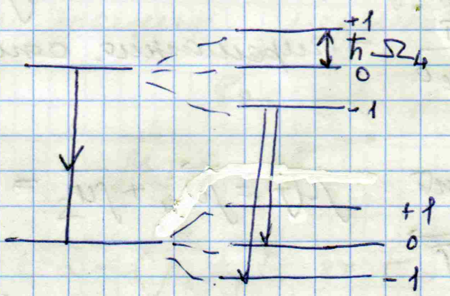
$$= m_L \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

↑ масса электрона

$$E = E_0 - m_L \frac{e\hbar B}{2m_e c} = E_0 - m_L \hbar \Omega_L$$

Квант $\hbar\Omega_L$ где $\Omega_L = \frac{eB}{2m_e c}$ — ларморовская частота

$$m_L = -L, \dots 0, \dots L$$



Возможно гипотетически 9 переходов (а было один)

Но есть правила отбора $\Delta m_L = 0, \pm 1$

Когда переход между -1 и -1, 0 и 0, +1 и +1 здесь частота равна изначальной частоте, при других либо увеличивается либо уменьшается на Ω_L

$$\omega = \omega_0 - \Omega_L \Delta m_L$$

$$\underset{\sigma}{\omega_0 - \Omega_L} \qquad \underset{\pi}{\omega_0} \qquad \underset{\sigma}{\omega_0 + \Omega_L}$$

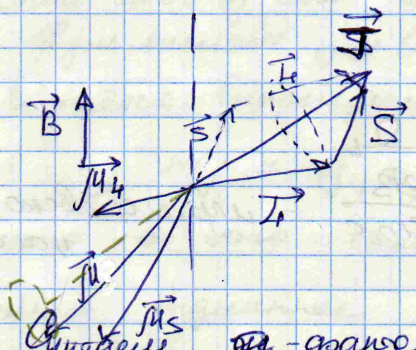
Эти три компоненты имеют определённую поляризацию. Всё зависит от проекции момента импульса фотона. Если 0, то это линейная поляризация, тогда у нашего электрона π-поляризация. Если у фотона $\pm\hbar$, то это круговая поляризация, тогда у нашего электрона σ-поляризация

Сложный эффект Зеемана

Есть теперь спин. $\nexists$ L-S-связь

Здесь перемешиваются орбитальные моменты

Есть выделенное направление сонаправленное с полем $\vec{B}$



$\vec{S}$ и $\vec{L}$ прецессирует

С моментами импульса связаны магнитные моменты

$$\vec{\mu}_L = -g_L \vec{L}\Gamma$$
$$\vec{\mu}_S = -g_S \vec{S}\Gamma$$

Считаем g-фактор - безразмерным, поэтому для размерности $\Gamma = \frac{e}{2m_e c}$ - гиромагнит. отношение

$$g_L = 1, \quad g_S = 2$$

Запишем полный момент $\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S =$
$$= -(g_L\vec{L} + g_S\vec{S})\Gamma \not\uparrow\uparrow \vec{J}$$

Магнитный момент не имеет одной проекции, нужно усреднить

$$\hat{\vec{J}} = \hat{\vec{L}} + \hat{\vec{S}}$$
$$\hat{J}^2 = \hat{L}^2 + \hat{S}^2 + 2(\hat{\vec{L}}, \hat{\vec{S}})$$
$$(\vec{L}, \vec{S}) = \frac{1}{2}(\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2) \ominus$$

Если J, S, L - определены, обычно знаем $\hat{J}$, $\hat{L}$ и $\hat{S}$

$$\ominus \frac{1}{2}\hbar^2\left(J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)\right)$$

где J, L, S - квантовые числа

$\vec{\mu}$ - прецессирует

$$(\hat{\vec{\mu}}, \hat{\vec{J}}) = -\Gamma(g_L\hat{\vec{L}} + g_S\hat{\vec{S}})(\hat{\vec{L}} + \hat{\vec{S}}) = -\Gamma\left(g_L\hat{L}^2 + g_S\hat{S}^2 + (g_L + g_S)(\hat{\vec{L}}, \hat{\vec{S}})\right)$$

Может ввести g-фактор для полного магнитного момента

$$(\hat{\vec{\mu}}, \hat{\vec{J}}) = -g\Gamma\hat{J}^2$$

$$g = \frac{g_L+g_S}{2} + \frac{g_L-g_S}{2}\cdot\frac{\hat{L}^2-\hat{S}^2}{\hat{J}^2}$$

$$g = \frac{g_L+g_S}{2} + \frac{g_L-g_S}{2}\cdot\frac{L(L+1)-S(S+1)}{J(J+1)}$$ – множитель Ланде

$$g = \frac{1+2}{2} + \frac{1-2}{2}\,\frac{(L+1)L-S(S+1)}{J(J+1)}$$

$$g = \frac{1}{2} - \frac{L(L+1)-S(S+1)}{2J(J+1)}$$

$$(\hat{\vec{\mu}},\hat{\vec{J}}) = \hat{\mu}_{\parallel}|\hat{\vec{J}}|$$

$$(\hat{\vec{\mu}},\hat{\vec{J}}) = -g\Gamma\hat{\vec{J}}^2 \Rightarrow \mu_{\parallel}|\hat{\vec{J}}| = -g\Gamma|\hat{\vec{J}}|^2 \Rightarrow \mu_{\parallel} = -g|\hat{\vec{J}}|\Gamma$$

$\mu_{\perp}$ – размыт (в квантовом смысле не определён)

Если процессы медленные, то усредним $\mu \approx \mu_{\parallel} = -g|\hat{\vec{J}}|\Gamma$

Вот это уже и называют μ_J

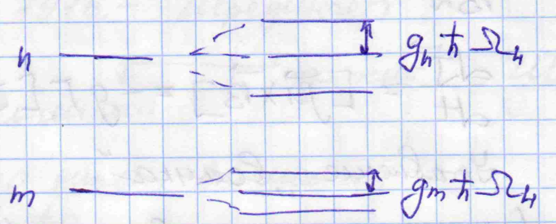
$$\vec{\mu}_J = -g\Gamma\vec{J}$$

$$E = E_0 - (\hat{\vec{\mu}}_J,\hat{\vec{B}}) = E_0 + g\Gamma(\hat{\vec{J}},\hat{\vec{B}}) = E_0 + g\Gamma\hat{J}_z\hat{B} =$$
$$= E_0 + g\Gamma m_J\hbar B = E_0 + m_J g\cdot\hbar\frac{eB}{2m_ec}$$

Энергия уровня $E = E_0 + m_J\hbar g\Omega_L$

E_0 ↑ изначальная энергия уровня

Уровни расщепляются на величину $\hbar g\Omega_L$



Обращаю не на Ω_L => может иметь разное отличие.

Это всё в случае малых магнитных полей.

Здесь тонкая структура.

Если ~~поле~~ более сильное, то линии будут накладываться друг на друга и перемешиваться.

Эффект Пашена – Бака

Когда взаимодействие с маг. поле больше чем спин орбитальное, то $\vec{L}$ и $\vec{S}$ прецессирует независимо. Теперь и $\vec{J}$ не постоянно (не обязано сохраняться).

Тогда энергия $E = E_0 + \frac{e\hbar}{2m_e c}(\vec{L} + 2\vec{S})\vec{B} =$

$= E_0 + \hbar\Omega_L(m_L + 2m_S)$

Это похоже на Лоренцевский триплет.

И при этом $\Delta m_J = 0$, а $\Delta m_L = 0, \pm 1 \Rightarrow$

Изменение частоты $\Delta\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = 0, \pm\Omega_L$

Обнаружен в 1912 г.

Магнитный резонанс.

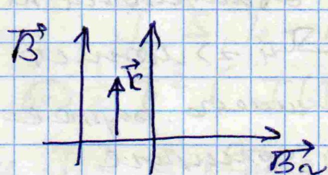
До этого мы к переходы между подуровнями разных уровней. А возможно ли переход между подуровнями одного уровня? Да, возможен.

Но $I \sim \nu^3$

А у них ν очень мало.

Но мы можем вызвать резонанс.

Накладываем поле $\vec{B}$ и пускаем э/м волну у в маг. поле переменное $\vec{B}_\sim$

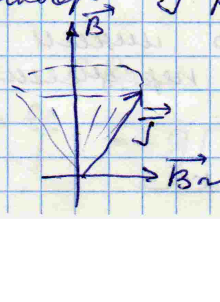


$$\frac{d\vec{J}}{dt} = [\vec{\mu} \times \vec{B}] = -g\Gamma[\vec{J} \times \vec{B}]$$

Уравнение „волчка".

Прецессия этого „волчка" происходит с частотой $\vec{\Omega} = -g\Gamma\vec{B}$

Если наложим поле $\vec{B}_\sim$ с той же частотой, то оно раскачивает вектор $\vec{J}$ раскачивать



$B_\sim \sim \cos(\Omega t)$ — для наблюдения резонанса

Скачки будут $\Delta m_J = \pm 1$. Изменения энергии будет происходить на $\Delta E = \hbar g \Omega_L$

Какой должна быть Ω?

Для электрона $\lambda = \frac{2\pi c}{\Omega} = \frac{2\pi c}{g \mu_B B} = \frac{(2\pi c^2 m_e)}{g e \hbar B} =$

$= \frac{10^3 \text{ см} \cdot \text{Гс}}{g \cdot B}$ $\sim 10^3$ см·Гс,

Если поле $B = 10^3$ Гс, то $\lambda = 1$ см – нужная длина волн – СВЧ диапазон

Для $B \sim 1$ Тл, $\lambda \sim 1$ мм

Чтобы снять вырождение по проекции нужна какая-либо несимметричность.

Эффект Штарка.

Расщепление спектральных линий атома в электрич. поле. Открыт 1913 г. Прежде чем помещать в эл. поле, нужно поляризовать молекулу. Потом помещать в эл. поле.

1915

1916. – Шредингер

Эффект Штарка

Линейный

Когда диполь. эл. момент $\vec{p}_0 \neq 0$.

Только у водородоподобных атомов. Здесь не снимается вырождение по l в тонкой структуре атома.

Если это состояние с разными l, то с суммарным будет интересно и здесь $\vec{p}_0 \neq 0$

$\Delta E = (\vec{p}_0, \vec{E}) \sim E$

Квадратичный

$\vec{p}_0 = 0$

$\vec{p} = \beta \vec{E}$

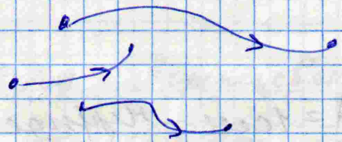
$\Delta E = (\vec{p}, \vec{E}) = \beta \vec{E}^2$

Многоэлектронные квантовые системы.

Многоэлектронные – много электронов, или много частиц

Есть отличие от класс.-кого: это принцип тождественности.

Есть класс. система из нескольких частиц

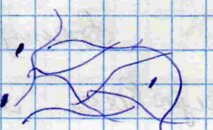


Можем их пронумеровать.
Можем сказать куда пришли
Их опред. скорость и коор-ты в пространстве.
Можем за ними проследить.

В квант. системе:

В общем случае если даже вначале волновую знаем. И начинается динамика, то волновая функция изменится, она перемешивает частицы.

Если одинаковые частицы, то они принципиально не различимы. Не можем построить отдельную траекторию для каждой частицы



Есть общая волновая ф-ция всей системы

$\Psi(q_1, q_2)$ ← она зависит от обобщ. коор-т

Введём оператор перестановки, в меняет коор-ты частиц местами $\hat{P}\Psi(q_1,q_2)=\Psi(q_2,q_1)$

Если подействуем им дважды $\hat{P}^2\Psi(q_1,q_2)=\hat{P}\Psi(q_2,q_1)=\Psi(q_1,q_2)$

=> получим ур-ние на соб. ф-ции и соб. значения оператора $\hat{P}^2$.
При этом $\hat{P}^2=1$, $\hat{P}=\pm 1$

Для данного класса частиц он принимает одно и тоже значение

← Частицы →

$\hat{P}=1$ $\hat{P}=-1$

$\Psi_s(q_1, q_2) = \Psi_s(q_2, q_1)$

Симметрична. При перестановки частиц не меняет знак (целый спин)

Это базоны

γ - фотон (частица взаимодействия)

$^4_2He^{2+}$ (ядро) - α частица

$\Psi_a(q_1, q_2) = -\Psi_a(q_2, q_1)$

Антисимметрична

Это фермионы

e^-, p^+, n^0, ...

(полуцелый спин)

$^3He^{2+}$ (ядро).

Среди составных частиц - есть разные и базоны, и фермионы.

Симметричность и антисимметричность зависит от спина

Антисимметричность приводит к

Принцип запрета Паули

$\nexists$ не взаимодействие частицы

$$\hat{H}\Psi(q_1, q_2) = E\Psi(q_1, q_2)$$

нет взаимодействия: $\hat{H} = \hat{H}_1(q_1) + \hat{H}_2(q_2)$ (*)

$$\Rightarrow \quad \Psi(q_1, q_2) = \varphi_\alpha(q_1)\varphi_\beta(q_2)$$

функция факторизована

Если есть возможность разбить так гамильтониан (*), то функция Ψ будет факторизована.

Тогда можно разбить на два независимых ур-ний:

$$\hat{H}_1\varphi_\alpha = E_1\varphi_\alpha$$
$$\hat{H}_2\varphi_\beta = E_2\varphi_\beta$$
где $E = E_1 + E_2$

В ур-нии Шредингера нет спина. Но есть ур-ние Паули, в учитывает спин.

Но какая разница. Здесь ур-ние Паули.

Просто ур-ние от непрерывной коор-ты (ур-ние Ш.), а спин дискретен (ур-ние Паули)

Все решения φ_α и φ_β совподают. Все соб. значения

$\Psi = \varphi_\alpha \cdot \varphi_\beta$ – не симметричен, не антисимметричен

Они не удовлетворяют принципу тождественности.

Они образуют базис. И все функции есть их линейная комбинация.

$\Psi_s = \varphi_\alpha(q_1)\varphi_\beta(q_2) + \varphi_\alpha(q_2)\varphi_\beta(q_1)$ – симметричная

Она уже удовлетворяет реально $\exists$ частице.

$\Psi_a = \varphi_\alpha(q_1)\varphi_\beta(q_2) - \varphi_\alpha(q_2)\varphi_\beta(q_1)$ – антисимметричная

$\Rightarrow$ $\varphi_\alpha \neq \varphi_\beta$, иначе получим 0 – тогда решение говорит что нет частиц, а они есть $\Rightarrow$ противоречие

две частицы описываемые этой функцией, не могут одновременно находится в одном месте.

1) Фермионы (не взаимодейств-е) не могут находится в одном состоянии. Это и есть принцип запрета Паули.
с учетом спина
(или не более двух без учета спина)

2) В одном пространственном состоянии в атоме не более двух электронов (Они (электроны) отличаются проекцией спина)

Периодическая система хим. элементов им. Менделеева

1869г – Д.И.М.

118 – элементов из в только 90 встречаются в природе.

Самый тяжёлый ^{92}U – уран

1922г – Н. Бор – сформулировал физич. смысл этой таблице (выстроена по ↑ кол-ва электронов)

1925г – В. Паули (добавил принцип запрета.)

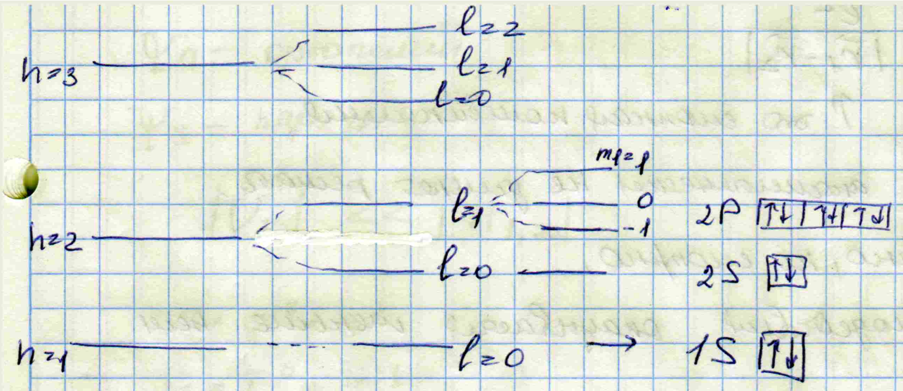
Состояние электрона в водородоподобном атоме можно описывать 4-мя числами (n, l, m_l, m_s)

т.к. m_s принимает значение $\pm\frac{1}{2}$, то пишут только тройку чисел (n, l, m_l). $n = 1, 2, \ldots$, $l = 0, 1, \ldots, n-1$,

$m_l = -l, \ldots 0, \ldots l$

Если просуммировать n, l и m_l – n^2-состояний

И если учесть спин, то $2n^2$ – состояний.



$n=1$ – K-слой – $2\bar{e}$

$n=2$ – L-слой – $8\bar{e}$

$n=3$ – M-слой – $18\bar{e}$

$n=4$ – N-слой – $32\bar{e}$

$n=5$ – O-слой – $100\bar{e}$

Это для водородоподобного атома.

Заполнение оболочек должно быть последовательно.

$1s \to 2s \to 2p \to 3s \to 3p \to 4s \to 3d$

обладает меньшей энергией чем 3d

Когда заполняется 3d, то возрастает экранирование $\Rightarrow \downarrow$ взаимодействие. Один электрон переносится с 4s на 3d.

Хром Cr $3p^6 4s^1 3d^5$

Рассмотрим как это влияет на спектры.

<u>Атом гелия.</u>

Заряжено ядро. Два электрона на орбите. Нужно решить ур-ние стац-ное Шредингера.

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{U}_{12}$$

$$\hat{H}_{1,2} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2_{1,2} - \frac{Ze^2}{r_{1,2}}$$

$\hat{U}_{12}$ – это член взаимодействия

$$\hat{V}_{12} = \frac{e^2}{r_{12}} = \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

это сложная комбинация.

В общем виде аналитически не умеют решать.

Численно можно, но сложно.

Энергия взаимодействия оказывается меньше чем кинетическая

Попробуем решать методом приближений!

Как не вз-щие частицы $\hat{H}^0 = \hat{H}_1 + \hat{H}_2$

нулевое приближение

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2)\Psi^0 = E^0\Psi^0$$ здесь E^0 - набор энергий

$$\Psi_0 = \varphi^0_\alpha(q_1)\varphi^0_\beta(q_2)$$

Волн. ф-ция факторизуется и ур-ние распадывается на два:

$$\hat{H}_1\varphi^0_\alpha = E^0_1\varphi^0_\alpha$$
$$\hat{H}_2\varphi^0_\beta = E^0_2\varphi^0_\beta$$
$$E^0 = E^0_1 + E^0_2$$

это ур-ние водородоподобных атома с $Z=2$.

Решение будет таким же как у водородноподобного атома

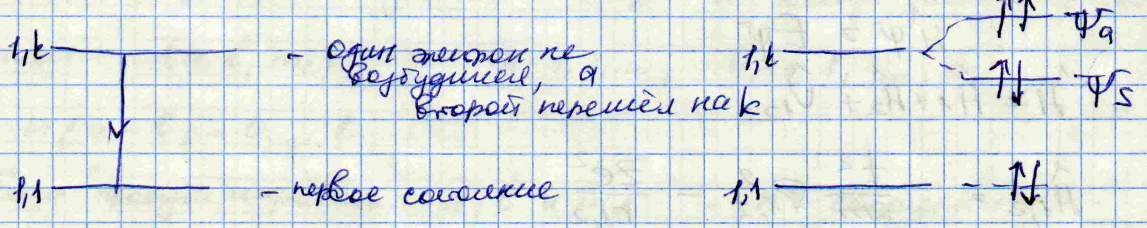
Спектр гелия будет таким же как у водородноподобного атома He^+, но только энергия будет как E^0.

Спектр излучения He ≈ спектр излучения He^+ + удвоение

Но есть ещё добавка. Она приводит к раздвоению линий спектра похожего на He^+

Здесь нет спина.

$$\Psi^0_{s,a} = \varphi^0_\alpha(q_1)\varphi^0_k(q_2) \pm \varphi^0_k(q_1)\varphi_2(q_2)$$



Ψ_a – ортогелий

Ψ_s – парагелий

$$|\hat{U}_{12}| << |\hat{H}_{1,2}|$$

$$\Psi = \psi^0 + \psi^1$$
$$E = E^0 + E^1$$

Это подставляют и пренебрегают $E^1\psi^1$

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{U}_{12})(\psi^0 + \psi^1) = (E^0 + E^1)(\psi^0 + \psi^1)$$

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2)\psi^0 + \hat{U}_{12}\psi^0 + (\hat{H}_1 + \hat{H}_2)\psi^1 + \underbrace{\cancel{\hat{U}_{12}\psi^1}}_{\text{мало}} = \cancel{E^0\psi^0} +$$
$$+ E^1\psi^0 + E^0\psi^1 + \underbrace{\cancel{E^1\psi^1}}_{\text{мало}}$$

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2)\psi^1 - E_0\psi^1 = -\hat{U}_{12}\psi^0 + E^0\psi^1$$

Оно решается. Находится ψ^1

$$E^1_{s,a} = |C_{s,a}|^2 \int \frac{e^2}{r_{12}} |\Psi^0_{s,a}|^2 dq_1 dq_2$$

$$E^1_s = |C_s|^2 (I_k + I_{об})$$
$$E^2_s = |C_a|^2 = (I_k - I_{об})$$

$$I_k = 2\int \frac{e^2}{r_{12}} |\psi_1^0(q_1)|^2 |\psi_k^0(q_2)|^2 dq_1 dq_2$$ – по сути кулоновский интеграл (это кулоновское взаимодействие)
(это классич. кулоновское вз-вие)

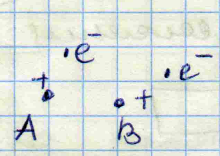
$$I_{об} = 2\int \frac{e^2}{r_{12}} \psi_1^0(q_1)\psi_k^{0*}(q_1)\psi_k^0(q_2)\psi_1^{0*}(q_2) dq_1 dq_2$$ – обменная энергия
(это квант. кулоновское взаимодействие)

Химическая связь. Молекула водорода.

1927г – Гайтлер, Лондон, теория ковалентной связи.

Делаем это ур-ние Шредингера

$$\hat{H}\psi(q_1, q_2) = E\psi(q_1, q_2)$$
$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{V}$$



$$\hat{V} = -\frac{e^2}{r_{1B}} - \frac{e^2}{r_{2A}} + \frac{e^2}{r_{12}} + \frac{e^2}{r_{AB}}$$

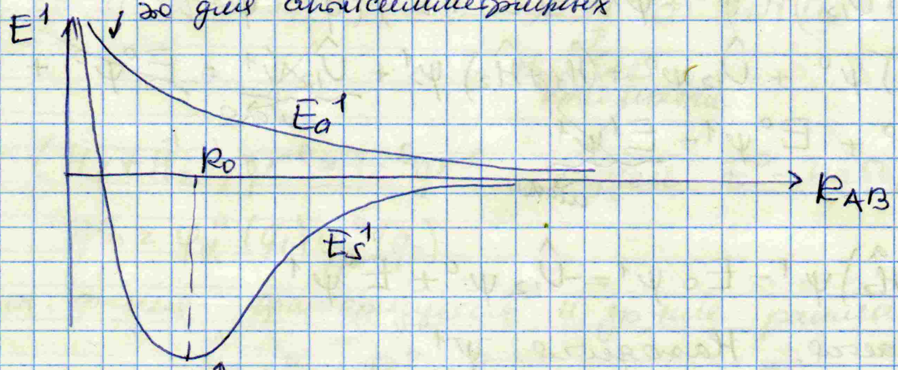
Также решаем методом приближений.

$$E^1_{s,a} = \frac{K \pm S}{1 \pm S}$$ + — симметричный, − — антисимметричный

$$K = \int V\, |\psi_A(q_1)|^2\, |\psi_B(q_2)|^2\, dq_1 dq_2$$ — „класс" кулоновская энергия

$$S = \int V\, \psi_A(q_1)\psi_A^*(q_2)\psi_B(q_2)\psi_B^*(q_1)\, dq_1 dq_2$$ — обменная энергия

это для антисимметричных



это для симметричных

$R_0 = 1{,}51\, r_B \approx 0{,}8\,$Å

$R_0^{\text{эксперим}} \approx 0{,}74\,$Å

Квантовая статистика.

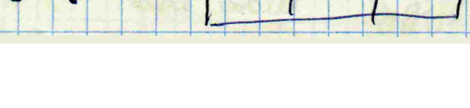
Кол-во частиц формально велико, что можно применять статистич. методы, т.е. забывая о том, сколько их так и как они вз-ют, а делать средние вычислен.

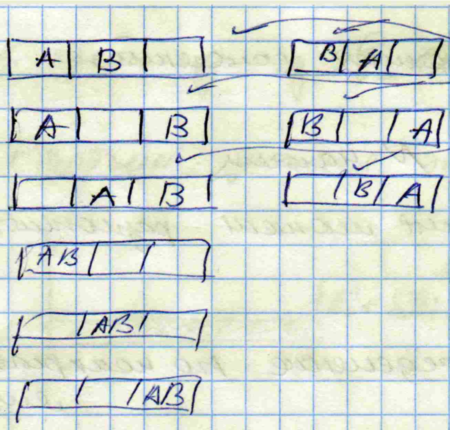
Когда к квантовой переходим, то не удобно (сложно) решать ур-ние Шредингера для всех. Поэтому тоже используют статистич. методы. Но здесь возникают некоторые проблемы.

а) Частицы тождественны

б) И есть фермионы, и бозоны и запрет, теорема Паули.

Пусть есть три состояния для частиц и две частицы в них может быть





в класс. физике эти отличаются

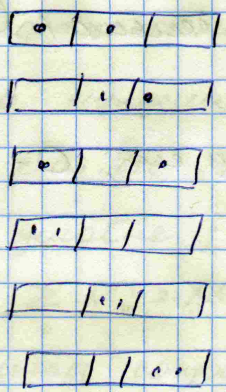
Но она не запрещают, что бы оба были в одном состоянии

Две частицы можно разместить 9-ю способами

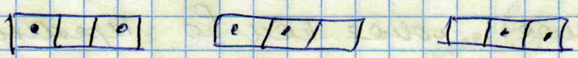
кван. случай

базоны

Двум частицам не можем дать имена



фермионы (не могут находиться в одном состоянии)

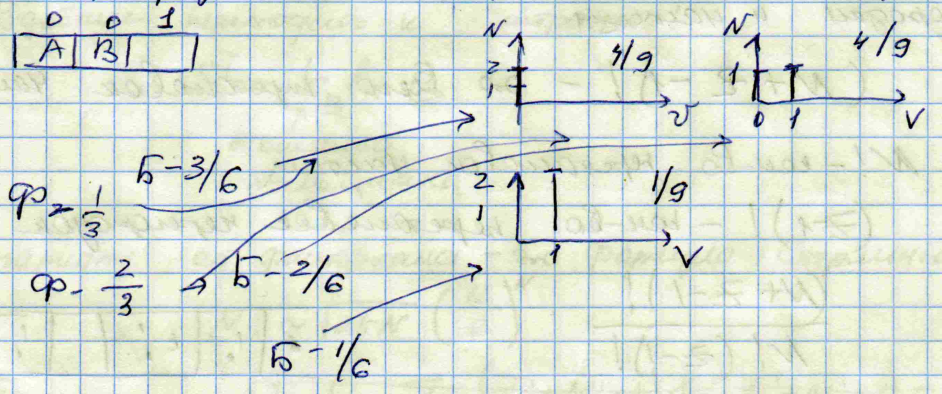


Статист. вес – отношение возможных вариантов

размещения к

Н-р:

Какое распределение по скоростям может быть?



Надо умень считать кол-во состояний, в не отличающ друг от друга и кол-во пустых состояний.

Есть Z состояний и N частиц.

Каким кол-вом способов мы можем разложить N частиц по Z состояниям.

Микросостояние – распределение по конкретным ячейкам

Макросостояние – крупное состояние

Статистич. вес – кол-во микросостояний для данного макросостояния

Макросостоянием соотв. несколько микросостояний.

Чем больше микро в макро, тем большая вероятность что это состояние будет.

Фермионы • – частица есть, O – частицы нет

[• | O | • | O | O | • | O]

Всего размещений $Z!$

Но у нас тождественно $\bullet \leftrightarrow \bullet$ если поменяем это будет тоже самое, так же кол-во перестановок $N!$

Но ещё (белые) O их можно переставить $(Z-N)!$ раз

Тогда $\frac{Z!}{N!(Z-N!)}$

Бозоны

Пусть есть $(Z-1)$ перегородка. Можем размещать перегородки и частицы

$(N+Z-1)!$ – это всего перестановок частиц и перегородок

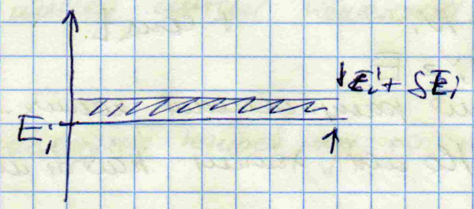
$N!$ – кол-во перестановок частиц

$(Z-1)!$ – кол-во перестановок перегородок

$\frac{(N+Z-1)!}{N!(Z-1)!}$

К идеал. газу из ~~в сосуде~~ постоянного объёма

Разобьём диапазон энергии на слои.



$(E_i, E_i + \delta E_i)$

$\delta E_i \ll E_i$

Z_i – кол-во доступных состояний

Система очень большая, состояний очень много, какой бы слой мы не взяли там много состояний.

N_i – кол-во частиц в $(E_i, E_i + \delta E_i)$

Макросостояние – зависимость $N_i(E_i)$

Нужно определить стат. вес для $N_i(E_i)$ и найти какое стат. вес больше.

Есть условие, что кол-во частиц не меняется

$$\sum_i N_i = N = const$$

И должна сохраняться полная энергия, т.к. система закрыта

$$\sum_i N_i E_i = E = const$$

Бозоны | **Фермионы**

стат. вес от распределения частиц в слое

$$\underset{\text{вес макросостояния}}{G} = \underset{\text{произведение весов}}{\prod_i} G_i$$

Бозоны:

$$G_i = \frac{(N_i + Z_i - 1)!}{N_i!\,(Z_i - 1)!}$$

Фермионы:

$$G_i = \frac{Z_i!}{N_i!\,(Z_i - N_i)!}$$

Удобнее переходить к энтропии:

$$S = \underset{\text{константа больцмана}}{k_B} \ln G$$

Логарифм от факториала – это формула Стирлинга:

$$N! \sim \sqrt{2\pi N}\left(\frac{N}{e}\right)^N$$

Тогда $S = k_B \sum_i (Z_i + N_i - 1)\ln(Z_i + N_i - 1) -$

Бозоны

$$S = k_B \sum_i \left[(Z_i+N_i-1)\ln(Z_i+N_i-1)\right] - N_i \ln N_i\Big] + const$$

Фермионы

$$S = -k_B \sum_i \left[N_i \ln N_i + (Z_i-N_i)\ln(Z_i-N_i)\right] + const$$

$$\sum_i N_i = N$$
$$\sum_i E_i N_i = E$$

Это выражение энтропии для распределения каких-то N_i по энергии. Но мы хотим найти именно в равновесном состоянии.

Нужно + S как функцию $S(N_i)$ и найти такое N_i для в S будет max. (Решить задачу оптимизации и найти оптимум.)

Метод переменных Лагранжа.

$$S + \alpha\left(\sum N_i - N\right) + \beta\left(\sum N_i E_i - E\right) \to \text{нужно найти max}$$

Берём вариацию – варьируем N_i

При варьировании αN и βE дадут 0, т.к. это const.

$$\delta S + \alpha \sum \delta N_i + \beta \sum \delta N_i E_i = 0$$

$$\delta S_Б = k_B \sum_i \ln \frac{(N_i)}{(Z_i+N_i-1)}\,\delta N_i$$

бозоны

$$S = k_B \sum_i \ln\left(\frac{N_i}{Z_i-N_i}\right)\delta N_i$$

фермионы

Подставляем и получаем

$$\sum_i \left[\ln[\ldots] + \alpha + \beta E_i\right]\delta N_i = 0$$

Выбираем α и β таким образом, чтобы первых два члена были равны нулю => остальные тоже равны 0.

=> В силу независимости вариации

$$\ln(\ldots) + \alpha + \beta E_i = 0$$

Тогда еще убедимся, что наиболее вероятно:

Бозоны

$$\frac{\overline{N_i}}{Z_i+\overline{N_i}-1} = \underset{A}{e^{-\alpha}}\cdot e^{-\beta E_i}$$

Фермионы

$$\frac{\overline{N_i}}{Z_i-\overline{N_i}} = \underset{A}{e^{-\alpha}} e^{-\beta E_i}$$

α - имеет смысл неизвестной нормировочной константы

Если происходит нагрев газа, то изменение энергии $\delta E = T\delta S$

$$\sum \varepsilon_i dN_i = k\beta \sum E_i dN_i$$

изменение чис-ла частиц в слоях

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

(Либо взять N_i очень большими и из классических соображений получим то же самое)

$$\overline{n_i} = \frac{\overline{N_i}}{Z_i}$$

среднее число заполнений

Если разрешить ур-ние отн-но n_i, то получим

$$\overline{n_i} = \frac{1}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}-1} \qquad \overline{n_i} = \frac{1}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}+1}$$

где $e^{-\alpha} = e^{\frac{\mu}{kT}} \Rightarrow \mu = \alpha kT$

распределение Бозе-Эйнштейна | распределение Ферми-Дирака

$\overline{n_i}$ – число заполнения (кол-во частиц N_i в состояниях Z_i)

В Ф-Д – всегда меньше 1, т.к. не более одной частицы в состоянии (принцип запрета Паули)

μ – появилось из нормировочной const.

$$\sum_i Z_i \overline{n_i} = \sum \frac{Z_i}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}\pm 1} = N$$

отсюда найти μ

кол-во состояний доступных для частиц

$\Rightarrow \mu = \dots$ это определенная и неопредел-я ...

$\mu = \mu(N, T, \cancel{V} \dots$

Чем больше V – тем больше Z_i, чем меньше V – тем меньше Z_i ← а оно определяется теорем-ой Гейзенберга

μ – химический потенциал

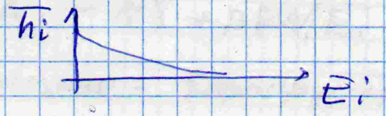
$$dE = TdS - pdV + \mu dN$$

важно, когда кол-во частиц изменяется

смысл: изменение энергии при добавлении одной частицы

Если ∄ когда $\overline{n_i} \ll 1$, то данные приводят к класс. ф-ле.

В случае когда в БЭ и ФД $\overline{n_i} \ll 1$, то это значит что температура очень большая и $\overline{n_i} \approx e^{-\frac{E_i - \mu}{kT}}$ – распределение Больцмана. (оно и является результатом класс. физики)

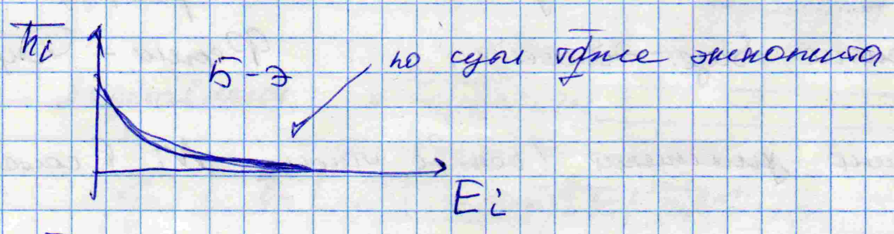


∄ когда число заполнений большое $\overline{n_i} \geq 1$ (больше или порядка)

для БЭ: $\mu < 0$, (нуль – минимальная доступная энергия)

т.к. $\overline{n_i} \geq 0$

для ФД: μ почти всегда больше 0,

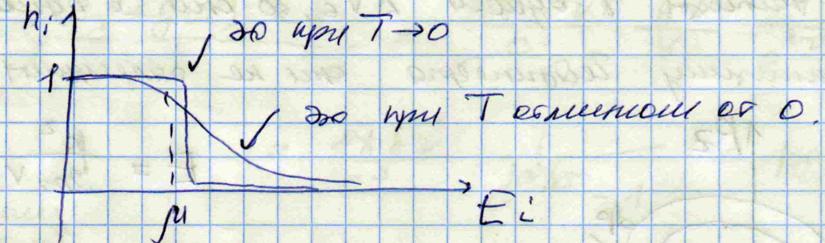


Если $T \to 0$, то получаем, что $\overline{n_i} = 0$, это тогда когда $\mu \to 0$ всюду кроме $E_i = 0$.

Все частицы садятся в одно состояние с нулевой энергией – это конденсация Бозе – Эйнштейна

→ Есть область где E_i меньше μ и тогда $\overline{n_i}$ близко к 1, есть где E_i меньше μ и тогда $\overline{n_i} \to 0$.

Тогда



Когда $T\to 0$, то $\bar{n}_i = 1$, $E_i \le \mu$ и $\bar{n}_i = 0$ при $E \ge \mu$

$\mu(T=0) \equiv E_F$ – энергия Ферми

При $T=0$, давление газа не равно 0 (т.е. газ двигается и даже с достаточно большой энергией.

Это наз-ся вырожденным газом.

В реальности нужно знать кол-во частиц, а не $\bar{n}_i$ – оно даёт просто общее представление.
Нужно допонять сколько состояний с какими энергиями.

И это (допустим гран. и нач. условием) задача квантована.

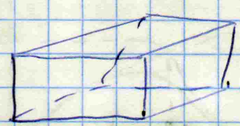
Вырожденный идеальный газ.

Частицы не взаим-ют между собой. – идеал. газ.

Нужно найти Z_i с энергией E_i.

В отсутствии внеш. полей.

Соб. ф-ции частицы – волна де Бройля



✓ предполагается, что оно большое, поэтому гран. условия задаются периодические
Решается ур-ние Ш и находим

Мы ∡ всё в фазовом пр-ве образованном

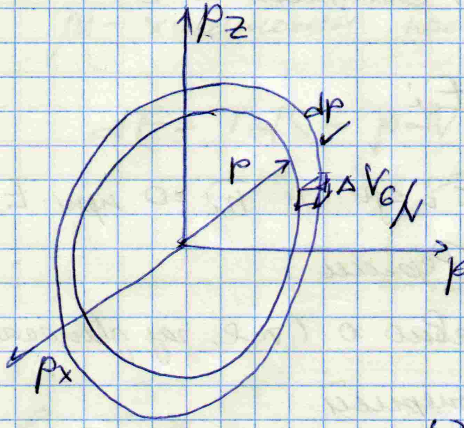
$(\vec{r}, \vec{p})$ это пр-во в следствии принципа Гейзенберга
радиус-вектор, импульс

т.к. $\Delta x \Delta p_x \ge \hbar \cdot 2\pi$, то оно (пр-во) разбивается на ячейки

$\Delta V_6 = \Delta x \Delta p_x \cdot \Delta y \Delta p_y \cdot \Delta z \Delta p_z = 8\pi^3 \hbar^3 = h^3$

объём в 6-ти мерном пр-ве

Если частицы в одном ΔV_6, то они в одном состоянии и по принципу Гейзенберга они не отличимы



$$E = \frac{p^2}{2m}V$$

Z_i - кол-во состояний в слое $(E_i, E_i + dE_i)$

Теперь кол-во состояний $Z_i = dZ_i$ (обозначим)

$$dZ = \frac{\int dV_6}{\Delta V_6} = \frac{\int d\vec{p} \int dV}{h^3} = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3} =$$

$$= \frac{4\pi p^2 dV}{8\pi^3 \hbar^3} = \frac{V p^2}{2\pi^3 \hbar^3} dp \equiv g(p) dp$$

импульсная плотность состояний

так разбивается интеграл по 6-ти мерному про-ву.

Это можно сделать и честно проинтегрировав, но мы сделали легче.

Теперь нужно учесть что у частицы есть спин.

$g(p)$ — разное для разных частиц.

для электрона $g(p)$ будет в 2 раза больше чем у бозонов.

У фотонов проекции спина ± 1 и тоже больше в два раза

$$\Rightarrow g(p) = \frac{Vp^2}{\pi^2 \hbar^3}$$

Если <u>Фотонный газ</u>

Фотоны характеризуют частотой (так принято)

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{2\pi\hbar\nu}{c}$$

$$\text{Тогда } dZ = \frac{Vp^2}{\pi^2\hbar^3} dp = \frac{V}{\pi^2\hbar^3}\left(\frac{2\pi\hbar}{c}\right)^3 \nu^2 d\nu =$$

$$= \frac{8\pi V \nu^2}{c^3} d\nu = g(\nu) d\nu$$

Чаще интересуются спектральной плотностью энергии (U_ν)

$$u_\nu = \frac{\bar n_\nu \cdot g(\nu) \cdot h\nu}{V} = \frac{8\pi V \nu^2}{c^3}\,\frac{h\nu}{V}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} =$$

$$= \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$ – распределение Планка

среднее кол-во частиц на частоте ν

Для фотонов $\mu=0$ (а распределение используем Бозе-Эйнштейна)

как и должно быть

Электронный газ.

Мы будем $\oint$ зависимости от энергии (можно и от скорости)

(Считаем, что они не вз-ют)

$$p = \sqrt{2mE}$$

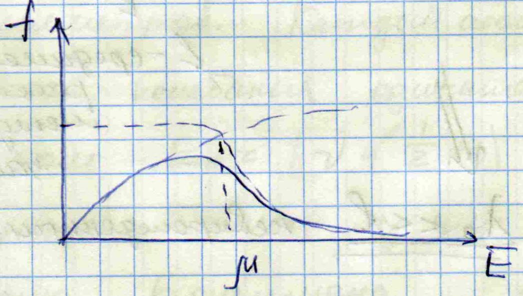
$$dZ = \frac{Vp^2}{\pi^2\hbar^3}\,dp$$

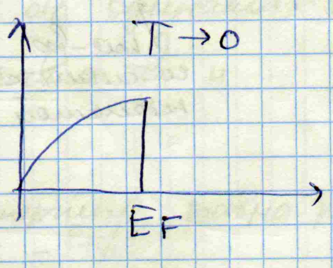
$$dp = \sqrt{\frac{m}{2}}\,\frac{dE}{\sqrt{E}}$$

$$dZ = \frac{V\,2mE\sqrt{m}}{\pi^2\hbar^3\sqrt{2}}\,\frac{dE}{\sqrt{E}} = \frac{V\sqrt{2m^3E}}{\pi^2\hbar^3}\,dE = g(E)\,dE$$

$$f(E) = \bar n(E)\,g(E) = \frac{V(2m)^{3/2}\sqrt{E}}{2\pi^2\hbar^3\left(e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1\right)}$$

число заполнений; плотность состояний





$$\int_0^{E_F} f(E)\,dE = N$$ – полное число частиц

$$f(E, T=0) = \frac{V(2m)^{3/2}\sqrt{E}}{2\pi^2\hbar^3} \quad \text{при } E \le E_F$$

$$\Rightarrow E_F = \frac{4\pi^2\hbar^2}{m}\left(\frac{3}{8\pi}\,\frac{N}{V}\right)^{2/3}$$

Можно продвинуться для малых T, то есть раскладываем в ряд и $\int$ берется от 0 до ∞ и получаем химический потенциал

$$\mu \approx E_F\left(1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_F}\right)^2+\ldots\right)$$ — это похоже на энергию Ферми E_F.

Критерий невырожденности газа (идеального)

$\bar{n}_i << 1$ Как связано с макропараметрами?

Нужно найти Z_i для частицы при данной тем-ре. Поскольку энергия ограничена, то и скорость тоже ограничена.

$$Z_p = \int_0^{p_0} g(p)\,dp = \int_0^{p_0}\frac{Vp^2}{\pi^2\hbar^3} = \frac{Vp_0^3}{3\pi^2\hbar^3}$$

общее число состояний доступных для частиц

Если в-ведем характерную длину волны де Бройля

$$\lambda_0 = \frac{h}{p_0} = \frac{2\pi\hbar}{p_0}$$

$$Z = \frac{8\pi}{3}\frac{V}{\lambda_0^3}$$

$$\bar{n} \approx \frac{N}{Z} = \frac{3}{8\pi}\frac{N\lambda_0^3}{V} <<< 1 \qquad \frac{N}{V} \approx \frac{1}{l^3}$$

кол-во состояний с небольшой энергией

l — среднее расстояние между частицами

$$\Downarrow$$

$\underline{\lambda_0 << l}$ — невырожденный газ

1. Воздух при норм. условиях

$$\frac{N}{V} \approx 10^{19}\ \text{см}^{-3} \qquad l \approx 3\cdot 10^{-7}\ \text{см}$$

$$\lambda_0 = \frac{h}{p_0} \sim \frac{h}{mv_T} \approx 0{,}5\cdot 10^{-8}\ \text{см}$$

частица газа

масса частиц (атома)

тепловая скорость

2, Электроны в металле.

$\frac{N}{V} = 10^{23} - 10^{24}$ см$^{-3}$

$l \sim 1-3 \cdot 10^{-8}$ см

$\lambda_0 \sim 10^{-6}$ см
для электронов

Газ в металле очень вырожден.

Теплоёмкость твёрдых тел.

Теплоёмкость – сколько тепла может брать в себя тело

Зависит от кол-ва частиц в единице объёма, сколько каждая частица получит энергию, а также от энергии вз-вия.

Для газов понятно, там было $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, сложнее было при размораживании частот, но всё равно проще.

С тв. телами сложнее. Было з/н Дюлонг-Пети, в показал, что $C_V = 3k$

1906 г – теория Эйнштейна (размораживании частот, нужен квант, если его достаточно, то частицы вз-ют, если он мал, то ничего не происходит)

1) Он представлял в-во как систему невзаимод-х осцилляторов. Каждый атом вроде он одинаков. Тогда частота колебаний одинакова и равна ν. и

2) при этом $E_n = h\nu(\frac{1}{2}+n)$

3) Вероятность иметь ту или иную энергию равна распределению Больцмана $f(E_n) \sim e^{-E_n/kT}$

Ищем среднюю энергию одного осциллятора

$$\overline{E} = \frac{\sum E_n e^{-E_n/kT}}{\sum e^{-E_n/kT}} = -\frac{d}{d\alpha}(\ln Z)\Big|_{\alpha=\frac{1}{kT}} \text{ где}$$

сумма всех вер-тей для нормировки

где $Z = \sum e^{-\alpha E_n}$

А его ↑ можно вычислить

$$Z = \sum e^{-\alpha E_n} = \sum e^{-\frac{\alpha h\nu}{2}} e^{-\alpha h\nu n} =$$

$$= e^{-\frac{\alpha h\nu}{2}} \sum e^{-\alpha h\nu n} = e^{-\frac{\alpha h\nu}{2}} \frac{1}{1-e^{-\alpha h\nu}}$$

$$\overline{E} = -\frac{d}{d\alpha}(\ln Z)\Big|_{\alpha=\frac{1}{kT}} = \left(\frac{h\nu}{2}\right) + \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}+1}$$

По сути это формула Планка для одного осциллятора

это const отвечает какой-то нулевой энергии — это точка отсчета

$$U = N_a \overline{E}\, 3$$

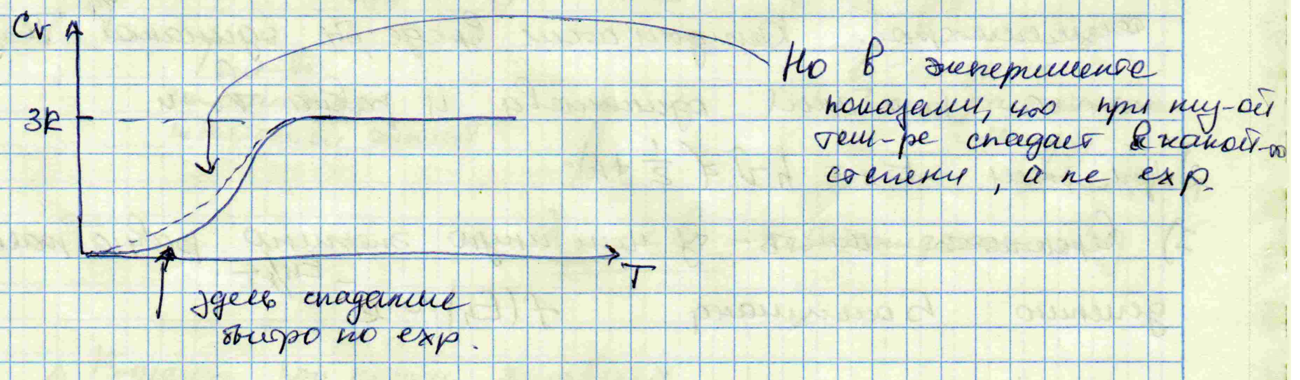
Берем кол-во частиц в 1 моле

учитываем что осциллятор осциллирует в трёх направлениях

$$C_V = \frac{dU}{dT} = 3R \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2}{\left(e^{h\nu/kT}-1\right)^2} e^{h\nu/kT}$$ — формула теплоёмкости полученная Эйнштейном

Если $T \gg h\nu$ $C_V = 3R$ — это закон Дюлонг–Пти (в клас. ф-ке)

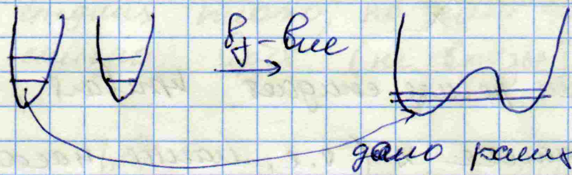
Если $kT \ll h\nu = 3R\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 e^{-h\nu/kT}$



Нужно возбудить систему, но при низких тем-рах вероятность $f(E_n)$ возбуждения мала. Нужно придумать как возбуждать?

Теория Дебая.

Когда ∡ молекулу водорода, то атомы были как осцилляторы, но в мы V-ли их в систему, то появилось взаимодействие, то уровни энергии немного расщепились.



Если добавим ещё частицу, то будет ещё расщепление. Поэтому у Дебая тв-е тело - это набор взаим-х осцилляторов. Причём уже частота будет не одна а она изменится ⇒ будет набор частот ν_i.

Также $E_n = h\nu\left(\frac{1}{2}+n\right)$

$f(E_n) \sim e^{-E_n/kT}$ Далее вывод аналогичный, т.к. в трёх направлениях колебания

Но теперь $E = \sum\limits_{i=1}^{3N} \frac{h\nu_i}{e^{h\nu/kT}-1} \approx$

Нужно суммировать по всем частотам, и кол-во частот = кол-ву частиц (две частицы - две частоты, три частицы - три частоты и т.д.)

$\approx \int_0^{\nu_{max}} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}\, dZ(\nu)$

↑ кол-во состояний, в приходящих на $d\nu$.

Полное число состояний $\int_0^{\nu_{max}} dZ(\nu) = 3N$

↑ кол-во всех частиц

столь о.к. изменения в 3-х направлениях (колебания в трёх направлениях)

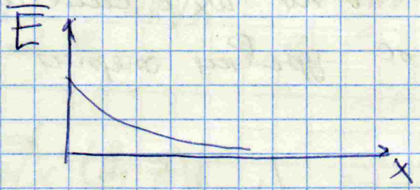
Отсюда можем найти $\nu_{max} = \ldots$

Но сложно найти $dZ(\nu) = ?$ Но в обл малых тем-р можно её вывести.

Пусть T-мало.

$$\overline{E} = kT\,\frac{x}{e^{x}-1} \qquad x = \frac{h\nu}{kT}$$

Если посмотрим как $\overline{E}$ зависит от x, то получим



Чем меньше T, тем резче спадает кривая, тем больше доминирует малое x (т.е. малые частоты)

Каждому кол-нию в среде вроде бы соот-ет волна.
Когда нагреваем тело, то возбуждаем упругие волны, в в теле бегают

Если низкие частоты → то длинные волны (они охватывают не один атом, а много).
Приближении мы перешли к сплошной среде и след-но можем описывать на языке упругих волн.

Мы можем всё что делали для эл/м волн переносить на упругие волны (квантование, должна быть ф-ла похожая ф-лу Планка)

Тогда плотность состояний $dZ(\nu) = 4\pi V\nu^2 d\nu\left(\frac{1}{C_{\parallel}^3} + \frac{2}{C_{\perp}^3}\right) \ominus$
по аналогии с фотонным газом.

Квант упругой волны — фонон ↗ то наз-ся фононным газом
Здесь возможны три поляризации (одна волна с продольной пол-цией и две — с поперечной)

$$\ominus\ \frac{12\pi V\nu^2}{C_S^3}\,d\nu$$

где $\frac{3}{C_S^3} = \frac{1}{C_{\parallel}^3} + \frac{2}{C_{\perp}^3}$
↗ среднее

Мы ушли от кристал. решётки (структуры) сказав что для таких кол она не важна

Тогда $\bar{E} = \frac{12\pi V h}{C_S^3} \int_0^{\nu_{max}} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \approx$

$$\approx \int_0^{\nu_{max}} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} dZ(\nu)$$

Эта ф-ла работает и для высоких тем-р хорошо.
Для средних плохо, но если $\ast$ как интерполяцию, то уже не сильно врёт. (не вразнос)

$x = \frac{h\nu}{kT}$ – для малых температур и $x \to \infty$ при $T \to 0$ кроме ν близких 0

поэтому $x_{max} = \frac{h\nu_{max}}{kT}$

Тогда можем для малых частот продвинуться дальше

$$\bar{E} \approx \frac{12\pi V k^4 T^4}{C_S^3 h^3} \underbrace{\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}}_{= \frac{\pi^4}{15}} = \mathcal{D} T^4$$

Пришли к закону Стефана-Больцмана

$$\bar{E} = U = \mathcal{D} T^4 \quad \text{где } \mathcal{D} = \frac{4}{3} \frac{\pi^5 k^4 V}{c^3 h^3}$$

$$C_V = \frac{dU}{dT} = 4\mathcal{D} T^3 \text{ – закон кубов Дебая}$$

Это именно теплоемкость связанная с внутренними колебаниями кристалл. решетки.

(?)

Но можно возбуждать и своб. электроны (н-р, в железе) тогда $C_V \sim T$ – нужно и это учитывать (т.е. ещё добавка)

$$\frac{12\pi V}{C_S^3} \int_0^{\nu_{max}} \nu^2 d\nu = \frac{4\pi V}{C_S^3} \nu_{max}^3 = 3N$$

$$\Rightarrow \nu_{max} = \left(\frac{3 C_S^3 N}{4\pi V}\right)^{1/3} = \frac{C_S}{a}\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}$$

где $a = \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}$ – по сути среднее расстояние между атомами

$$\lambda_{min} = \frac{C_S}{\nu_{max}} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \cdot a \approx 1,6a$$

Но получаем что это не очень длинные волны.
Но ошибка Дебая не большая и работает теория его всё равно хорошо

Вводит тем-ру Дебая (с которой начинает работать закон кубов Дебая)

$$T_D = \frac{h\nu_{max}}{k} = \frac{hc_s}{ka}\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3}$$

Тогда $U = 9N_a kT\cdot\left(\frac{T}{T_D}\right)^3\int_0^{T_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1} =$

$$= 3kT\cdot 3\left(\frac{T}{T_D}\right)^3\int_0^{T_D/T}\frac{x^3dx}{e^x-1}$$

Когда $T \gg T_D$, то $U = 3kT$ ($\int = 1$)

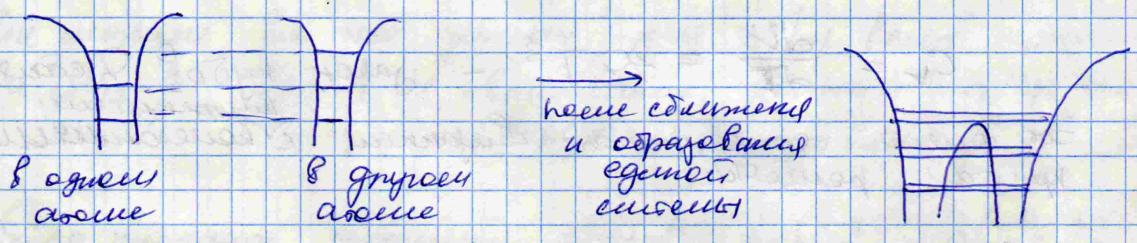
Когда $T \ll T_D$, то $U = 4\mathcal{D}T^3$

Помимо фононного газа, могут возбуждаться замороженные частицы и могут иметь свободные электроны.

Зонная структура кристаллических твердых тел.

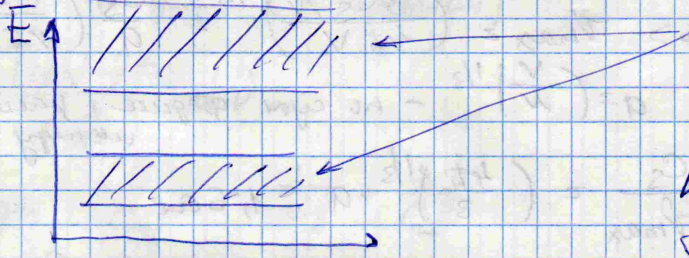
Волны Блоха

Атомы соединяются в кристал. решетку



если же атомов много то

Могут перекрыться уровни, полосы получаются широкие

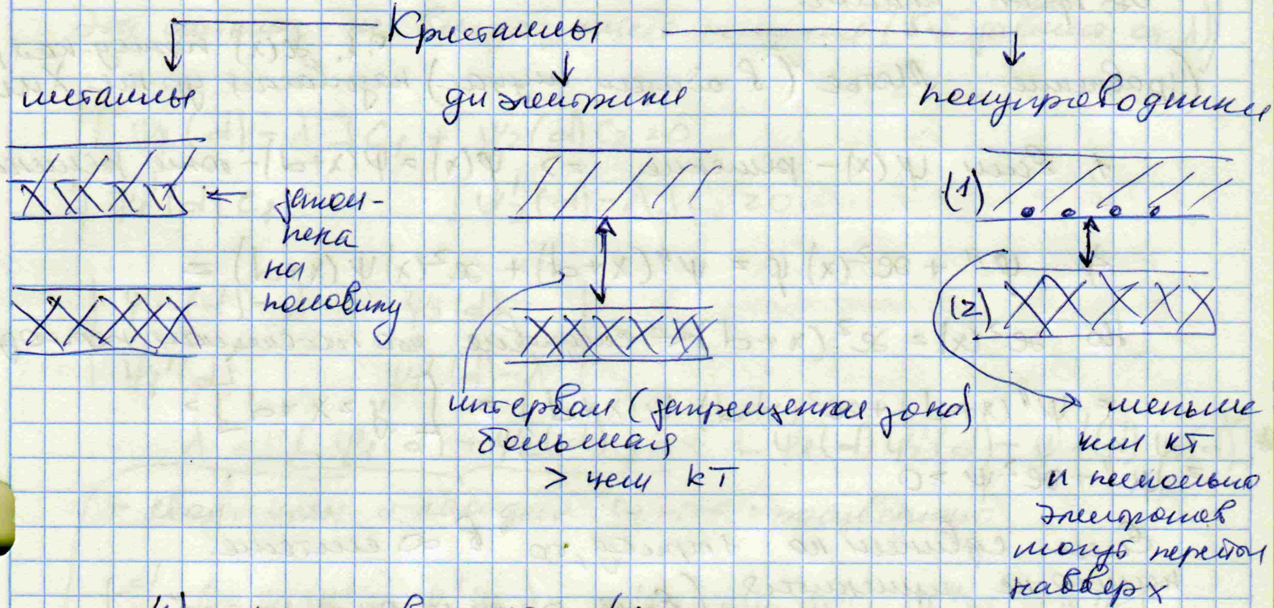


область где есть уровни

Эти наборы уровней и наз-ся зонами.

И по тому, как укомплектованы эти зоны, то разделяют: металлы, диэлектрики, полупроводники.

Только последняя зона может быть либо заполнена полностью либо заполнена наполовину.
Все остальные зоны обязательно заполнены.



(1) – зона проводимости (или

(2) – зона валентная

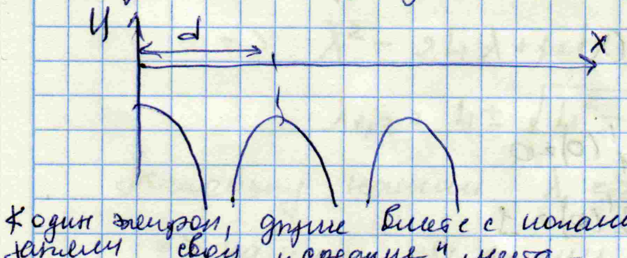
Электроны заполняют зоны снизу вверх (на сколько хватит)

$*$ задачу количественно. Хотим получить спектр из ур-ния Шредингера.

Волны Блоха.

Электрон в периодическом потенциале.

Пусть есть периодич. потенциал U. и наличие минимумов



Введем период d.

$*$ однопериодную задачу

$*$ один электрон, другие вместе с ионами заняли свои "средние" места

$U(x) = U(x+d)$

Найти энерг. состояние в этом потенциале.

Решаем стац. ур-ние Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + U(x)\psi = E\psi$$

Введем $\varkappa^2(x) = \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))$ E – парамет.

Найти E при к. это ур-ние имеет огран. решение.

$\psi'' + \varkappa^2(x)\psi = 0$ Мы интересуемся только локализованными состоянием $\varkappa^2(x)$ – положительно

Похоже на маятник с параметрической накачкой. Это просто аналог.

(Уравнение Матье в общем случае) называется ур-ние Хилла т.к. $\varkappa^2(x)$ период-кая, то

1. Если $\psi(x)$ – решение $\Rightarrow$ $\varphi(x) = \psi(x+d)$ – тоже решение

$$\varphi'' + \varkappa^2(x)\varphi = \psi''(x+d) + \varkappa^2(x)\psi(x+d) =$$

Но $\varkappa^2(x) = \varkappa^2(x+d) \leftarrow$ следствие что потенциал периодичен

$$= \psi''(x+d) + \varkappa^2(x+d)\psi(x+d) = [\, y = x+d \,] =$$

$$= \psi'' + \varkappa^2\psi = 0$$

Если сдвинем на 1 период, то в ∞ системе ничего не изменится (Если бы была ограничена, то было бы не верно)

2. Если нашли два линейно независимых решения $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ то общее решение записывается как их линейная комбинация $\psi(x) = C_1\psi_1(x) + C_2\psi(x)$

Можно найти такое $\Phi(x)$; что $\Phi(x+d) = \lambda\Phi(x)$

(можно найти такие незав. решения что выполняется это)

Предположим, что решения незав. существуют. И они являются фундаментальной системы решений

$$\Phi(x) = C_1\psi_1(x) + C_2\psi_2(x)$$

ФСР: $\psi_1(0) = 1$ $\psi_1'(0) = 0$

$\psi_2(0) = 1$ $\psi_2'(0) = 1$

Будем искать такое решение $\Phi(x+d) = \lambda\Phi(x)$

Тогда $\begin{cases} \Phi(d) = \lambda\Phi(0) \\ \Phi'(d) = \lambda\Phi'(0) \end{cases}$

Подставим Φ с учетом ФСР. Тогда получаем:

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1\psi_1(d)+c_2\psi_2(d)=\lambda c_1 \\ c_1\psi_1'(d)+c_2\psi_2'(d)=\lambda c_2 \end{cases}$$

Можем * её как систему от-но коэф-тов c_1 и c_2.

Эта система не всегда имеет решение (всё зависит от λ)

$$\begin{cases} [\psi_1(d)-\lambda]c_1+\psi_2(d)c_2=0 \\ \psi_1'(d)c_1+[\psi_2'(d)-\lambda]c_2=0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} \psi_1(d)-\lambda & \psi_2(d) \\ \psi_1'(d) & \psi_2'(d)-\lambda \end{vmatrix}=0$$

$$\lambda^2-\underline{[\psi_1(d)+\psi_2(d)]}\lambda+[\psi_1(d)\psi_2'(d)-\psi_1'(d)\psi_2(d)]=0$$

* свод. член и найдём от него производную

$$\frac{d}{dx}(\psi_1\psi_2'-\psi_1'\psi_2)=\cancel{\psi_1'\psi_2'}+\psi_1\psi_2''-\psi_1''\psi_2-\cancel{\psi_1'\psi_2'}=$$

$$=-\varkappa^2\psi_1\psi_2+\varkappa^2\psi_1\psi_2=0$$

$\Rightarrow$ эта функция $=$ const $\Rightarrow$ значение в точке d равно её значению в 0, т.е.

$$\psi_1(d)\psi_2'(d)-\psi_1'(d)\psi_2(d)=\underbrace{\psi_1(0)\psi_2'(0)}_{=1}-\underbrace{\psi_1'(0)\psi_2(0)}_{=0}=1$$

это показывает что выбранная ФСР удобная

$\rightarrow$ это мы не знаем, это какая-то константа, она зависит от системы

Обозначим $\psi_1(d)+\psi_2(d)=2L$

$$\Rightarrow \lambda^2-2L\lambda+1=0$$

$$\lambda_{1,2}=L\pm\sqrt{L^2-1}$$

Поскольку нашли λ $\Rightarrow$ наше условие выполняется

$\Rightarrow$ нашли две ф-ции $\Phi_{1,2}(x+d)=\lambda_{1,2}\Phi(x)$

* случай когда $\lambda>0$ и $\lambda<0$.

а) $|L|>1 \Rightarrow \lambda_{1,2}\in\mathbb{R}$

Кроме того $\lambda_1\cdot\lambda_2=1$, т.к. свободный член в уравнении равен 1

Пусть $\lambda_1 > 1$, а $\lambda_2 < 1$

$\Rightarrow$ $\Phi_1(x) \underset{x\to\infty}{\longrightarrow} \infty$ (т.к. на каждом шаге на d ф-ция ↑ ч-ла λ)

Но $\Phi_2(x) \underset{x\to -\infty}{\longrightarrow} \infty$

т.к. они обе идут в ∞, ∞

Не можем составить линейную комбинацию, т.к. получим ф-цию имеющие ∞ в ∞ => физически не может быть

Это случай запрещенной зоны. (такие E при которых дает $|L| > 1$)

б) $\forall$ $|L| < 1$ Можем ввести новую переменную

$L = \cos kd$

где d – период решетки

$k = const$

$\lambda_{1,2} = \cos kd \pm i \sin kd = e^{\pm ikd}$

Эти коэф-ты по модулю равны 1 и $\Phi_{1,2} \to \infty$ при $x \to \infty$ будет равна 1 (она ограничена)

Тогда меняется фаза, а амплитуда нет

$$\Phi_{1,2}(x+d) = e^{\pm ikd}\,\Phi(x)$$

Это наз-ся разрешённой зоной

И все их лин. ком-ция будет физична.

Введём $\Phi_{1,2}(x) = e^{\pm ikx} P_{1,2}(x)$

$\forall$ $\Phi_{1,2}(x+d) = e^{\pm i(k(x+d))} P_{1,2}(x+d)$

$$e^{\pm ikd}\cdot e^{\pm ikx} P_{1,2}(x) = e^{\pm ik(x+d)} P_{1,2}(x+d)$$

$\Rightarrow$ $P_{1,2}(x) = P_{1,2}(x+d)$ – ф-ция периодическая

Суть введение её в периодичности.

Тогда полное решение в улн. ур-ние Шредингера

$\psi_1(x,t) = P_1(x) e^{-i(\omega t + kx)}$ – это волновые ф-ции электрона в этом

$-i(\omega t - kx)$

Внешне напоминает волны де Бройля. От неё отличается лишь то, что амплитуда теперь зависит A.

Это ф-ция с наложенным периодической амплитудой.

Эти волны наз-ся волнами Блоха.

$k \to$ это переобозначение $\varkappa$, а $\varkappa$ зависит от энергии $\Rightarrow$ меняется $E \Rightarrow$ меняется $\varkappa \Rightarrow$ меняется k.

В волне де Бройля величина $p = \hbar k$ — импульс.

Собственно для волн Блоха в водят физ. ф-ну

$p = \hbar k$ но она не является импульсом, она наз-ся "квазиимпульс" (почти импульс)

т.к. $k = k(E) \Rightarrow$ есть зависимость $E = E(p) \Leftrightarrow \omega = \omega(k)$

т.к. $E = \hbar\omega$. Это законы дисперсии.

Замечание.

Всё это обобщается на трёхмерный случай. Там будет периодичность по всем направлениям и будет

$$\psi_{1,2} = P_{1,2}\, e^{-i(\omega t \pm \vec{k}\vec{r})}$$

Замечание.

Законы дисперсии важны. Они отражают вз-вие электронов с ионами и других электронов и притяжения это основная хар-ка динамики: как прецедве работу мы двигаем частицы.

Замечание. Ф-ция Блоха $\psi(x,t) = P(x)\,e^{i(kx-\omega t)}$

Выбор функции k неоднозначен, т.к. e^{ikx} тоже периодичная. Если перейдем от k к $k = k' + 2\pi\frac{n}{d}$ и введём новую $P'(x) = P(x)\,e^{i2\pi n\frac{x}{d}}$ $n - N, Z$

$$\Rightarrow \psi(x,t) = P'(x)\,e^{i(k'x-\omega t)}$$

$\exists$ некий произвол. Как остановиться на одном.

Остановимся на k, в наименьшее значение имеет.

($|k|$-наим-шее)

Если мы так выберем, то окажется для каких-то $k \ll \frac{\pi}{d}$

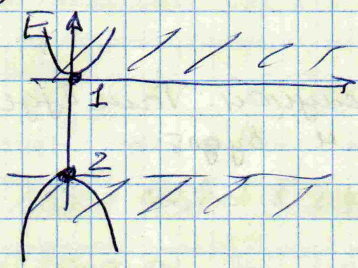
=> период волн много больше d

=> ф-ция ψ представляет плоская волна с медленно меняющейся амплитудой периодич. образом

Можем ввести характер. длину волны $\Lambda \gg d$.

Т.к. это представляет плоские волны, то можем составить группу волн (волновой пакет) и он будет двигаться с груп. скоростью $v = v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}$

Для электр. есть энергетич. зоны: области где электрону можно находиться и где нельзя.
Энергию на границе можно её аппроксимировать параболой. Вблизи • 1 минимум должен достигаться а в • 2 – максимум.



=> $E \approx \frac{1}{2m_{эфф}} p^2$
↑
эффективная

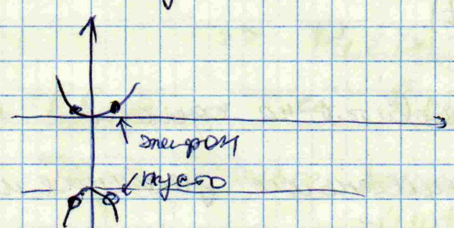
Вблизи • 2 и • 1 электрон ведёт себя как просто частица, только с $m_{эфф} < m_e$, значение $m_{эфф}$ зависит от системы

Вблизи точек 1 и 2 можем ∢ электрон с классической точки зрения.

Именно переход из 2 в 1 и вблизи них наиболее интересные места.

Электропроводность.

Справедливо для полупроводников электроны перешли из 2 в 1



Накладываем внеш. электр. поле
=> на электрон действует сила, а совершает работу

$F = -eE$

$$\left.\begin{aligned} dE &= F v\, dt \\ dE &= \frac{dE}{dp} dp = v\, dp \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dt} = F$$ – похоже на закон Ньютона, но здесь p - квазиимпульс для пакета волн Блоха

Вблизи границы зон выполняется закон Ньютона и для скорости. $\frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d\upsilon}{dp}\frac{dp}{dt} = \frac{d^2E}{dp^2}\frac{dp}{dt} =$

$$= \frac{1}{m_{эфф}} F$$

$$m_{эфф} \frac{d\upsilon}{dt} = F$$

Здесь не масса какой-то частицы, а просто коэффициент пропорциональности между энергией и квазиимпульсом.

Здесь υ – групповая скорость пакета состоящего из волн Блоха

Этот пакет переносит заряд.

Иногда говорят, что ур-ние движения "квази частицы", т.е. движение электронов входящих как одна квазичастица.

В зоне проводимости:

$$m_{эфф} = \left(\frac{d^2E}{dp^2}\right)^{-1} > 0$$ т.к. ветви параболы вверх направлены

В зоне валентности

$$m_{эфф} = \left(\frac{d^2E}{dp^2}\right)^{-1} < 0$$

Движение отриц. частицы с отриц. массой аналогично движению пол. частицы с пол-ной массой.

Введем $m'_{эфф} = -m_{эфф}$

$$q = +e.$$

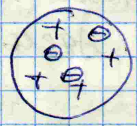
Получим тоже ур-ние $m'_{эфф}\frac{d\upsilon}{dt} = q \cdot E.$

– эти квазичастицы называют дырками

Просто $\neq$ что дырки это не отсутствие электрона, а присутствие чего-то

Физика атомного ядра.

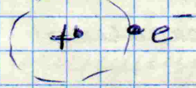
1904 г. – теория атома Томсона.
(изюм в пудинге)



Σ заряд $= 0$
Электроны можно выбить

1911 г. – Резерфорд (берёт α-частицы (тяжелые заряженные „+" частицы) и бомбардирует ими золото – в эксперименте видно, что модель Томсона неверна. Оценили по кол-ву α-частиц в отражениях, размер „+" сгустков $< 10^{-14}$ м а это меньше $\ll 10^{-10}$ м, т.е. размера самого атома.

$\Rightarrow$ модель Резерфорда



На этот момент известно e^-, α-, β-частицы и γ-излучение

1919 г – открытие протона и ядерные реакции (Резерфорд показал, что можно самим её делать)

$$^{14}N + \alpha\text{-частицы} \to {}^{17}O + p^+$$
азот, кислород, протоны вылетели

Ф. Астон показал, что $m_{ядра} \approx N \cdot m_p \pm 10\%$

Он предположил, что ядро состоит из p^+ и e^- и половина электронов находится на орбите.

Эта электронно-протонная теория просуществовала 10 лет.

Потом появились работы Паули, Шредингер, Гейзенберг и эта теория стала „плохой"

1930 г – 32 гг – Боте и Беккер они обнаружили сильное проникающее излучение, нейтральное

1932 г – Дж. Чедвик показал что у этого излучения есть масса – эти частицы назвали нейтронами

$m_n \approx m_p$.

Для нейтрона обнаружили что он неустойчивый – радиоактивен $\Rightarrow$ распадается на протон, электрон и антинейтрино

$n^0 \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$ время жизни $\tau \approx 15$ мин

Ядро состоит из нейтронов и протонов.

Это сделали Д. Иваненко и В. Гейзенберг (они сделали это независимо) – протонно-нейтронная теория ядра.

протоны и нейтроны – нуклоны

Характеристики атомного ядра.

Z – зарядовое число (= числу протонов)

N – число нейтронов

$A = Z + N$ – массовое число

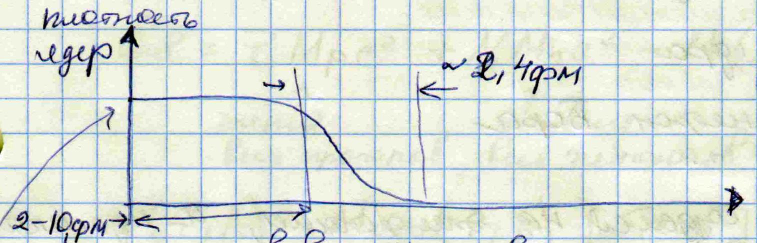
$\mathcal{E}_B$ – энергия связи нуклонов в ядре – энергия в необходимая, чтобы разорвать ядро на отдельные нейтроны и протоны

I – спин ядра (соб. момент импульса ядра)

μ – магнитный момент ядра

R – радиус ядра (форма близкая к сферической)

$\frac{\Delta R}{R}$ – несферичность ядра



плотность в-ва не зависит от формы ядер, не зависит практически от радиуса (спадает на границе ядра)

1фм (фемтометр или Ферми) $= 10^{-15}$ м

для тяжелых ядер $\approx 0{,}74 \frac{\text{нукл}}{\text{фм}^3}$ ← нуклон

$R \approx 1{,}3 A^{1/3}$ фм (связь ядра и кол-ва нуклонов она приблизительная, но хорошо работает)

Спин ядра и сверхтонкая структура спектральных линий.

У линий есть вырождение, в снимается спин орбиталь. вз-вием => появляется тонкая структура линий спектров (вырождение по j и l)

1891г – Майкельсон: открытие сверхтонкой структуры (снимается вырождение по числам m_J)

↑ проекции момента импульса

1928г – Паули (если есть спектр по m_J, то маг. поле самого ядра есть => спин ядра)

Во многих ядрах есть квадрупольный электрический момент.

Для I и μ справедлива квантовая мех-ка вся, что изучали.

Спин ядра квантуется. Есть квантовое число.

$$|\vec{I}|^2 = \hbar^2 I(I+1)$$

$$m_I = -I, \dots, I$$

Есть связь между маг. моментом и моментом импульса

$\mu = g_{яд} I$ – ядерное гиромагнитное отношение

↑ g-фактор ядра

$\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m_e c}$ – магнетон Бора

В ядре движение создается не электронами, а нуклонами поэтому $\mu_N = \dfrac{e\hbar}{2m_p c} = \dfrac{m_e}{m_p}\mu_B$ – ядерный магнетон

Магнит. момент ядер $\ll$ маг. момента электронов

$\mu_p \approx 2{,}79\,\mu_N$ – магн. момент протона

У незаряженной частицы как не вращается, то маг. момент не должен появится, но он есть и притом отриц.

$\mu_n \simeq -1{,}91\,\mu_N$

Это указывает, что p^+ и n^0 – не являются истинно элементарными => состоят из более мелких частиц.

... истинно частица

Масса ядра и энергия связи нуклонов в ядре.

$\mathcal{E}_{обр} = -\mathcal{E}_{св}$

энергия, выделяемая при образовании ядра из протонов и нуклонов.

Обычно в ходе радиации, распада образуемой част и в основном смотрят на какой-то из нуклонов

$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_{св}(Z, A) - \mathcal{E}_{св}(Z-1, A-1)$

энергия связи протона — энергия связи нейтрона

$\mathcal{E}_n = \mathcal{E}_{св}(Z, A) - \mathcal{E}_{св}(Z, A-1)$

$\mathcal{E}_\alpha = \mathcal{E}_{св}(Z, A) - \mathcal{E}_{св}(Z-2, A-4) - \mathcal{E}_{св}(2, 4) =$

энергия α-частицы

$= -\Delta(Z, A) + \Delta(Z-2, A-1) + \Delta_\alpha$

энергия связи α-частицы

$\mathcal{E}_{св}$ — влияет на массу ядра

Энергия покоя ядра меньше энергии покоя суммы отдельных нуклонов

$\mathcal{E} = Mc^2$

$\mathcal{E}_{св} = ZM_pc^2 + NM_nc^2 - M(Z, A)c^2$

энергия всех протонов, энергия всех нейтронов, энерг. покоя ядра

$\Delta(Z, A) = M_{ядр}(Z, A)\,[а.е.м.] - A$

дефект массы, масса ядра

$M_n = \Delta_n + 1$

$M_p = \Delta_p + 1$

$$\frac{\mathcal{E}_{св}(Z, A)}{1\,а.е.м.\cdot c^2} = Z(\Delta_p + 1) + N(1 + \Delta_n) - (\Delta(Z, A) + A)$$

$$\mathcal{E}_{св}(Z, A) = \underbrace{Z\Delta_p + N\Delta_n}_{\text{можно считать как начало отсчёта энергии}} - \Delta(Z, A)$$

безразмерная

Когда ∗ распад, то до и после кол-во протонов и нейтронов не изменится, но они перегруппируются.

Пример:

α-частица — $_2^4He^{2+}$ (ядро без электронов)

$M_p = 1,007276$ а.е.м.

$M_n = 1,008665$ а.е.м. ← из-за того что масса чуть > чем M_p, то по этому он и нестабилен

$M_\alpha = 4,001506$ а.е.м.

$\Delta_p = 0,007276$

$\Delta_n = 0,008665$

$\Delta_\alpha = 0,001506$

$E_{св} = 2\Delta_p + 2\Delta_n - \Delta_\alpha = 0,030$ (а.е.м $\cdot c^2$) ≈

≈ 28,4 МэВ

Модели ядра.

Не понятно из чего состоит p^+ и n^0, и непонятна сила, в их объединяет в ядра → новое ядерное взаимодействие.

Модели были феноменологические.

Капля — плотность не зависит от R

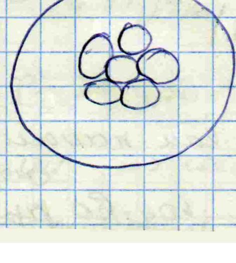
Капельная модель ядра.

1906г — предложена Нильсом Бором. В основном развита Я. Френкелем, Дж. Уилер.

Формула Вайцзеккера.

Предполагает, что $E_{св}$ складывается из элемент. элементов и должно там быть ядерное взаим-вие.

— Энергия ядерного вз-вия пропор-но кол-ву нуклонов в этом ядре (т.е. A) (объёмная энергия)



Т.к. плотность одинаковая как и у капли то кол-во соседей одинаково а нуклоны одинаковые ⇒ имеют одинаковое вз-вие

⇒

1) вз-вие не зависит от того, какой нуклон
2) плотность одинакова всюду
3) вз-вие локальное

— энергия поверхностного натяжения $\sim A^{2/3}$
Только у нуклонов на границе другое в-вие — т.к. соседей меньше — появляется энергия пов-ного натяжения. Она отрицательная.

$R \sim A^{1/3}$

$S \sim R^2 \sim A^{2/3}$

— Энергия кулоновского вз-вия $\sim \frac{q^2}{r} \sim Z^2 A^{-1/3}$
Считаем, что ядро — это рав-но заряженный шар с радиусом R

— самые устойчивые ядра — у тех, у к-ых кол-во p^+ и n^0 одинаковое — экспериментальный факт.
=> симметричные ядра => вклюсают энергию симметрии $\sim \frac{(Z - A/2)^2}{A}$ ← т.к. проще в нуле аппроксимировать параболой.

— Энергия чётности (связана со спином)
Чётные ядра более устойчивее (кол-во нейтронов и протонов чётное кол-во)

$$= \begin{cases} \delta, & \text{если } Z, N \text{ – чётные} \quad (\text{чётно-чётные ядра}) \\ 0, & \text{если } Z \text{ или } N \text{ – нечётное} \quad (\text{чётно-нечётные ядра}) \\ -\delta, & \text{если } Z, N \text{ – нечётные} \quad (\text{нечётно-нечётные ядра}) \end{cases}$$

$$E_{св} = C_{об} A - C_{пов} A^{2/3} - C_{кул} A^{-1/3} Z^2 - C_{сим} (A-2Z)^2 A^{-1} + C_{чёт}\, \delta\, f_{чёт}(Z,N)\, A^{-\varepsilon}$$

$f_{чёт}$ — функция чётности

$A^{-\varepsilon}$ — это эмпирическая добавка, где $\varepsilon = \frac{1}{3} \div 1$ (обычно $\frac{3}{4}$ берут)

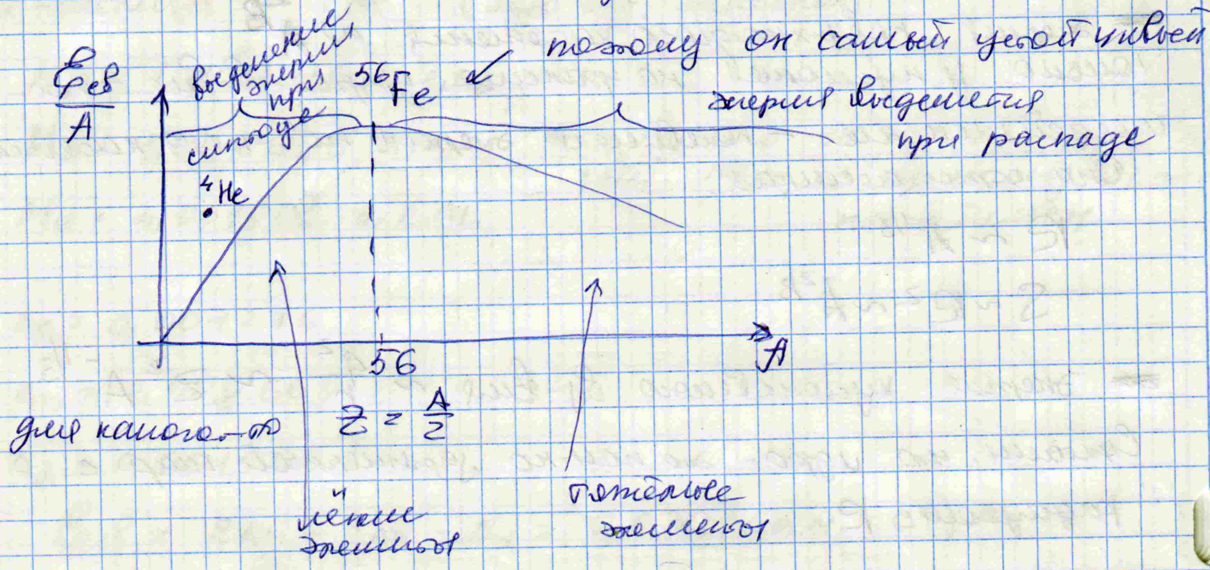
Меряют $E_{св}$, потом подбирают коэф-ты, чтобы кривая прошла как можно лучше по точкам

$C_{об} = 15{,}75$ МэВ $\quad C_{пов} = 17{,}8$ МэВ $\quad C_{кул} = 0{,}71$ МэВ

$C_{сим} = 23,7$ МэВ

$C_{уст} = 34$ МэВ

Обычно такие числа приводят



Формула Вайцзеккера — это закон средние для всех

Если мы возьмём два ядра лежащие ниже ^{56}Fe, то энергия возрастёт и будет синтез, если же взять два ядра ниже ^{56}Fe, то при распаде, то энергия будет выше чем была.

Радиоактивность.

1896г — открытие радиоактивности А. Беккерель — излучение солей урана. Видел на фотопластинке, увидел, что проходит через бумагу и др. в-ва, останавливается железом.

1898г — Э. Резерфорд: увидел что излучение имеет две компоненты: α-излучение ($^4He^{2+}$) и β-излучение (e^-)

1898г — Мария и Пьер Кюри - открывают радий и полоний

1900г — Виллард — обнаружение γ-излучение

1903г — Резерфорд, Содди — при испускании α-частиц получаются нов. хим. элементы:

($Ra \to Rn$, $U \to Th$)

Типы радиоактивных распадов.

α-распад → выделение $2p^+$ и $2n^0$

β-распад → выделение e^-

превращение $n^0 \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}$ нейтрино

это в отличии на-ся β^--распад

γ-распад → вылетает фотон, переход из возбужденного состояния в основное ($A^* \to A$)

β^+-распад → превращение протона в нейтрон и позитрон и антинейтрино ($p^+ \to n^0 + e^+ + \tilde{\nu}$)

Спонтанное деление — распад ядра на две более или менее близкие составляющие

двойной β-распад — выделение двух электронов.

протонная радиоактивность — выделение p^+

двух протонная радиоактивность — выделение 2-х p^+

нейтронная рад-ть — выделение n^0

кластерная рад-ть — вылетает $^{14}_{6}C$

и много другого...

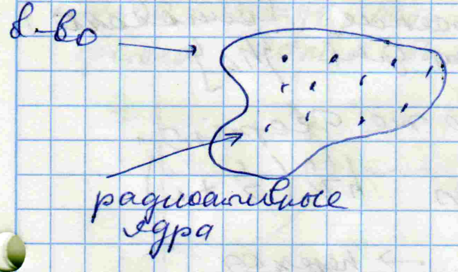
Необходимое условие радиоактивности

$$M > \sum m_i$$

M — масса исходного элемента (ядра)

m_i — масса ядер получившихся элементов в ходе распада

Закон радиоактивного распада.



Как будет меняться кол-во ядер от времени?

От условий мало зависит.

$$dN = -\lambda N dt$$

λ — const

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Среднее время жизни: τ

$$\tau = \frac{\int t \left| dN/dt \right| dt}{\int \left| dN/dt \right| dt} = \frac{1}{\lambda}$$ — среднее время жизни ядра.

Период полураспада: — время за к-е кол-во ядер уменьшается в 2 раза.

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

$$N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$$

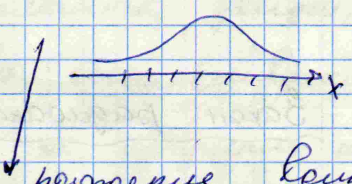
Представление о квантовой электродинамике и диаграммы Фейнмана.

1) КВ. элек-ка — взаимодействие частиц и квантов эл/м поля

2) Вторичное квантование

фотонный газ — фотоны не взаимодействуют. Рассм. один фотон (для других будет тоже самое) у него $h\nu_i$, i — т.к. частота у фотонов разная. И по всем i мы можем найти спектр одного фотона — это первое квантование. А потом мы говорим, что его много фотонов и хотим найти сколько частиц в одном состоянии $\{n_i\}$ — это вторичное квантование

кол-во частиц на данном уровне при первом квантовании



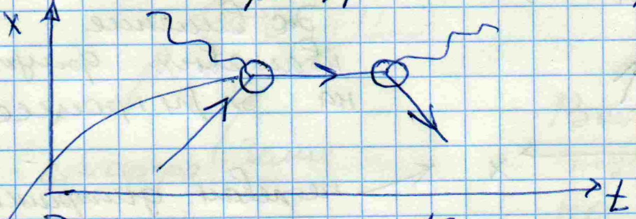
распределение волнового вектора для $\{n_i\}$

Для электрона можно рассм. такую же теорию. Только электроны рассм. как осциллятор $h\nu\left(\frac{1}{2} + i\right)$. Или соот-ют волновая ф-ция ψ → переход к волновому вектору $\{n_\nu\}$

КВ. эл/ку можно строить как теорию возмущений.

Вакуумное приближение – это приближение и нарисовал Фейнман.

~ – фотон — – электрон

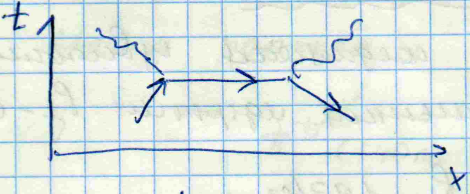


Оси коор-т выбираю время и коор-ту

Это рассеяние Комптона.

Если же время направлено $\overleftarrow{t}$, то получим просто позитрон, т.к. $\frac{dp}{dt} = Eq$

Тогда получим рассеяние позитрона на фотоне.



Аннигиляция – распад электронно-позитронной пары

Если $\downarrow t$ направлено так – то это рождение эл-позит. пары.

→ это вершины. В них ~~энергия~~ не сохраняется (Но вначале и в конце з/н сохр. выполняется)

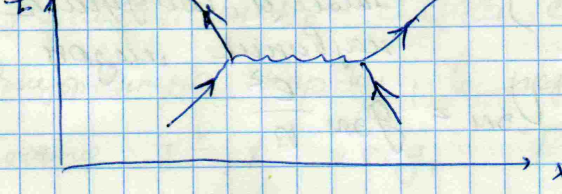
Это связано с принципом неопределенности!

$\Delta E \Delta t \geq \hbar$

не смогли заметить изменение, т.к. происходит всё внутри системы.

Эта диаграмма – просто мат-кий объект, визуальное представление процесса.

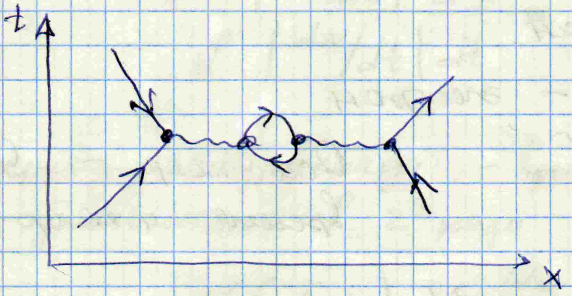
То, что между вершинами – виртуальные частицы (масса могут быть мнимыми, комплексными, у фотона может быть масса ненулевая и т. д.)



Столкновение двух электронов

Взаимодействие двух частиц происходит обмен виртуальными

Это диаграммы первого порядка – здесь две вершины.



Здесь 4 вершины

Это влияние квантовых флуктуаций на эл/м процесс

петлевая диаграмма

энергия не равна 0 – флуктуация квантовые

Сильное ядерное взаимодействие

Нуклоны в ядре не могут соединяться электрическими силами. Это наз-ся сильным ядерным вз-ем.

Теорию создал Х. Юкава в 1934г.

Предполагается, что вз-вие между нуклонами происходит с помощью каких-то частиц (обмен ими)

За пределами ядра не может увидеть.

Предположим, что если масса переносчика равна 0 $\Rightarrow$ время его жизни ∞. Если же масса есть, то возможно взаимодействие при $\Delta t \leq \frac{\hbar}{Mc^2}$

Максимальный радиус действия

$$\Delta r_{max} \approx c\Delta t_{max} \approx \frac{\hbar}{Mc}$$

$$Mc^2 \approx \frac{\hbar c}{\Delta r_{max}} \approx \frac{\hbar c}{r_{яд}} \approx 200 \text{ МэВ}$$

$\exists$ масса частицы у в 400 раз больше чем у электрона $\begin{pmatrix} m_e = 0{,}5 \text{ МэВ} \\ m_p = 1 \text{ ГэВ} \end{pmatrix}$

Частица получила название мезон

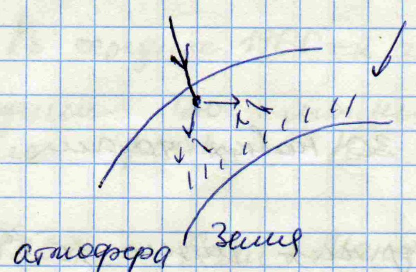
Если энергия в эл/м: $U_{эм} = g_{эм}\frac{e^2}{r}$

Тогда в ядре

$$U = g_{я}\frac{1}{r}\cdot\exp\left(-\frac{Mcr}{\hbar}\right) \text{ – потенциал Юкавы}$$

1937г — в космических лучах обнаружили частицу с массой ~ 100 МэВ

много частиц приходят на землю (ливни частиц)



Вот что предсказал Юкава

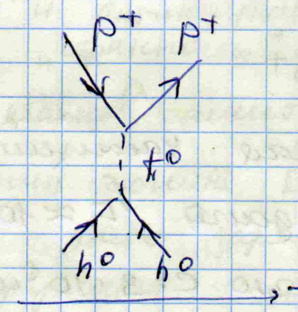
но расчёт показал, что она не может долететь до Земли, позже доказали, что она плохо вз-ет с p^+ и n^0 и её назвали мю-мезон (мюон)

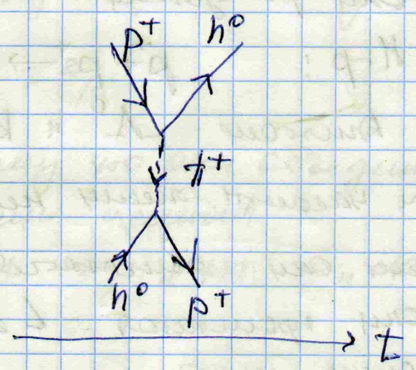
А нужную частицу нашли только в

1947г — пи-мезон (пион) (нашли в ускорителе)

Масса порядка 130–140 МэВ

$\pi^{+/-}$ (140 МэВ) π^0 (135 МэВ)





Изотопический спин.

$T=\frac{1}{2}$ ⇐ Есть пара p^+, n^0 }

$T=1$ ⇐ Есть тройка $\pi^\pm, \pi^0$ }

— ≈ равная масса и свойства → назвали изотопические мультиплеты (по аналогии с тонкой структурой)

Мультиплетность связана со спином.

Внутреннюю хар-ку, в которой различают p^+ от n^0, а также $\pi^\pm, \pi^0$ и т.д., Т — изотопический спин.

Кол-во частиц $N = 2T+1$

Протону p^+ приписывают $T = +\frac{1}{2}$, а n^0 — $-\frac{1}{2}$

Эта величина сохраняется при некоторых хим. реакциях поэтому ио и Р вели.

1940-50гг – открыто более 30 новых частиц (открыты на ускорителе)
Время жизни большинства у них менее 10^{-20}с.
Среди частиц попадались те, в вели себя странно.
Их назвали странные частицы.

Странные частицы

k-мезоны (каоны), Λ и Σ - гипероны
масса меньше чем масса p^+ ; масса больше чем масса p^+

Они рождались всегда парами

Н-р: $p^+ + p^+ \to p^+ + \Lambda^0 + k^+$

причем Λ^0 и k^+ не являются частицей и античастицей

Эти частицы живут неожиданно долго $\tau \approx 10^{-10}$с

Если они двигаются со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$м/с, то они пролетают $l = 3 \cdot 10^{-2}$м $= 0{,}03$м ≈ 3см – это очень много

Тогда возникает проблема вводить новое спиновое число. Первыми предложили Гелл-Манн, Нисиджима. Они предложили, что есть внутренняя характеристика, которую хотели характеризовать квантовым числом „странность"

У всех других частиц „странность" = 0, а у этих нет.
Должен быть закон сохранения „странности" => они не распадаются за быстрое время. Но сохраняется „странность" только в одном типе взаим-вия – сильном ядерном взаимодействии

Кварки.

В середине 1960-х г. было известно более 100 частиц.

Лучшее что могли сделать – соединить в группы, например, в тройки. Но они должны быть как-то связаны.

В 1964 г – Гелл-Манн и Цвейг решили проблему.

В химии пачкировали не 100 веществ, а строение атомного ядра и добавлял электрон получали все 100 веществ.

Аналогично, хотели сделать блоки, объединив в которые можно получить все частицы.

Все частицы, в появлялись в ходе взаимодействия нуклонов (сильного ~~ядерного~~ взаимодействия) состоят из кварков.)

Есть антикварки.

Кварки и антикварки имеют одну и ту же массу и разные „странность" и заряд.

Заряд кварков имеет $\pm 1/3$ или $\pm 2/3$

Почему мы этого не видим? потому что они объединяются так, чтобы заряд стал 0 или целым.

Нас окружают u и d кварки от „up" и „down"

u-кварк – $+2/3$

d – $-1/3$

p^+ состоит из uud, а нейтрон n^0 состоит из udd

пион π^0 состоит $(u\bar{u} + d\bar{d})$, $\pi^+ (u\bar{d})$, $\pi^- (\bar{u}d)$

$u - +2/3$, $\bar{u} - -2/3$ $d - -1/3$ $\bar{d} - +1/3$

Остальные частицы состоят из кварков в возбуждённых состояниях. Возбужд. сос-ния сильно отличаются от невозбужд.-ного и есть отличие по массе

Как теория кварков объяснила „странность"?

Поэтому в ввели странный кварк $s - -1/3$

s и d похожи, но s тяжелее, чем d

По аналогии подумали, что и для d должен быть аналогичный, но более тяжёлый в ввели s

В ввели c-кварк $+2/3$ – назвали очарованный

Эту частицу вначале просто ввели гипотетически, нашли её только в 1974г — нашли частицу, и назвали J/ψ

её масса составляет $m \approx 3{,}1$ ГэВ её вероятность рождения мала.

Её время жизни было в 1000 раз больше чем у других похожих частиц. => какое-то квантовое число, что это характеризует.

Его назвали очарованным квантовым числом.

Позже нашли ещё кварки

1977г — Υ — мезоны ($m \approx 10$ ГэВ)

ипсилон

Для объяснения ввели ещё частицу

b-кварк $-1/3$ тяжелее чем d

„beuty"

позже назвали „bottom"

в 1995г — нашли t-кварк „top", „truth" $+2/3$

поколения

u	c	t	$+2/3$
d	s	b	$-1/3$

Чем дальше идём → так то масса становится больше

У кварков спин $1/2$.

Обнаружились частицы в составе из $\Omega^-(sss)$, $\Delta^{++}(uuu)$, $\Delta^-(ddd)$

Но ещё закон Паули запрещает более двух частиц на одном уровне со спином $1/2$.

Возникает проблема => ввели новое кван. число

Ввели Н.Н. Боголюбов и независимо от него М. Хан, И. Намбу. и наз-вали „цвет"

Приходилось делать странные предположения чтобы всему что видели удовлетворить.

В ввели красный (к), синий (с) и желтый (ж)

$к + с + ж = 0$

И ввели противоположные $\bar{к}$, $\bar{с}$, $\bar{ж}$ (анти...)

$\Rightarrow к + с = \bar{ж}$

Это потребовалось чтобы можно было объяснить почему в Ω, Δ^{++}, Δ^{-} 3 одинаковых кварка.

В стабильном состоянии могут $\exists$ только частицы у в сумма „цвета" $= 0$.

Отдельный кварк не может $\exists$, т.к. его „цвет" никогда не равен 0, а так же нет частиц у в есть только 2 кварка.

Это всё явилось результатами экспериментов.

За счёт чего кварки вместе $\exists$?

Предположим, что вз-вие между кварками должно происходить за счет какой-то частицы.

Оно происходит за счёт глюонов. Его $m = 0$, похоже на фотон, но тот не переносит заряд, а глюон обладает „цветом"

Но т.к. глюон – является бозоном, то глюон имеет два „цвета" (т.к. один цвет соот-ет фермионам)

Всего получаем 9 комбинаций.

$к\bar{к}$ $к\bar{с}$ $к\bar{ж}$ Но ... дают 0 $\Rightarrow$ есть

$с\bar{к}$ $с\bar{с}$ $с\bar{ж}$ 8 линейно независимых комбинаций.

$ж\bar{к}$ $ж\bar{с}$ $ж\bar{ж}$

Но кварки могут в-вовать с глюоном, глюон с глюоном, кварки с кварками $\Rightarrow$ ситуация сложная

Но это внутреннее взаимодействие И это нарушая

Но кроме реальных частиц, есть виртуальные

Поэтому нельзя считать что p^+ состоит просто из трёх кварков. Там сложное вз-вие. Это значит масса p^+ много больше чем сумма массы кварков ~~массы~~ ($m_{p^+} \gg m_u, m_d$) поэтому большую часть массы получают от взаимодействия.

Конфайнмент

Что происходит когда один кварк пытается вырвать из протона? Пусть при вз-вии двух p^+ вылетает кварк, когда он летит он имеет цвет $\Rightarrow$ испускает глюоны $\Rightarrow$ появляется глюонное поле

Из глюонов могут появиться глюоны и кварки. Образуются глюонные струи

Это заканчивается когда образуется ещё два кварка

Тогда они об-ся и процесс заканчивается и „цвет" становится нулевым

Была построена квантовая хромодинамика. (хромо – „цвет", квантовая динамика цветовых взаимодействий)

Она строится аналогично квантовой электродинамике

Какое отношение имеет теория Юкава?

Она является следствием кван. хром-ки.

Это аналогично тому, что из ур-ния Максвелла потом вывели ван-дер-ваальсовое взаимодействие.

Слабое ядерное взаимодействие.

Среди ядерных реакций были известны те, в которые пополнились уже в известные взаимодействия.

Туда не входит β-распад.

Есть нейтрон не стабильный $n^0 \to p^+ + e^-$

За счёт чего происходит? (β-распад)

В нём не сохраняется энергия и импульс

∃ небольшое отклонение, но значимое.

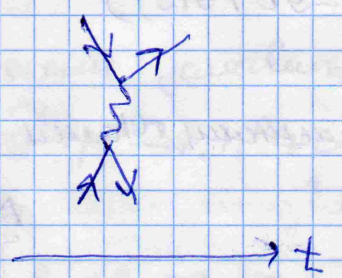
в начале 1930-х гг — предполагает В. Паули что есть ещё частица (Он предложил назвать её нейтрон, но позже открывают n^0, поэтому её назвали нейтрино. Но сейчас известно что это антинейтрино) Но она имеет странные свойства

$$n^0 \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}$$

У неё малая масса (известно, что она не 0, но сама масса до сих пор неизвестна)

в 1953г — экспериментально обнаружили $\tilde{\nu}$.

в 1932г — Э. Ферми теорией слабых токов (это токи, в смысле отношение к слабым взаимодействиям)



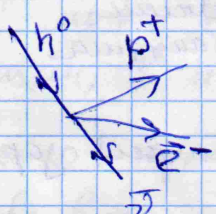
Составил гипотетичное Лагранжиан

Есть $\frac{G_F}{\sqrt{2}} \cdot \hat{\bar{p}} \hat{n} \cdot \hat{\bar{e}} \hat{\tilde{\nu}}$

взаимодействие

Каждый оператор — оператор рождения или уничтожения

Оператор с — добавляет электрон, без черты — убирает



Уничтожение нейтрино — это рождение антинейтрино

$$G_F = 1{,}4 \cdot 10^{-42} \text{ Дж} \cdot \text{см}^3$$

Теория слабых токов строится по аналогии с квант. электродинамикой. Вводят слабые токи.

Первый нейтроно-протонный ток и электронно антинейтринный ток.

Особенность в процессе взаимодействия частицы меняются

Токи в участвуют здесь нарушающие и заряженные"

(Токи, у в меняются заряды")

в 1968г — появилась более общую теорию

Глешоу, Салам, Вайнберг — теория электрослабого взаимодействия

Теорию квант. вз-вия можно получить из того, что должно выполняться преобразование Лоренца (инв-ть от-но преоб. Л -ная ся симметрией Лоренца)

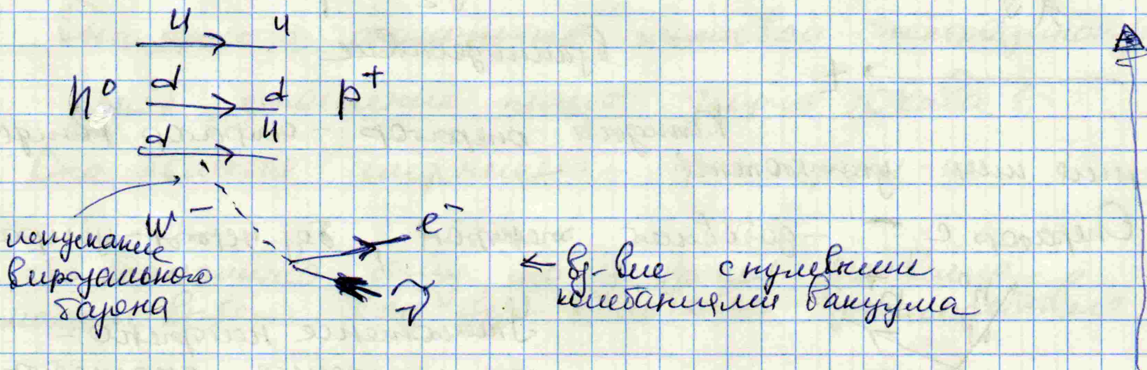
Теория описывает и электромагнитное, и слабые вз-вие.

(Включает и эл/м силы, и слабые вз-вие получается Лагранжиан, в постулировал Ферми. Для этой эта теория постулирует и фотоны, и переносчиков сл. вз-вия

$W^{\pm}$, Z^0 — бозоны. Если подставить время жизни n^0, то можно предсказать их массу ($m = 90$ ГэВ))

Это стало позже найдено.

Второе предсказание: в-вие с нейтральными токами



Должны быть сл. вз-вие в нет изменения заряда это

Вз-вие мюонного нейтрино (более тяжелого нейтрино)

$$\nu_\mu + p^+ \to \nu_\mu + p^+ + \pi^+ + \pi^-$$

Но у p^+ появляются пи-мезоны

Нейтрино.

Частицу нейтрино предложил в 1930г – Паули

Эта частица должна слабо вз-ть с в-вом (т.к. она не была обнаружена)

1934г – Ферми (разрабатывает теорию сл. токов, в в она играет большую роль.)

1955–56гг – обнаружение нейтрино (НП 1995)

Кл. Коуэн и Фр. Рейнес.

Нейтрино много где есть ядерные реакции в в и происходит β-распад. (были (работали) рядом с реактором.

Самым главным является подавление космических шумов (Экспер. реактор был под землей и были с ним шахты в в можно было поставить детектор)

Детектор: H_2O и $CdCl$

в нем много p^+ ↑ хлорид кадмия

Хотели заставить реакцию идти в обратную сторону

$\tilde{\nu} + p^+ \to n^0 + e^+$ ← смотрели такую реакцию

↑ позитрон (вз-вует с e^-)

$e^+ + e^- \to 2\gamma$ (512 кэВ энергия выходила)

↑ гамма-кванты ↑ пик гамма излучения => родился позитрон

Но e^+ может возникать из-за косм. излучения и радиации, в и так есть.

Для этого нужен CdCl

n^0 вз-вовал с Cl и испускал другой (радиоактив. остатки и еще один гамма квант γ (порядка МэВ)

$e^+ + e^- \Rightarrow 2\gamma$
$n^0 + Cd \to$ рад. остатки $+ \gamma$ } между ними было ~мкс

Для эксперимента нужна была 1т воды.

Кон. 1950-х – гипотеза мюонного нейтрино.
Был открыт мюон (аналог электрона, только тяжёлый)
Предполагалось, что есть более тяжёлые нейтрино.
1961-62гг – Ледерман, Шварц, Штейнберг (НП 1988г)
Эксперимент – поймать $\tilde{\nu}_\mu$
(аналогично как делали для $\tilde{\nu}$)

Позже – открытие тау-нейтрино.
Получили три вида нейтрино.
Свойства нейтрино:
Сечение вз-вия электронного нейтрино $\sigma_{\tilde{\nu}p^+} \sim 10^{-43}$ см^2
Длина пробега в веществе (для воды) $\lambda \sim 100-1000$ св. лет
(галактику пролетят без вз-вия (большинство из них))

На земле поток нейтрино очень велик
На пов-ти Земли поток нейтрино: $\sim 10^{10} - 10^{11} \frac{\text{нейтрино}}{\text{с} \cdot \text{см}^2}$
С потоком была связана проблема!

Проблема солнечных нейтрино!
Кон. 1960-х г – кол-во $\tilde{\nu}$ в 2-3 раза меньше, чем предсказано теорией. (Было получено оценкой кол-во реакций на солнце и => предсказали сколько на землю должно падать, но их было меньше на практике)
– солнце холоднее, чем мы думаем (стандар. модели)
– $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ самопроизвольно могут превращаться (прямо в процессе распространения)

Ничто не запрещает $\exists$ частиц как суперпозицию двух частиц. В фазовый член будет $e^{i(\omega_1 t + \omega_2 t)}$ меняться => будет переходить из одного в другое
Это наз-ся нейтринные осцилляции

Действительно второе было верно.

Детектирование SNO (Садбери, Канада) 2001–2002 г.

Здесь 1000 т тяжёлой воды D_2O (т.к. сечение в-вия больше). Смотрели след. реакцию:

$$\nu_e + d^+ \to p^+ + p^+ + e^- \quad \text{(А. МакДональд)}$$

$$\nu_x + e^- \to \nu_x + e^-$$

$$\nu_x + d^+ \to p^+ + n^0 + \nu_x$$

т.к. электрон может испустить черенковскую вспышку света

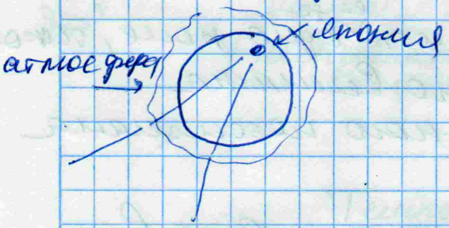
На этих реакциях было показано все три нейтрино но не от солнца, а от реактора.

Детектор Super Kamiokande (Япония) Т. Кадзита

50 тыс. тонн воды (Озеро под землёй)

Измерили ν_e и ν_μ от космич. лучей.

(Могли сказать от куда пришли)



Если построить график зав-ти кол-во нейтрино от расстояния (угол прихода)

И этот график объясняет (совпадает) с теорией осцилляцией нейтрино.

НП 2015 г.

Только если есть масса, то могут быть нейтринные осцилляции (причём у нейтрино разные массы)

Но масса нейтрино так и не измерена

Но известно что масса трёх нейтрино (элк-ного, мюонного и тау) $\sum m_\nu < 0{,}28$ эВ. (причём $m_e = 512$ кэВ)

Бозон Хиггса.

В теории ГСВ; $m = 0$ у всех частиц

в следствии симметрии

Эксперимент. факт — что $m \neq 0$.

Как не сильно изменив теорию сделать её похожей на экспер-факт (т.е. чтобы появилась масса)

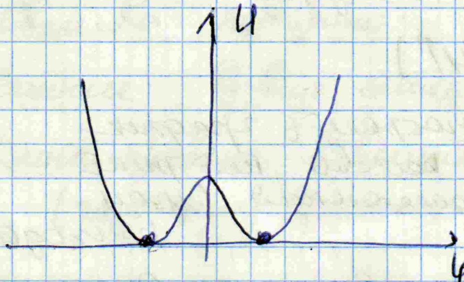
1962г — Ф. Андерсон (предложил механизм

1964г — было три работы от 6-ти авторов

Одну — П. Хиггс, вторую — Р. Браут, Ф. Энглерт,

третью Г. Гуральник, К.Р. Хаген, Т. Киббл.

НП 2013г. получили только Хиггс и Энглерт.



Симметрич. ситуация не обязательно устойчивая.

Будь есть ещё одно поле, такое что его величина сам-ного положения такая

Из-за любой флуктуации долно скатываться в •

$\Rightarrow \varphi \neq 0 \Rightarrow$ получаем несимметрию

(спонтанное нарушение симметрии)

(Н-р, жесткое возбуждение генератора)

Зачем это поле? Если это поле будет вз-вовать с другими полями, то это будет эквивалентно массе вз частиц. (она фиктивная ?)

Каждая точка пр-ва одинаковая.

Источником масс является энергия.

Может быть и кинетич. энергия.

$p^+(uud)$ масса покоя кварков меньше чем масса p^+

Это поле назвали поле Хиггса. Он единственный ... бозон и он

Описан его св-ва.

2012г – обнаружение Бозона Хиггса H

Большой коллайдер.

$m_H \approx 125-126$ ГэВ

Заряд, спин и цвет $= 0$

Это завершило построение элементарной физики в том виде что она есть сейчас.

Стандартная модель элем. частиц.

Теория электр. сл. вз-вие + Механизм Хиггса + квантовая хромодинамика

Вз-вие переносят частицы

γ $e^- \mu^- \tau^-$ H^0

Z^0 $e^+ \mu^+ e^+$ $u \; c \; t$

$W^\pm$ $\nu_e \nu_\mu \nu_\tau$ $d \; s \; b$

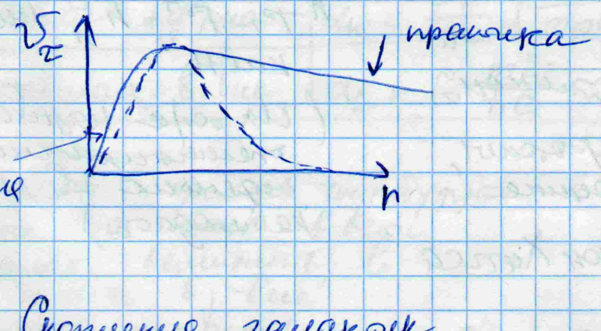
$\tilde{\nu}_e \tilde{\nu}_\mu \tilde{\nu}_\tau$ и их антикварки

+ нейтринные осцилляции   и есть g^0-глюон

Тёмное вещество

Проблема скрытой массы

– смотрим на галактике, смотрим скорость вращений можем посчитать кол-во звёзд и как распределена масса по объему галактике

1) 

2) Скопление галактик

Они както летают, вз-вуют. Можем оценить их скорость и массы. Чтобы скопление галактик было устойчивым нужно чтобы $E_k \approx E_\Pi$

Оказывается, что $E_k > E_n$, а иногда $E_k >> E_n$

— Наверное всё дело в газе, в мы не видим, но его там много ⇒ должны увидеть.

— Может там есть звёзды малой массы. Но тогда их там должно быть очень много — такого не может быть.

— Черные дыры (средней массы не видно) Но откуда взять столько черных дыр. Тем более что они рождаются при большом взрыве (большой звезды) Но может они родились на заре рождения вселенной? Но всё равно не одна теория, да и на практике столько не нашли.

— наиболее рабочая версия: скрытая масса объясняется наличием темного в-ва, в самом из частиц, в слабо вз-ют и их мы не знаем.

Классификация элементарных частиц

1. Элементарность (фундаментальность)

Есть неопределенность элементарности.

истинно элем-ные (фундаментальные)

Нет док-ва что у них есть внутр. структура

Электрон, тау-электрон, мюон, нейтрино, кварки, фотоны, глюоны, калибровочные бозоны ($W^{\pm}$, Z^0), бозон Хиггса

составные

Те что состоят из истинно элементарных

и-р, p^+, n^0, пион, каон

(Их тоже называют элементарными, т.к. отдельно кварки нельзя наблюдать)

Атом или ядро является более высоким уровнем организации

2. Класс-ция по стабильности

Стабильные

Электрон

(за счет з/с заряда не может стать темным из-за

Нестабильные

нейтрон

пион

мюон

Резонансы

Может ли частица вылететь из ядра и стать более свободной з/н сохранения заряда не может быть нигде)

протон (тяжёлая частица)

нейтрино (относительно стабилен) имеет лёгкую массу, цвесты асимметрии (если считать что это состояния, то она стабильна, если считать, что это разные частицы, то не стабилен)

Когда видим пик в супе с глюонами и кварками, в характерен для резонанса

3. По величине спина

бозоны	фермионы
фотон, глюоны	нейтрино,
$W^{\pm}$, Z^0 — бозоны	электрон
	кварки
бозон Хиггса	(и более их тяжёлые виды)

Это как бы поле (переносчики вз-вия) — Это как бы вещество (состав вещества)

Это условное разделение.

Фундаментальные взаимодействия

Теория вз-вия + частицы = это всё что нужно (стандартная модель)

отсортированы по относительной силе вз-вий

		Теория
Сильное ядерное	1	квантовая хромодинамика
Эл/м в-вие	$\alpha \approx 10^{-2} = \frac{e^2}{\hbar c}$	кв. электродин. } теория электро слаб. вз-вий
Слабое ядерное	$\alpha_W = \frac{G_F}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^{-4} \approx 10^{-10}$	Теория Ферми
Гравитац. в-вие	$\alpha_G = G\frac{m_p^2}{\hbar c} \approx 10^{-38}$	Общая теория от-ти (квантовая теория гравитации ?)

Для электрона и протона они будут разные, но можно ввести безразмерные величины, в будут хар-ть в-вие именно при рождении и распаде частиц.

α = постоянная тонкой структуры

α_W — константа слабого вз-вия

Если частица распадется, то вероятность что это будет сильное ядерное вз-вие в 100 раз больше чем вер-ть что это вз-я эл/м вз-вие.

Когда рождается странная частица, то распадется она не за сует. сильной в-вей (она не может изменить странность), а распадается за счет слабого

Т.к. гравитация мала, то в физике элементар. частиц она не как себя не проявляет

Заряд	Переносчик	Радиус действия
Цветовой заряд (цвет)	Глюоны (фактически 8 шт)	10^{-15} м
Электрич. заряд	Фотоны	∞
Слабый изоспин	$W^{\pm}$, Z^0 – базоны	10^{-18} м
Масса	гипотетически: гравитон (экспер. не доказано)	∞

Радиус действия - расстояние на к в-вие спадает уже экспоненциально

переносчик массивен и из-за принципа неопред-ти мало время жизни (его exp. составляющая)

глюон порождает другой глюон и поэтому быстро себя растрачивает => тоже мало время жизни => его exp экспонента

Законы сохранения.

Есть коллайдер, он разгоняется, получаем импульсы. Знаем, что вначале и что в конце (что в середине не знаем)

К привычным з/м сох-ния добавляются еще законы

1. Закон сох-ния энергии – Инвариантность от-но сдвига во времени
2. Закон сох-ния импульса – инв-ть от-но сдвига в пространстве
3. Закон сохранения момента импульса: Инвар-ть от-но поворота вокруг оси

$\frac{\partial H}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow p_\varphi = const$

$\frac{\partial H}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x = const$

$\frac{\partial H}{\partial t} = 0$
$H = const$

4. Закон сохранения заряда – инвариантность от-но калибровки э/м потенциалов

5. Закон сохранения лептонного числа

Кол-во электронов до и после прохождения вз-вия должно быть одно и тоже (электрону приписано +1, антиэлектрону −1)

Лептон — частицы, в не принимают участие в сильных ядерных взаимодействиях! электроны и нейтрино

Н-р. $n^0 \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$

не лептоны ⇒ приписывается 0

лептоны

e^- — +1

$\tilde{\nu}_e$ — −1

Получаем 0=0.

(ЗС электронного, мюонного, и тау лептонного числа)

$$\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \tilde{\nu}_e$$

это мюонный лептон

это электронный лептон

данны скомпенсировать ⇒ добавляется ν_μ — мюонное нейтрино — он компенсирует μ, аналогично $\tilde{\nu}_e$ комп-ет e^-

(нелинейные нейтринные осцилляции)

При нейтринных осцилляциях ЗСЛЧ не сохраняется

1–6 — строгие законы

6. Закон сохранения барионного числа.

Барион — состоит из трёх кварков

Бар-ное число должно сохраняться

Барионное число = $\frac{N_q - N_{\tilde{q}}}{3}$

N_q — число кварков, $N_{\tilde{q}}$ — число антикварков

(Раньше барионно-лептонное число наз-лось зарядом)

Нестрогие.

7. Закон сохранения странности, очарования и т.д. — это в сильном вз-вии

8. З. с-ния чётности. Чётность — инвариантность от-но точки отражения (замена $\vec{r} \to -\vec{r}$)

Процессы должны протекать одинаково (для сил. яд. вз-вия)

P-инвариантность (parity) А для слабого не действует.

9. CP-инвариантность

C-charge (зарядовое)

C-инвариантность (заменяем $+q \to -q$, частицы − античастицы

Распад $n_0 \to p^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$ идёт также как распад $\bar{n}_0 \to \bar{p}^+ + e^+ + \nu_e$

Инвариантность есть тогда когда мы одновременно изменяем $\vec{r} \to -\vec{r}$ и частицы на античастицы

Оказалось что в распаде каона и антикаона разное => отличие слабое => это нарушение CP-инвариантности (допускаем что частицы и античастицы по-разному себя ведут.)

10. CPT-инвариантность.

CPT теорема: Все ф-лы, в-ия, поведение частиц, должно быть одинаковым если заменим частицы на античастицы (C-ин-ть), заменим $\vec{r} \to -\vec{r}$ (P-ин-ть) и замену $t \to -t$ (T инв-ть) (это диф. вида уравне[illegible])

Если есть нарушение CP-ин-ти, то чтобы сохранилось CPT нужно чтобы и T нарушалось → есть неравномерность времени.

CPT выполняется всегда.

За пределами стандартной модели.

Станд. модель описывает все процессы, в происходят в коллайдере. Но есть случаи, при в она не работает.

1) Осцил. нейтрино (из станд. модели оно не следует)

2) Отклонение в экспериментах с B-мезоном

$B(b\bar{q})$ Слабые (не могут объяснить шумом)

кварк [illegible] антикварк

3) Стан. модель — набор нескольких теорий.

Проблема „Великого объединения."

(ТВО, ВИТ)

4) Множество свободных параметров (~20)
параметр, в измерения интересны и подставляется в формулу, теорию
(α, α_w, масса частиц и т.д.)

5) Проблема иерархии масс
(массы, в мы мерим они отличаются во много раз.)

6) тёмное вещество

7) проблема энергии вакуума
(Есть нулевые квантовые флуктуации. Если что-то флуктуирует => есть энергия.
Если посчитать эти оценки получим большую энергию

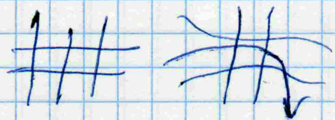
+ проблема темной энергии
(Вселенная расширяется ускоренно (что придает ей это ускорение?)
сверх давление связанное с энергией

8) проблема квантования гравитации.
Гравитация есть, а квантовать не можем.

Квантовая теория гравитации

У Ньютона гравитация известна $F \sim \frac{m^2}{r^2}$
проблема — дальнодействие
Эйнштейну это не нравилось. Развилась общая теория от-ти: гравитация не сила, а эффект искривления прос-ва и времени.

Всё является опорой, но не время.



Из ОТО => $\exists$ грав. волн (есть линейный предел)

Их можно проквантовать гравитон $(m=0$, $s=2)$ масса, спин

Но энергия очень мала

1. Предполагаем что время и пространство дискретно

Но между ними должна быть связь – петли.

Величина дискрета мала; (Петлевая теория квантовой гравитации)

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 10^{-35} \text{ м}$$

т.к. не можем никакими приборами померить

$$\tau_P = \frac{l_P}{c} =$$

2. Теория струн

Все частицы являются струнами ~~между~~ в колеблются (как они колеблются, так они (частицы) и появляются)

Нужно 10 измерений чтобы все убралось.

Здесь свободных параметров 10^{30} штук

Она работает на масштабах, в нельзя энерг.